

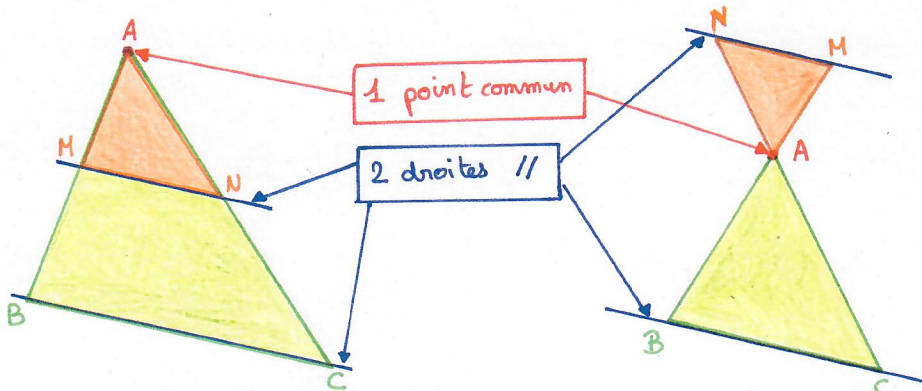
Séquence 7 : Théorème de Thalès – SENS DIRECT

A) Cours.

Introduction/Rappels : Nous avons vu dans la séquence 4 les « triangles semblables », qui ont leurs angles égaux 2 à 2, ainsi que leurs longueurs proportionnelles 2 à 2. Le théorème de Thalès est une configuration particulière de triangles semblables.

Configuration « classique »

Configuration « en papillon »



Démontrer avec le Théorème de Thalès :

On sait que :

- * Les points A, M et B d'une part, et A, N et C d'autre part sont alignés.
- * Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

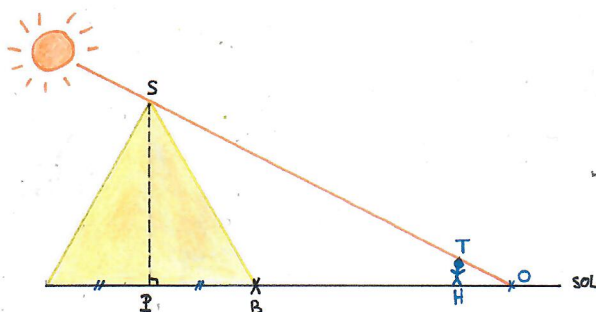
On remplace ensuite les longueurs connues par leurs valeurs puis on fait des produits en croix pour trouver les valeurs manquantes !

B) Exemples.



EXEMPLE 1 : Thalès de Milet est un philosophe et savant grec, qui aurait vécu aux alentours de 600 avant J.-C. On lui attribue de nombreux exploits comme la prédiction d'une éclipse de soleil ou encore le calcul de la pyramide de Kheops (voir photographie ci-contre).

Pour mesurer ce monument, il aurait utilisé l'alignement entre son ombre et celle de la pyramide :



Thalès mesurait 1,73 m a alors mesuré son ombre : 3,5 m
et celle de la pyramide : 163,4 m.

a) Sachant que la base de la pyramide mesure 231 m, en déduire la longueur PB, puis la longueur OP :

$$PB = 231 \div 2 = 115,5 \text{ m}$$

$$OP = PB + BO = 115,5 + 163,4 = 278,9 \text{ m}$$

b) Justifier le fait que les droites (SP) et (TH) sont parallèles :

On sait que (SP) et (TH) sont perpendiculaires à (OP).

On si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.

Donc les droites (SP) et (TH) sont parallèles.

c) En déduire la hauteur de la pyramide (i.e. la longueur SP) :

On sait que :

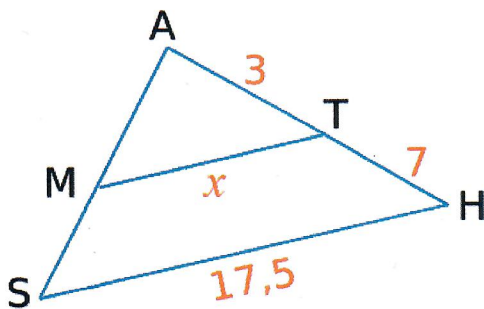
• Les points O, H et P d'une part, et O, T et S d'autre part sont alignés

• Les droites (SP) et (TH) sont parallèles.

Donc d'après le théorème de Thalès : $\left(\frac{OT}{OS}\right) = \frac{OH}{OP} = \frac{TH}{SP}$

Soit $\frac{3,5}{278,9} = \frac{1,73}{SP}$ d'où $SP = \frac{1,73 \times 278,9}{3,5} \approx \boxed{137,9 \text{ m}}$

EXEMPLE 2 :



Sachant que les droites (MT) et (SH) sont parallèles, calculer x :

On sait que :

• A, M et S d'une part ; A, T et H d'autre part sont alignés.

• (MT) et (SH) sont parallèles.

Donc d'après le théorème de Thalès :

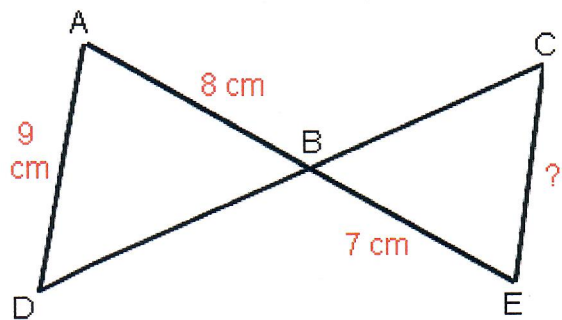
$$\left(\frac{AM}{AS}\right) = \frac{AT}{AH} = \frac{MT}{SH}$$

Soit $\frac{3}{3+7} = \frac{x}{17,5}$ d'où $\frac{3}{10} = \frac{x}{17,5}$

Et donc au final :

$$x = \frac{3 \times 17,5}{10} = \boxed{5,25}$$

EXEMPLE 3 :



Sachant que les droites (AD) et (CE) sont parallèles, calculer la longueur CE :

On sait que :

• A, B et E d'une part ; D, B et C d'autre part sont alignés.

• (AD) et (CE) sont parallèles.

Donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{BA}{BE} = \frac{BD}{BC} = \frac{AD}{CE}$$

Soit $\frac{8}{7} = \frac{9}{CE}$

Et donc au final :

$$CE = \frac{9 \times 7}{8} = \boxed{7,875 \text{ cm}}$$