

## Séquence 3 : Puissances d'un nombre

**OBJECTIFS :**

À la fin de cette Séquence 3, je dois <b>connaître</b> ...	Pour m'entraîner :
Les définitions des puissances d'exposant positif ET négatif.	Cours partie A et C
La forme d'un nombre en écriture scientifique.	Cours partie B
Les propriétés de calcul des puissances.	Cours partie C

Je dois <b>savoir faire</b> ...	Pour m'entraîner :		
	★	★★	★★★
Calculer une puissance de 10 (positive ou négative).	n°1, 2	n°3	n°4
Reconnaître un nombre en écriture scientifique.	n°5		
Mettre un nombre en écriture scientifique.	n°6	n°7	
Calculer la puissance d'un nombre (positive ou négative).	n°8, 9	n°10, 11	n°12
Utiliser les propriétés des puissances pour simplifier et effectuer des calculs.	n°13		n°14, 15
Résoudre des problèmes faisant appel aux puissances.	n°16	n°17	n°18
Exercices type Brevet.			n°19, 20

### A) Puissances de 10

#### 📌 **Définition 1 : Puissances de 10**

Si  $n$  est un entier strictement positif, alors on notera :

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ fois}} = \underbrace{100\dots0}_{n \text{ zéros}} \quad \text{ET} \quad 10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0,00\dots01}_{n \text{ zéros}}$$

#### 📌 Exemple(s) :

👉  $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$

👉  $10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\ 000$

👉  $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10} = \frac{1}{1\ 000} = 0,001$

👉  $10^{-9} = \frac{1}{10^9} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10} = \frac{1}{1\ 000\ 000\ 000} = 0,000\ 000\ 001$

### B) Écriture scientifique

#### 📌 **Définition 2 : Écriture scientifique**

L'écriture scientifique d'un nombre décimal est une écriture de la forme  $a \times 10^n$  avec :

- 👉  $a$  un nombre décimal avec **1 seul chiffre non nul devant la virgule**
- 👉  $n$  un nombre entier relatif

#### 📌 Exemple(s) :

Parmi les écritures suivantes, entoure celles qui sont bien des écritures scientifiques :

$4,63 \times 10^5$

$0,256 \times 10^3$

$15,358 \times 10^7$

$9,999 \times 10^{25}$

$80 \times 10^{-3}$

$4,007\ 6 \times 10^{-62}$

$7 \times 10^{-9}$

$1,01 \times 10^{5\ 362}$

$8,99007 \times 10^2$

$3,4 \times 10^{4,6}$

$56,3 \times 10^{-6,8}$

$6 \times 10^{325}$

### Exemple(s) :

- ☞ Le rayon du soleil est de 695 000 km =  $6,95 \times 10^5$  km.
- ☞ La vitesse de la lumière est de  $2,99792458 \times 10^8$  m/s = 299 792 458 m/s.
- ☞ L'atome d'actinide (un des plus gros) a un diamètre de 0,000 000 000 29 m =  $2,9 \times 10^{-10}$  m.
- ☞ Le noyau de l'atome d'uranium a un diamètre de l'ordre de  $2 \times 10^{-14}$  m = 0,000 000 000 000 02 m.

## C) Puissances et propriétés

### 🔑 Définition 3 : Puissances

Si  $n$  est un entier  $\geq 2$ , et si  $a$  est un entier relatif, alors on notera :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}} \quad \text{ET} \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

### Exemple(s) :

$$\text{☞ } 5^2 = 5 \times 5 = 25$$

$$\text{☞ } 6^7 = 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 279\,936$$

$$\text{☞ } 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{5 \times 5} = \frac{1}{25} = 0,04$$

$$\text{☞ } 6^{-7} = \frac{1}{6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6} = \frac{1}{279\,936} \approx 3,5 \times 10^{-6}$$

### 🔑 Propriété 1 : Cas particuliers

- ☞ Quel que soit  $a$  on a toujours  $a^1 = a$
- ☞ Si  $a \neq 0$  on a alors toujours  $a^0 = 1$

### 🔑 Propriété 2 : Calculer avec les puissances

$$a^m \times a^p = a^{m+p} \qquad \frac{a^m}{a^p} = a^{m-p} \qquad (a^m)^p = a^{m \times p}$$

### ✂ Démonstration :

$$\text{☞ } 7^5 \times 7^3 = \overbrace{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7}^{5 \text{ fois}} \times \overbrace{7 \times 7 \times 7}^{3 \text{ fois}} = \overbrace{7 \times 7 \times \dots \times 7}^{5+3 \text{ fois}} = 7^{5+3}$$

$$\text{☞ } \frac{4^5}{4^2} = \frac{\cancel{4} \times \cancel{4} \times 4 \times 4 \times 4}{\cancel{4} \times \cancel{4}} = 4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 4^{5-2}$$

$$\text{☞ } (9^2)^3 = (9 \times 9)^3 = (9 \times 9) \times (9 \times 9) \times (9 \times 9) = \overbrace{9 \times 9 \times \dots \times 9}^{2 \times 3 \text{ fois}} = 9^{2 \times 3}$$



Remarque : Dans une expression sans parenthèses, on calcule les puissances **avant** les multiplications et les divisions !

$$-2^2 = -(2 \times 2) = -4$$

ALORS QUE

$$(-2)^2 = (-2) \times (-2) = +4$$