Séquence 2 : Pourcentages et proportionnalité

OBJECTIFS :

À la fin de cette Séquence 2, je dois **connaître**...	Pour m'entraîner :
Dans quel cas je suis dans une situation de proportionnalité ou non.	Cours partie A)1.
Au moins une ou deux méthodes pour calculer une quatrième proportionnelle.	Cours partie A)2.
La propriété permettant de calculer t% d'une quantité.	Cours partie B)
La propriété permettant d'exprimer une proportion en pourcentage.	Cours partie B)

Je dois **savoir faire**...	Pour m'entraîner : ☆	☆☆	☆☆☆
Reconnaître une situation de proportionnalité.	n°1, 3	n°2	
Compléter un tableau de proportionnalité.	n°4	n°5	
Résoudre des problèmes dans des situations de proportionnalité.		n°6, 7	
Appliquer un pourcentage.	n°8, 9, 10		
Calculer un nouveau prix après réduction ou augmentation.	n°11		
Exprimer une proportion en pourcentage.	n°12	n°14	n°13
Exercices type Brevet	n°16 (⚠)	n°15	n°17

A) Rappels sur la proportionnalité

1. Reconnaître une situation de proportionnalité

Définition 1 :

Deux *grandeurs* sont dites proportionnelles si les *valeurs* de l'une sont obtenues en multipliant les *valeurs* de l'autre toujours par un même nombre, appelé **coefficient de proportionnalité**.

On représente en général des grandeurs sous forme d'un tableau ou d'un graphique. Il exite plusieurs méthodes pour déterminer si deux grandeurs sont proportionnelles entre elles ou non :

Méthode 1 : Chercher un coefficient de proportionnalité entre les 2 lignes du tableau

Voici le prix des baguettes de pain dans une boulangerie :

Nombre de baguettes	1	5	12
Prix (en €)	0,80	4	9,6

× 0,8

Il s'agit bien d'un tableau de proportionnalité. En effet :

$0,80 \div 1 = 0,8$ $\quad$ $4 \div 5 = 0,8$ $\quad$ $9,6 \div 12 = 0,8$

Méthode 2 : Vérifier si les produits en croix sont égaux

Voici la masse de béton nécessaire à la fabrication d'un volume donné :

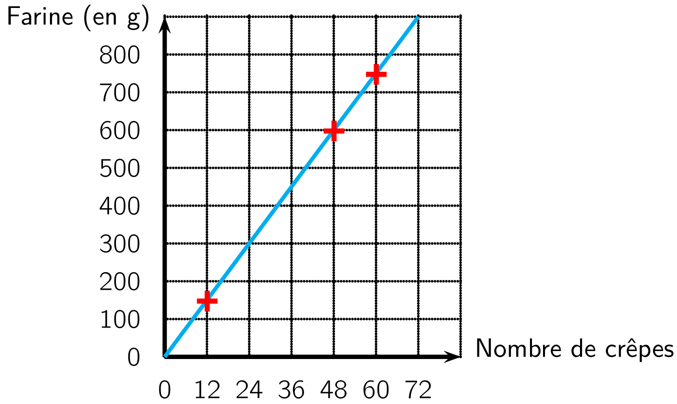
Volume de béton (m^3)	1,5	4	6,2
Masse de béton (kg)	525	1 400	2 170

Il s'agit bien d'un tableau de proportionnalité. En effet :

$1,5 \times 1\,400 = 2\,100$ $\quad$ $525 \times 4 = 2\,100$ $\quad$ ET $\quad$ $4 \times 2\,170 = 8\,680$ $\quad$ $1400 \times 6,2 = 8\,680$

Méthode 3 : Vérifier si les points du graphique sont alignés avec l'origine du repère

Voici la quantité de farine nécessaire pour faire des crêpes :



Il s'agit bien d'une situation de proportionnalité, car les points sont alignés sur une droite qui passe par l'origine du repère.

2. Calculer une quatrième proportionnelle

Plusieurs méthodes permettent de calculer une valeur manquante par proportionnalité, en passant par un tableau de proportionnalité ou non.

Méthode 1 : Passage à l'unité

Si 3 gâteaux coûtent 39 €, combien coûtent 5 gâteaux ?

- Prix d'1 gâteau : 39 €$\div$ 3 = **13 €**
- Prix de 5 gâteaux : 13 €$\times$ 5 = **65 €**

5 gâteaux coûtent donc 65 €.

Méthode 2 : Produit en croix dans un tableau de proportionnalité

Dans une recette, il faut utiliser 3 œufs pour 35 cL de lait. Combien faut-il de lait si on utilise 10 œufs ?

Nombre d'œufs	3	10
Quantité de lait (en cL)	35	x

D'après *l'égalité des produits en croix*, on doit avoir :

$$3 \times x = 10 \times 35$$

$$\text{soit } x = 10 \times 35 \div 3 \approx 116,7$$

Il faut donc environ 117 cL de lait pour réaliser cette recette avec 10 œufs.

Méthode 3 : Avec les propriétés de linéarité de la proportionnalité

Camille met 20 min à parcourir 6 km en vélo, et 15 min à parcourir 4,5 km, le tout à vitesse constante. Combien de temps lui faut-t-il pour parcourir 1,5 km ?

$-$

Distance (en km)	6	4,5	*6 - 4,5* = 1,5
Durée (en min)	20	15	*20 - 15* = 5

Il lui faudra donc 5 min pour parcourir 1,5 km.

Remarque : On aurait aussi pu faire 4,5 km $\div$ 3 = 1,5 km et donc 15 min $\div$ 3 = 5 min. C'est aussi de la linéarité.

B) Pourcentages

Propriété 1 : Pour calculer $t\%$ d'une quantité, il suffit de multiplier cette quantité par $\frac{t}{100}$.

Exemple(s) :

- $12~\%$ de $150 = \frac{12}{100} \times 150 = 18$

- **IMPORTANT :** Dans un magasin, un pull dont le prix initial est de 35 € bénéficie d'une réduction de 30 %. Quel est son nouveau prix ?

  — On commence par calculer le montant de la réduction : 30 % de 35 € $= \frac{30}{100} \times 35 = 10,5$ €.

  — Puis on calcule le nouveau prix : **prix initial** − **réduction** = 35 € − 10,5 € = 24,5 €.

  Après réduction de 30%, ce pull coûte désormais 24,50 €.

- **IMPORTANT :** Un salarié gagne 1 800 € par mois. Il obtient une augmentation de 7%. Quel est son nouveau salaire ?

  — On commence par calculer le montant de l'augmentation : 7 % de 1 800 € $= \frac{7}{100} \times 1\,800 = 126$ €.

  — Puis on calcule le nouveau salaire : **salaire initial** + **augmentation** = 1 800 € + 126 € = 1 926 €.

  Après son augmentation de 7%, ce salarié gagne désormais 1 926 € par mois.

Propriété 2 : Pour exprimer une proportion en pourcentage, il faut la mettre sous forme d'une fraction de dénominateur 100. On peut pour cela s'aider d'un tableau de proportionnalité.

Exemple(s) :

Un gâteau de 160 g contient 50 g de chocolat. Quel est le pourcentage de chocolat dans ce gâteau ?
Cela revient tout simplement à se demander combien il y a de chocolat dans 100 g du gâteau !

Chocolat (en g)	50	x
Gâteau (en g)	160	100

D'après l'égalité des produits en croix :

$$x \times 160 = 50 \times 100$$

$$\text{soit : } x = \frac{50 \times 100}{160} = 31,25$$

Ce gâteau contient donc 31,25 % de chocolat.