

Sequence 8 : Puissance d'un nombre

A) Puissances de 10

Définition : Si n est un entier strictement positif, alors on notera :

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ fois}} = \underbrace{100\dots0}_{n \text{ zéros}} \quad \text{ET} \quad 10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0,00\dots01}_{n \text{ zéros}}$$

Exemples :

- $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$ et $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1\,000} = 0,001$
- $10^{-9} = \frac{1}{10^9} = \frac{1}{1\,000\,000\,000} = 0,000\,000\,001$

B) Écriture scientifique

Définition : L'écriture scientifique d'un nombre décimal positif est l'écriture de la forme $a \times 10^n$ avec :

- a est un nombre décimal tel que $1 \leq a < 10$ (avec donc 1 seul chiffre devant la virgule)
- n est un nombre entier relatif

Exemples :

- Le rayon du soleil est de 6 95 000 km = $6,95 \times 10^5$ km.
- La vitesse de la lumière est de $2,997\,924\,58 \times 10^8$ m/s = 299 792 458 m/s
- L'atome d'actinide (un des plus gros) a un diamètre de 0,000 000 000 29 m = $2,9 \times 10^{-10}$ m
- Le noyau de l'atome d'uranium a un diamètre de l'ordre de 2×10^{-14} m = 0,000 000 000 000 02 m

C) Puissances et propriétés

Définition : Si a est un entier relatif et $n \geq 2$ alors :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}} \quad \text{ET} \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Exemple :

$5^2 = 5 \times 5 = 25$	$5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25} = 0,04$	$6^7 = 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 279\,936$	$6^{-7} = \frac{1}{6^7} \approx 3,5 \times 10^{-6}$
-------------------------	--	--	---

Cas particuliers : $a^1 = a$ quel que soit a , et si $a \neq 0$ alors $a^0 = 1$.

Propriétés :

- $a^m \times a^n = \underbrace{a \times \dots \times a}_m \times \underbrace{a \times \dots \times a}_n = a^{m+n}$ et de même $a^m \div a^n = a^{m-n}$
- Dans une expression sans parenthèses, on calcule les puissances avant les multiplications et les divisions !

Exemples :

$156^0 = 1$	$42^1 = 42$	$15^5 \times 15^8 = 15^{5+8} = 15^{13}$	$34,8^9 \div 34,8^{12} = 34,8^{9-12} = 34,8^{-3}$
-------------	-------------	---	---