

séquence 2 : Proportionnalité et pourcentages

A) Rappels sur la proportionnalité

1. Reconnaître une situation de proportionnalité.

Définition : Deux grandeurs sont dites proportionnelles si les valeurs de l'une sont obtenues en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre, appelé « coefficient de proportionnalité ».

On représente en général des grandeurs sous forme d'un tableau ou d'un graphique.

Plusieurs méthodes sont possibles pour déterminer si deux grandeurs sont proportionnelles entre elles :

	a) Chercher un coefficient de proportionnalité entre les 2 lignes du tableau. (tableau)	b) Vérifier si les produits en croix sont égaux. (tableau)	c) Vérifier si les points sont alignés avec l'origine du repère. (graphique)																		
Exemples	<p>Le prix des baguettes de pain dans une boulangerie :</p> <table border="1"> <tr> <td>Nombre</td> <td>1</td> <td>5</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>Prix (€)</td> <td>0,80</td> <td>4</td> <td>9,6</td> </tr> </table> <p>Il s'agit bien d'un tableau de proportionnalité. En effet :</p> $0,80 \div 1 = 0,8 \quad \quad 4 \div 5 = 0,8 \quad \quad 9,6 \div 12 = 0,8$	Nombre	1	5	12	Prix (€)	0,80	4	9,6	<p>La masse volumique du plomb :</p> <table border="1"> <tr> <td>VOLUME (cm³)</td> <td>2</td> <td>10</td> <td>15</td> <td>17</td> </tr> <tr> <td>Masse (g)</td> <td>22,7</td> <td>113,5</td> <td>170,25</td> <td>192,95</td> </tr> </table> <p>Il s'agit bien d'un tableau de proportionnalité. En effet :</p> $2 \times 113,5 = 227 = 10 \times 22,7$ $ET : 10 \times 170,25 = 1702,5 = 15 \times 113,5$ $ET : 15 \times 192,95 = 2894,25 = 17 \times 170,25$	VOLUME (cm ³)	2	10	15	17	Masse (g)	22,7	113,5	170,25	192,95	<p>La quantité de farine pour faire des crêpes :</p> <p>Il s'agit bien d'une situation de proportionnalité, car les points sont alignés sur une droite qui passe par l'origine du repère.</p>
Nombre	1	5	12																		
Prix (€)	0,80	4	9,6																		
VOLUME (cm ³)	2	10	15	17																	
Masse (g)	22,7	113,5	170,25	192,95																	

2. Calculer une quatrième proportionnelle.

Plusieurs méthodes permettent de calculer une valeur manquante par proportionnalité, en passant par un tableau de proportionnalité ou non.

Méthode 1 : Passage à l'unité

Exemple : Si 3 gâteaux coûtent 39€, combien coûtent 5 gâteaux ?

→ Prix d'1 gâteau : $39\text{€} \div 3 = 13\text{€}$

→ Prix de 5 gâteaux : $13\text{€} \times 5 = 65\text{€}$

Donc 5 gâteaux coûtent 65€.

Méthode 2 : Produit en croix dans un tableau de proportionnalité

Exemple : Dans une recette, il faut utiliser 3 œufs pour 35cL de lait. Combien faut-il de lait si l'on utilise 10 œufs ?

Nombre d'œufs	3	10
Quantité de lait (cL)	35	x

D'après l'égalité des produits en croix, on doit avoir :

$$3 \times x = 10 \times 35$$

$$\text{soit } x = (10 \times 35) \div 3 \approx 116,7$$

Il faut donc environ 117cL de lait pour réaliser cette recette avec 10 œufs.

Méthode 3 : Avec les propriétés de linéarité de la proportionnalité

Exemple : Si Camille met 20 min à parcourir 6km en vélo, et 15 min à parcourir 4,5km, le tout à vitesse constante. Combien lui faudra-t-il de temps pour parcourir 1,5 km ?

Distance (km)	6	4,5	$(6-4,5=)$ 1,5
Durée (min)	20	15	$(20-15=)$ 5

Il lui faudra donc 5 min pour parcourir 1,5km (remarque : on aurait aussi pu faire $4,5\text{km}+3=1,5\text{km}$ donc il lui faudra $15\text{min}+3=5\text{min}$, c'est aussi utiliser les propriétés de linéarité).

B) Pourcentages

Propriété : Pour calculer $t\%$ d'une quantité, il suffit de multiplier cette quantité par $\frac{t}{100}$

Exemples :

- 12% de 150 = $\frac{12}{100} \times 150 = 12 \times \frac{150}{100} = 12 \times 1,5 = 18$

- Dans un magasin, un pull dont le prix est de 35€ a une réduction de 30%. Quel est son nouveau prix ?

→ On commence par calculer le montant de la réduction : 30% de 35€ = $\frac{30}{100} \times 35€ = 0,3 \times 35€ = 10,5€$.

→ Puis on calcule le nouveau prix : Prix initial - Réduction = 35€ - 10,5€ = 24,5€.

Une fois que l'on a appliqué la réduction, le pull coûte 24,5€.

- Un salarié gagne 1800€ par mois. Il obtient une augmentation de 7%. Quel est son nouveau salaire ?

→ On commence par calculer le montant de l'augmentation : 7% de 1800€ = $\frac{7}{100} \times 1800€ = 7 \times 18 = 126€$.

→ Puis on calcule le nouveau salaire : Salaire initial + Augmentation = 1800€ + 126€ = 1926€.

Après son augmentation, le salarié a un salaire de 1926€ par mois.

Propriété : Pour exprimer une proportion en pourcentage, il faut la mettre sous forme de fraction de dénominateur 100.

Remarque : On peut éventuellement utiliser un tableau de proportionnalité pour ça !

Exemple : Un gâteau de 160g contient 50g de chocolat. Quelle est le pourcentage de chocolat dans ce gâteau ?

On cherche donc à exprimer la fraction $\frac{50}{160}$ sous la forme $\frac{x}{100}$.

a. Avec un tableau de proportionnalité :

Chocolat (g)	50	x
Gâteau (g)	160	100

D'après l'égalité des produits en croix : $x \times 160 = 50 \times 100$
Soit : $x = (50 \times 100) \div 160 = 31,25$

b. Par calcul sur les fractions : $\frac{50}{160} = \frac{50 \div 1,6}{160 \div 1,6} = \frac{31,25}{100}$

Au final, ce gâteau contient 31,25% de chocolat.