Séquence 15 : Trigonométrie

OBJECTIFS :

À la fin de cette Séquence 15, je dois connaître…	Pour m'entraîner :		
• Les formules de cosinus, sinus, tangente	Cours partie A		
• Les méthodes de résolution des problèmes	Cours partie B		
Je dois savoir faire…	**Pour m'entraîner :**		
	☆	☆☆	☆☆☆
• Calculer le cosinus, le sinus, et la tangente d'un angle aigu dans un triangle rectangle.			
• Utiliser les formules du cosinus, du sinus et de la tangente pour calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle.			
• Utiliser les formules du cosinus, du sinus et de la tangente pour calculer la mesure d'un angle dans un triangle rectangle.			

A) Cosinus, sinus, tangente d'un angle aigu

Définition : Dans un triangle rectangle :

→ Le sinus d'un angle aigu est le quotient : $\dfrac{\text{Côté opposé}}{\text{Hypoténuse}}$ $\left(S = \dfrac{O}{H}\right)$

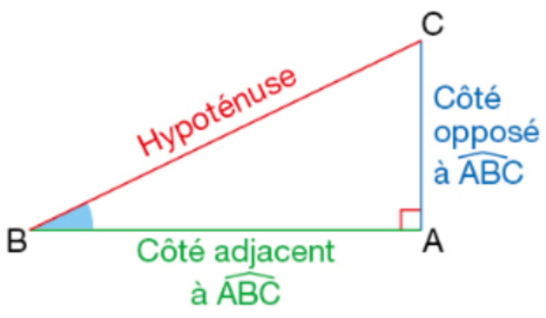
→ Le cosinus d'un angle aigu est le quotient : $\dfrac{\text{Côté adjacent}}{\text{Hypoténuse}}$ $\left(C = \dfrac{A}{H}\right)$

→ La tangente d'un angle aigu est le quotient : $\dfrac{\text{Côté adjacent}}{\text{Côté opposé}}$ $\left(T = \dfrac{O}{A}\right)$

Moyen mnémotechnique :

SOH-CAH-TOA

Exemple : dans le triangle ci-dessous ABC rectangle en A on a :



$$\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$$

$$\cos \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan \widehat{ACB} = \frac{AC}{AB}$$

Propriété : Dans un triangle rectangle, le cosinus et le sinus d'un angle aigu sont toujours compris entre 0 et 1 !

Propriété : Dans un triangle rectangle, pour tout angle aigu de mesure α on a :

$(\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1$ ET $\tan \alpha = \dfrac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

B) Utilisation pour résoudre des problèmes

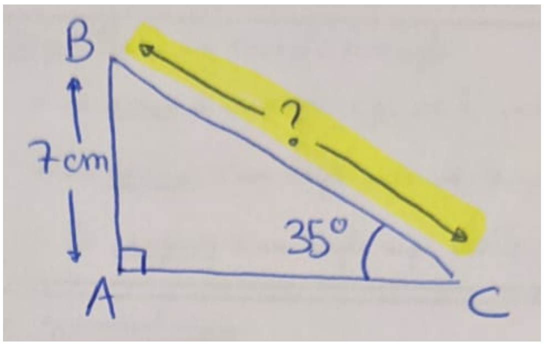
1. Pour calculer la longueur d'un côté d'un triangle dont on connaît un côté et un angle aigu :

Méthode :

1. Faire un schéma du triangle en plaçant toutes les informations connues.
2. Se demander quel est le côté dont on connaît la longueur, et quel côté cherche-t-on ?
3. Écrire le rapport (cosinus, sinus ou tangente ?) qui fait intervenir les 2 longueurs.
4. Résoudre l'égalité.

Exemple : Soit ABC un triangle rectangle en A. On a AB = 7 cm et $\widehat{ACB} = 35°$. Calculer CB :

1. Schéma :



2. On connaît le côté opposé à $\widehat{ACB}$: AB
On cherche l'hypoténuse : BC

3. On utilise donc le sinus :

$$\sin \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC}$$

4. On résout :

$$\sin 35° = \frac{7\ cm}{BC}$$

$$BC = \frac{7\ cm}{\sin 35°} \approx 12{,}2\ cm$$

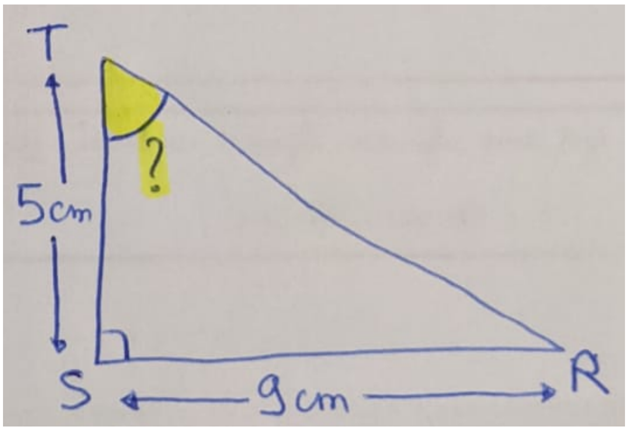
2. Pour déterminer la mesure d'un angle du triangle dont on connaît deux côtés :

Méthode :

1. Faire un schéma du triangle en plaçant toutes les informations connues.
2. Se demander quels sont les deux côtés dont on connaît la longueur ?
3. Écrire le rapport (cosinus, sinus ou tangente ?) qui fait intervenir les 2 longueurs.
4. Résoudre l'égalité.

Exemple : Soit RST un triangle rectangle en S. On a RS = 9 cm et TS = 5 cm. Calculer la mesure de $\widehat{RTS}$:

1. Schéma :



2. On connaît le côté opposé à $\widehat{RTS}$: RS
On connaît le côté adjacent à $\widehat{RTS}$: TS

3. On utilise donc la tangente :

$$\tan \widehat{RTS} = \frac{RS}{TS}$$

4. On résout :

$$\tan \widehat{RTS} = \frac{9\ cm}{5\ cm}$$

Pour trouver la valeur de $\widehat{RTS}$, il faut utiliser la touche « arctan » de la calculatrice :

$$\widehat{RTS} = \arctan\left(\frac{9}{5}\right) \approx 60{,}9°$$