Séquence 10 : Calcul littéral – Distributivité

À la fin de cette Séquence 10, je dois connaître…	Pour m'entraîner :
• La définition d'« expression littérale » et de « variable »	Cours partie A
• Les conventions d'écriture d'une expression littérale	Cours partie A
• Les définitions de « simplifier » et « développer »	Cours parties A et B

Je dois savoir faire…	Pour m'entraîner :		
	★	★★	★★★
• Simplifier et réduire une expression	n° 1, 2	n° 3, 13	
• Utiliser la simple distributivité pour développer	n°4, 5, 6, 14	n°7, 15, 16	
• Utiliser la double distributivité pour développer	n° 8, 9	n° 10, 17	
• Traduire un programme de calcul par une expression littérale			n° 11, 18
• Résoudre des problèmes faisant appel au calcul littéral		n° 12, 19	

A) Simplifier ou réduire une expression

Définitions :

- Une expression littérale est une expression mathématique comportant une ou plusieurs variables.
- Une variable (ou inconnue) est une lettre qui permet de désigner un nombre inconnu

Exemple : La formule de l'aire d'un rectangle $\mathcal{A} = l \times L$ comporte 2 variables : l et L

Propriété : Dans une expression littérale, on peut supprimer le signe « × » lorsqu'il est placé devant ou derrière une lettre ou une parenthèse.

Exemples : simplifier les expression ci-dessous :

$A = 2 \times y$
$A = 2y$

$B = -3 \times x + 2 \times (5 \times x + 1)$
$B = -3x + 2(5x + 1)$

$C = 7 \times x \times y + 8 \times 6 \times x \times x$
$C = 7xy + 8 \times 6x^2$
$C = 7xy + 48x^2$

Définition : Réduire une expression littérale, c'est regrouper les termes par famille.

Exemples : réduire les expressions ci-dessous :

$D = 10x - 6x^2 - 7 + 3x - 5x^2 - 3$
$D = 10x + 3x - 6x^2 - 5x^2 - 7 - 3$
$D = 13x - 11x^2 - 10$

$E = 3y + 5x - 2 + 4x^2 + 5 - x + 2y + y$
$E = 4x^2 + 5x - x + 3y + 2y + y - 2 + 5$
$E = 4x^2 + 4x + 6y + 3$

Remarque : En général, pour met les termes de plus haut degré ($4x^2$ par exemple dans E) en premier, et on termine par les constantes (3 par exemple dans E)

Exemples : simplifier puis réduire les expressions suivantes :

$F = 5 \times x + 3 \times 2 \times x - 7 \times (6 \times x - 3 \times y)$
$F = 5x + 6x - 7(6x - 3y)$
$F = 11x - 7(6x - 3y)$

$G = 5 \times x + 3 \times x \times x - 5 + 3 \times x - x \times x$
$G = 5x + 3x^2 - 5 + 3x - x^2$
$G = 2x^2 + 8x - 5$

B) Développer un produit avec la simple distributivité

Définition : Développer, c'est transformer un produit (×) en somme (+) ou différence (–).

Méthode de la distribution simple :

$k(a + b) = ka + kb$	$k(a - b) = ka - kb$

Exemples : développer puis réduire les expressions ci-dessous :

$H = 4(x + y)$
$H = 4x + 4y$

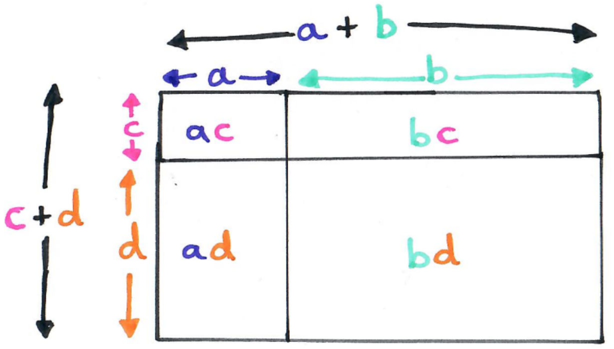
$I = 7(x + 3)$
$I = 7x + 7 \times 3$
$I = 7x + 21$

$J = 2(3y + 5)$
$J = 2 \times 3y + 2 \times 5$
$J = 6y + 10$

$K = x(3x - 9)$
$K = x \times 3x - x \times 9$
$K = 3x^2 - 9x$

C) Développer un produit avec la double distributivité

Méthode de la double distributivité :



Aire $= (a+b)(c+d)$

Aire $= ac + ad + bc + bd$

Formule : $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

Exemples : développer puis réduire les expressions ci-dessous :

$L = (x + 3)(2 + y)$
$L = 2x + xy + 3 \times 2 + 3y$
$L = 2x + xy + 6 + 3y$

$M = (2x + 3)(x + 8)$
$M = 2x \times x + 2x \times 8 + 3x + 3 \times 8$
$M = 2x^2 + 16x + 3x + 24$
$M = 2x^2 + 19x + 24$

$N = (x + 5)(x - 2)$
$N = (x + 5)(x + (-2))$
$N = x \times x + x \times (-2) + 5x + 5 \times (-2)$
$N = x^2 - 2x + 5x - 10$
$N = x^2 + 3x - 10$

Cas particulier :

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Démonstration :

$(a + b)(a - b) = a^2 + a \times (-b) + b \times a + b \times (-b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$

Exemples :

$(x + 3)(x - 3) = x^2 - 3^2$
$= x^2 - 9$

$(2x + y)(2x - y) = (2x)^2 - y^2$
$= 4x^2 - y^2$

$(1 - t)(1 + t) = 1^2 - t^2$
$= 1 - t^2$