Séquence 13 : Périmètre et aire

À la fin de cette Séquence 13, je dois connaître…	Pour m'entraîner :
• La définition du périmètre d'une figure	Cours partie A
• Les formules de calcul du périmètre des polygones et du cercle	Cours partie A
• La définition de l'aire d'une figure	Cours partie B
• Les formules de calcul de l'aire des polygones et du disque	Cours partie B
• La valeur approchée du nombre π au centième (3,14)	Cours partie A

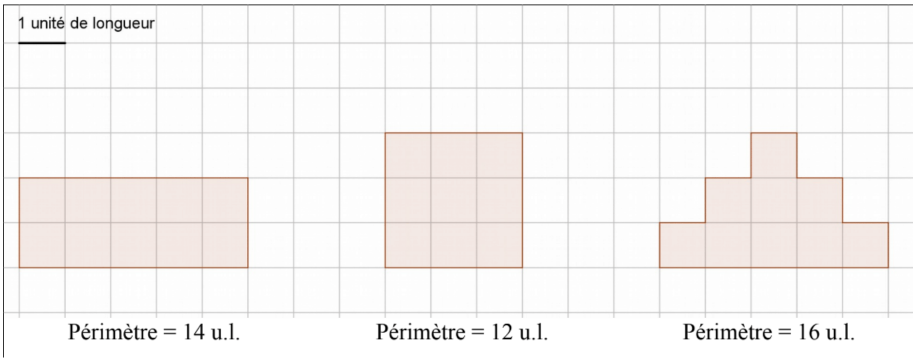
Je dois savoir faire…	Pour m'entraîner : ☆	☆☆	☆☆☆
• Calculer le périmètre d'un polygone	n°1, 2, 11	n°3	n°12
• Calculer le périmètre d'un cercle	n°4, 13	n°5, 14	n°15
• Convertir les unités d'aire	n°6, 16		
• Calculer l'aire d'un polygone	n°7, 17, 18	n°8	n°19
• Calculer l'aire d'un cercle	n°9	n°20	n°10, 21

A) Périmètre

Définition : Le périmètre d'une figure est la longueur de son contour.

Concrètement, mesurer le périmètre d'une figure, cela revient à trouver combien mesure la ligne qui borde cette figure.

Exemples :

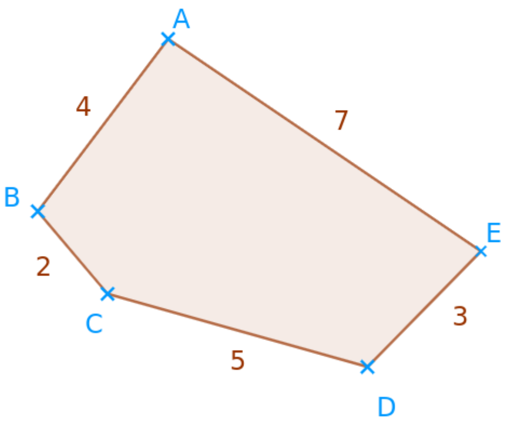


1. Périmètre d'un polygone

Rappel : Un polygone est une ligne brisée fermée (voir Séquence 11 !).

Propriété : Le périmètre d'un polygone s'obtient en additionnant la longueur de tous ses côtés.

Exemple :



Le périmètre du pentagone ci-contre est de 21 unités de longueur. En effet :

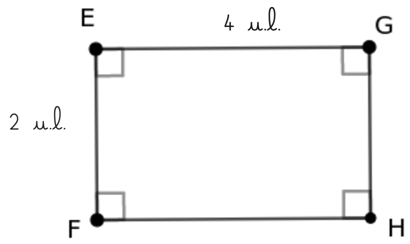
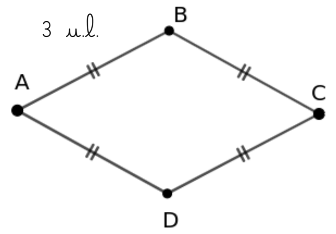
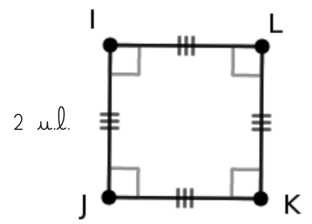
$\mathcal{P}_{ABCDE}$ = AB + BC + CD + DE + EA

= 4 + 2 + 5 + 3 + 7

= 21

Remarque : On utilise souvent la lettre « P » arrondie pour désigner le périmètre. Ainsi, $\mathcal{P}_{ABCDE}$ désigne « le périmètre de la figure ABCDE ».

Périmètres des polygones usuels

Rectangle	Losange	Carré
		
Un rectangle de largeur l et de longueur L a pour périmètre : $\boxed{\mathcal{P}_{rectangle} = 2 \times (L + l)}$	Un losange de côté c a pour périmètre : $\boxed{\mathcal{P}_{losange} = 4 \times c}$	Un carré de côté c a pour périmètre : $\boxed{\mathcal{P}_{carré} = 4 \times c}$
Exemple : $\mathcal{P}_{EFGH} = 2 \times (2 + 4) = 2 \times 6 = \underline{12 \text{ u.l.}}$	Exemple : $\mathcal{P}_{ABCD} = 4 \times 3 = \underline{12 \text{ u.l.}}$	Exemple : $\mathcal{P}_{IJKL} = 4 \times 2 = \underline{8 \text{ u.l.}}$

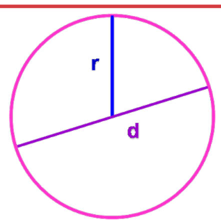
Remarque : « u.l. » = unités de longueur, s'utilise comme « cm » par exemple.

2. Périmètre d'un cercle

À connaître par cœur !

Propriété :

- La longueur $\mathcal{P}$ d'un cercle de diamètre D est : $\mathcal{P} = \pi \times D$
- La longueur $\mathcal{P}$ d'un cercle de rayon r est : $\mathcal{P} = \pi \times 2 \times r$



Remarque : La formule avec le rayon découle directement de celle avec le diamètre, en effet :

Diamètre = 2 × rayon

Remarque importante : Le nombre Pi, noté π n'est pas un nombre décimal (il a une infinité de chiffres après la virgule). On prend souvent comme valeur approchée : $\pi \approx 3,14$

Exemples :

- Calculer le périmètre d'un cercle de diamètre 4 m :
  - $\mathcal{P} = \pi \times D = \pi \times 4 \text{ m}$ → C'est la valeur exacte du périmètre de ce cercle.
  - On peut trouver une valeur approchée grâce à la calculatrice (voir Annexe : « π sur la calculatrice »), ou en utilisant le fait que $\pi \approx 3,14$:

$$\mathcal{P} = \pi \times 4 \text{ m} \approx 3,14 \times 4 \text{ m} \approx 12,56 \text{ m}.$$

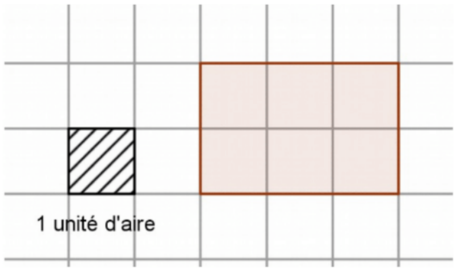
- Calculer le périmètre d'un cercle de rayon 5 cm :
  - $\mathcal{P} = \pi \times 2 \times r = \pi \times 2 \times 5 \text{ cm} = \pi \times 10 \text{ cm}$ → C'est la valeur exacte du périmètre.
  - On peut trouver une valeur approchée grâce à la calculatrice (voir Annexe : « π sur la calculatrice »), ou en utilisant le fait que $\pi \approx 3,14$:

$$\mathcal{P} = \pi \times 10 \text{ cm} \approx 3,14 \times 10 \text{ cm} \approx 31,4 \text{ m}.$$

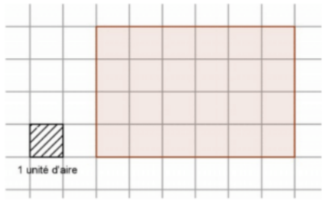
B) Aire

Définition : L'aire d'une figure est la mesure de sa surface intérieure. Elle représente la « taille » de l'intérieur de la figure.

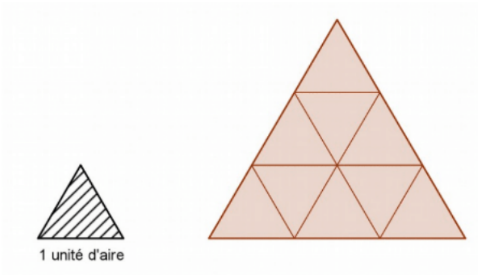
Après avoir choisi une unité d'aire, on compte combien de fois cette unité d'aire est contenue dans la figure, ou on donne un encadrement par exemple :



Aire = 6 unités d'aire



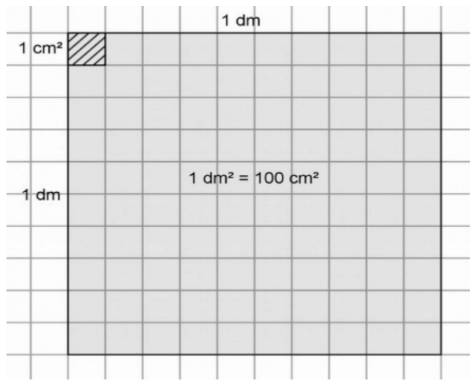
Aire = 6 u.a.



Aire = 9 u.a.

1. Unités d'aire

Définition : L'unité de mesure des aires est le m^2 (« mètre-carré »).



Exemples :

- $1\ m^2$ est l'aire d'un carré de 1 m de côté.
- $1\ dm^2$ est l'aire d'un carré de 1 dm de côté.

Pour changer d'unité d'aire, on utilise un tableau de conversion particulier :

km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2	
kilo-		hecto-		déca-		mètres-carré		déci-		centi-		milli-	
			ha		a								
	1	0	0										
			1	0	0	0	0						
							0,	5	0				
		2	1	0	0	0	0						
								5	8,	4	0	0	0
					0,	0	3,	2					
							0,	0	0	0	6,	8	9

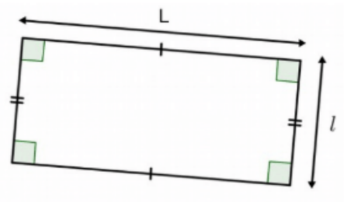
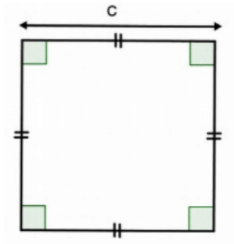
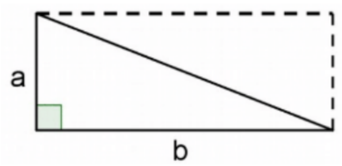
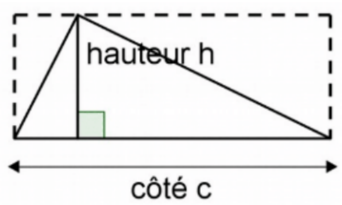
Remarque : Pour mesurer la superficie d'un terrain, on utilise souvent l'hectare (ha) ou l'are (a).

1 hectare = 1 ha = $1\ hm^2$ 1 are = 1 a = $1\ dam^2$

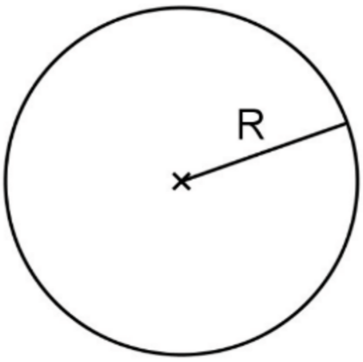
Exemples :

$1\ km^2 = 100\ hm^2$	$0,5\ m^2 = 50\ dm^2$	$3,2\ m^2 = 0,032\ dam^2 = 0,032\ a$	
$1\ ha = 10\,000\ m^2$	$58,4\ dm^2 = 584\,000\ mm^2$	$21\ ha = 2\,100\ a = 21\,000\ m^2$	$6,89\ cm^2 = 0,000\,689\ m^2$

2. Aire d'un polygone

Rectangle	Carré	Triangle rectangle	Triangle
 rectangle de longueur $\mathcal{L}$ et de largeur ℓ	 carré de côté c	 triangle rectangle de côtés de l'angle droit a et b	 triangle de hauteur h et de côté c
$\mathcal{A}_{rectangle} = \mathcal{L} \times \ell$	$\mathcal{A}_{carré} = c \times c$	$\mathcal{A}_{triangle\_rectangle} = (a \times b) \div 2$	$\mathcal{A}_{triangle} = (h \times c) \div 2$

3. Aire d'un disque



Propriété : L'aire d'un disque de rayon R vaut :

$$\mathcal{A}_{disque} = \pi \times R \times R$$

Remarques :

- On a toujours $\pi \approx 3{,}14$
- On parle ici de « disque » et non de « cercle » car le cercle ne désigne que la frontière extérieure du disque, qui lui est plein.

Exemple :

Calculer l'aire d'un disque de diamètre 6 cm :

- Le diamètre est le double du rayon. Donc si diamètre = 6 cm, alors $R = 6 \div 2 = 3$ cm.
- $\mathcal{A} = \pi \times R \times R = \pi \times 3 \times 3 = \pi \times 9\ cm^2$. → C'est la valeur exacte de l'aire.
- On peut trouver une valeur approchée grâce à la calculatrice (voir Annexe : « π sur la calculatrice »), ou en utilisant le fait que $\pi \approx 3{,}14$:

$$\mathcal{A} = \pi \times 9\ cm^2 \approx 3{,}14 \times 9\ cm \approx 28{,}26\ cm^2$$