

# séquence 14 : Equations



OBJECTIFS :

À la fin de cette séquence 14, je dois connaître...	Pour m'entraîner :		
<ul style="list-style-type: none"><li>Le vocabulaire des équations</li></ul>	Cours partie A		
Je dois savoir faire...	Pour m'entraîner :		
<ul style="list-style-type: none"><li>Résoudre une équation "directe"</li></ul>	☆☆	☆☆☆☆	☆☆☆☆
<ul style="list-style-type: none"><li>Utiliser la distributivité pour résoudre une équation</li></ul>			
<ul style="list-style-type: none"><li>Résoudre une équation produit</li></ul>			
<ul style="list-style-type: none"><li>Appliquer les équations à la résolution de problèmes</li></ul>			

## A) Vocabulaire et notions de base

### Vocabulaire :

- Équation : c'est une égalité comportant au moins un nombre dont la valeur n'est pas connue. On désigne ce nombre avec une lettre appelée inconnue.
- Solution : c'est la valeur de l'inconnue qui rend l'égalité vraie.
- Résoudre une équation : c'est trouver la (ou les) solution(s) de l'équation.

Remarque : une équation peut avoir plusieurs solutions !

### Exemples :

- «  $x + 1 = 3$  » est une équation à une seule inconnue  $x$ . Il n'y a qu'une seule solution qui est évidente :  $x = 2$  (car on a bien  $2 + 1 = 3$ ).
- «  $y^2 = 4$  » est une équation à une seule inconnue  $y$  mais avec 2 solutions ! En effet  $-2$  ET  $+2$  sont solutions de l'équation :  $(-2)^2 = (-2) \times (-2) = 4$  ET  $2^2 = 2 \times 2 = 4$  !

### Principes de résolution d'une équation :

- Vous pouvez considérer une équation comme une balance équilibrée et qui doit le rester : résoudre une équation, cela revient donc soit à modifier un des 2 membres de l'équation (un des côtés du « = ») sans changer la valeur du membre, soit à effectuer la même opération de chaque côté de l'égalité : si je retire 4 à gauche, je retire 4 à droite. Si je multiplie par 2,5 à droite, je multiplie aussi par 2,5 à gauche.
- Les opérations peuvent être groupées deux à deux : pour « annuler l'effet » d'une addition, on fait une soustraction (et vice-versa). Pour « annuler l'effet » d'une multiplication on fait une division (et vice-versa).
- Pour résoudre une équation, on cherche à regrouper toutes les inconnues dans un membre de l'équation, et toutes les constantes dans l'autre membre de l'équation.

## B) Résoudre une équation.

### 1. Équations « directes »

Propriété A : une égalité reste vraie lorsqu'on ajoute ou soustrait un même nombre à chacun de ses membres :

$$\text{Si } A = B, \text{ alors : } \begin{cases} A + k = B + k \\ A - k = B - k \end{cases}$$

Exemples :

$x + 3 = 7$	$x - 5 = 12$	$x + 9 = 2$	$x - 8 = -11$	$2x + 8 = x - 4$
$x + 3 - 3 = 7 - 3$	$x - 5 + 5 = 12 + 5$	$x + 9 - 9 = 2 - 9$	$x - 8 + 8 = -11 + 8$	$2x - 8 + 8 = x - 4 + 8$
<u><math>x = 4</math></u>	<u><math>x = 17</math></u>	<u><math>x = -7</math></u>	<u><math>x = -3</math></u>	$2x = x + 4$
				$2x - x = x + 4 - x$
				<u><math>x = 4</math></u>

Propriété B : une égalité reste vraie lorsqu'on multiplie ou divise chacun de ses membres par un même nombre (différent de 0 !):

$$\text{Si } A = B \text{ (et } k \neq 0), \text{ alors : } \begin{cases} A \times k = B \times k \\ A \div k = B \div k \end{cases}$$

Exemples :

$x \div 3 = 7$	$x \times 5 = 15$	$\frac{x}{2} = -3$	$6x = 42$
$x \div 3 \times 3 = 7 \times 3$	$x \times 5 \div 5 = 15 \div 5$	$\frac{x}{2} \times 2 = -3 \times 2$	$6x \div 6 = 42 \div 6$
<u><math>x = 21</math></u>	<u><math>x = 3</math></u>	<u><math>x = -6</math></u>	<u><math>x = 7</math></u>

Rappels :  $\frac{x}{2} = x \div 2$  ET  $6x = 6 \times x$  !!!

Méthode générale : enfin, on peut aussi combinaison des propriétés A et B en RESPECTANT LES PRIORITÉS OPÉRATOIRES !

Exemples :

$3x + 4 = 10$	$5y - 3 = 17$	$7 + \frac{x}{3} = 9$	$\frac{2x-5}{4} = 1,5$
$3x + 4 - 4 = 10 - 4$	$5y - 3 + 3 = 17 + 3$	$7 + \frac{x}{3} - 7 = 9 - 7$	$\frac{2x-5}{4} \times 4 = 1,5 \times 4$
$3x = 6$	$5y = 20$	$\frac{x}{3} = 2$	$2x - 5 = 6$
$3x \div 3 = 6 \div 3$	$5y \div 5 = 20 \div 5$	$\frac{x}{3} \times 3 = 2 \times 3$	$2x - 5 + 5 = 6 + 5$
<u><math>x = 2</math></u>	<u><math>x = 4</math></u>	<u><math>x = 6</math></u>	$2x = 11$
			<u><math>x = 5,5</math></u>

Pour t'exercer, fais les exercices suivants dans le livret d'exercices :

1, 2, 3...

En complément tu peux aussi faire :

a, b, c...

## 2. Utiliser la distributivité pour résoudre une équation

$$4(y+6)=5$$

Pour certaines équations, avant de les résoudre, il peut être pertinent d'utiliser la distributivité (voir Séquence 10) pour transformer son écriture et ainsi se ramener au cas vu précédemment :

Exemples :

$\underline{4(y + 6) = 36}$ <p>1) <u>On développe et on simplifie :</u></p> $4xy + 4 \times 6 = 36$ $4y + 24 = 36$ <p>2) <u>On résout :</u></p> $4y + 24 - 24 = 36 - 24$ $4y = 12$ $4y \div 4 = 12 \div 4$ $\underline{y = 3}$	$\underline{7 + x = 3(3x - 11)}$ <p>1) <u>On développe et on simplifie :</u></p> $7 + x = 3 \times 3x - 3 \times 11$ $7 + x = 9x - 33$ <p>2) <u>On résout :</u></p> $7 + x - 7 = 9x - 33 - 7$ $x = 9x - 40$ $x - 9x = 9x - 40 - 9x$ $-8x = -40$ $-8x \div (-8) = -40 \div (-8)$ $\underline{x = 5}$	$\underline{3(2x + 5) - 7 = 2(x + 6)}$ <p>1) <u>On développe et on simplifie :</u></p> $3 \times 2x + 3 \times 5 - 7 = 2 \times x + 2 \times 6$ $6x + 15 - 7 = 2x + 12$ $6x + 8 = 2x + 12$ <p>2) <u>On résout :</u></p> $6x + 8 - 8 = 2x + 12 - 8$ $6x = 2x + 4$ $6x - 2x = 2x + 4 - 2x$ $4x = 4$ $4x \div 4 = 4 \div 4$ $\underline{x = 1}$
--	---	--

Pour t'exercer, fais les exercices suivants dans le livret d'exercices :

4, 5, 6...

En complément tu peux aussi faire :

d, e, f...

## 3. Equations produit

Propriété : Si  $a \times b = 0$ , alors  $\underline{a = 0}$  OU  $\underline{b = 0}$ .

Les équations de cette forme sont appelées « équations produit » et ont en général 2 solutions. On note alors «  $\mathcal{S} = \{\text{l'ensemble des solutions de l'équation}\}$  » :

$\underline{(x - 2)(x - 5) = 0}$ $x - 2 = 0 \quad \text{OU} \quad x - 5 = 0$ $x - 2 + 2 = 0 + 2 \quad   \quad x - 5 + 5 = 0 + 5$ $x = 2 \quad   \quad x = 5$ $\underline{\mathcal{S} = \{2; 5\}}$	$\underline{(x + 4)(2x - 3) = 0}$ $x + 4 = 0 \quad \text{OU} \quad 2x - 3 = 0$ $x + 4 - 4 = 0 - 4 \quad   \quad 2x - 3 + 3 = 0 + 3$ $x = -4 \quad   \quad 2x = 3$ $2x \div 2 = 3 \div 2$ $x = 1,5$ $\underline{\mathcal{S} = \{-4; 1,5\}}$	$\underline{x^2 - 49 = 0} \text{ donc } x^2 - 7^2 = 0$ $(x - 7)(x + 7) = 0$ $x - 7 = 0 \quad \text{OU} \quad x + 7 = 0$ $x - 7 + 7 = 0 + 7 \quad   \quad x + 7 - 7 = 0 - 7$ $x = 7 \quad   \quad x = -7$ $\underline{\mathcal{S} = \{-7; 7\}}$
---	--	--

Pour t'exercer, fais les exercices suivants dans le livret d'exercices :

7, 8, 9...

En complément tu peux aussi faire :

g, h, i...