Séquence 5 : Triangles superposables et semblables

OBJECTIFS :

À la fin de cette Séquence 5, je dois **connaître**...	Pour m'entraîner :
La définition et les propriétés des triangles superposables.	Cours partie A
Les **deux caractérisations** des triangles semblables.	Cours partie B
La définition d'un facteur d'agrandissement ou de réduction.	Cours partie C

Je dois **savoir faire**...	Pour m'entraîner : ☆	☆☆	☆☆☆
Montrer que deux triangles sont superposables.	n°1	n°2	n°3
Trouver une longueur manquante dans des triangles semblables **grâce à leurs angles**.	n°4, 5	n°6	n°7
Trouver un angle manquant dans des triangles semblables **grâce à leurs longueurs**.	n°8		
Calculer et utiliser un facteur d'agrandissement/de réduction.	n°9	n°10	
Exercice type Brevet.			n°11

A) Triangles superposables

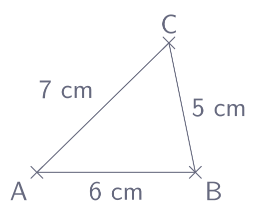
1. Définition et exemple

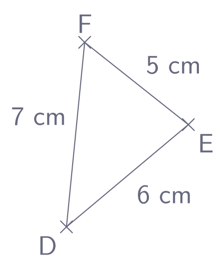
Définition 1 : Triangles superposables

....

....

Exemple(s) :



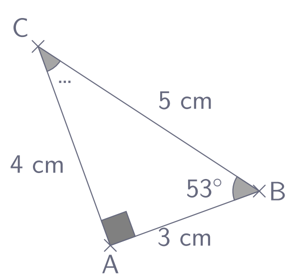


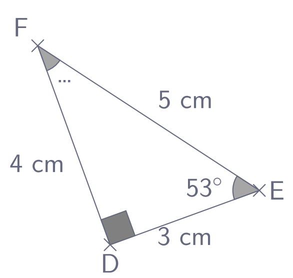
....

....

2. Propriétés

Exemple(s) :





1) Calcule les aires des triangles ABC et DEF :

....

....

2) Calcule les angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{DFE}$:

....

....

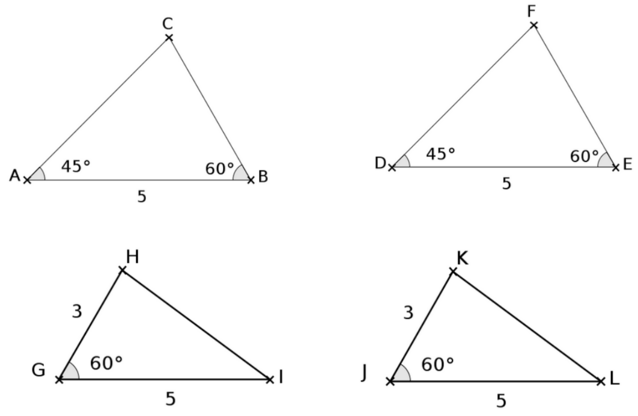
Propriété 1 :

....
....
....
....
....

Propriété 2 :

....
....
....
....
....

Exemple(s) :



Dans le schéma ci-contre :

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

B) Triangles semblables

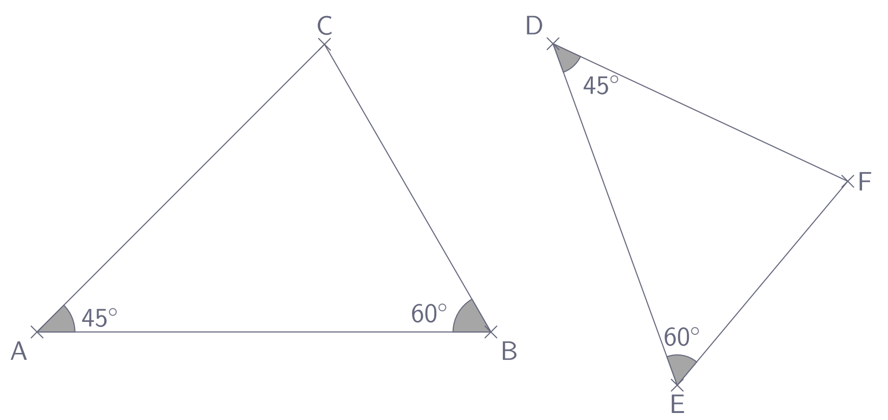
1. Caractérisations

Définition 2 : Caractérisation *par les angles*

....
....

Remarque : Il suffit que 2 des angles soient égaux ! En effet, comme dans un triangle, la somme des angles est toujours égale à 180°, si deux triangles ont 2 angles identiques, alors le troisième angle est également identique.

Exemple(s) :



Triangle ABC	Triangle DEF
....	....
....	....
....	....

En effet :

....

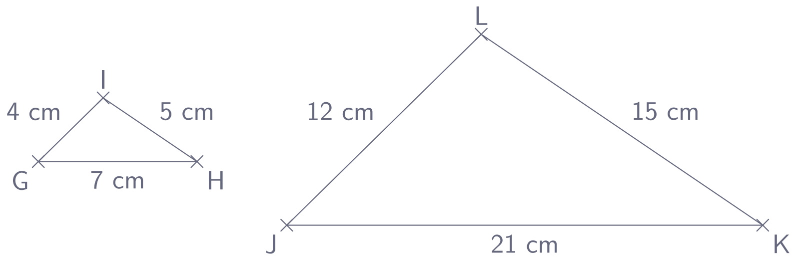
Les triangles ABC et DEF ont leurs angles égaux deux à deux, ce sont donc des triangles semblables.

Définition 3 : Caractérisation *par les longueurs*

....

....

Exemple(s) :



Triangle GHI	GH = ...	HI = ...	IG = ...
Triangle JKL	JK = ...	KL = ...	JL = ...

....

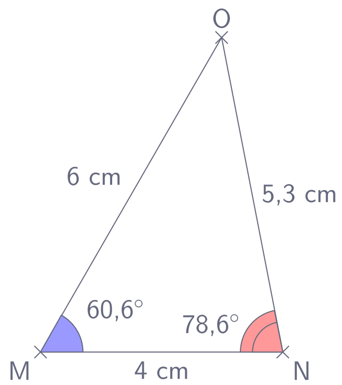
C'est bien un **tableau de proportionnalité** (de coefficient ...) donc les triangles GHI et JKL sont semblables.

2. Utiliser les triangles semblables pour démontrer

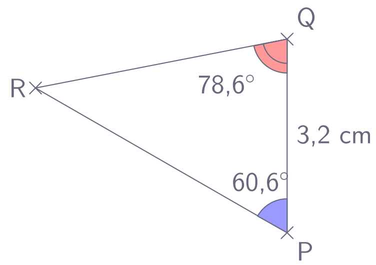
a. Trouver une longueur manquante dans des triangles semblables *grâce à leurs angles*.

Dans le cas où les angles sont connus et que l'on cherche l'une des longueurs, on utilise la **définition 2** pour démontrer que les triangles sont semblables, puis la **définition 3** pour dire que les longueurs sont proportionnelles et ainsi calculer la longueur manquante.

Exemple(s) :



Calculer les longueurs RQ et RP dans le triangle ci-dessous :



Méthode 1 :

1) Montrer que les triangles sont semblables :

....

....

....

....

2) En déduire la (ou les) longueur(s) manquante(s) :

....

....

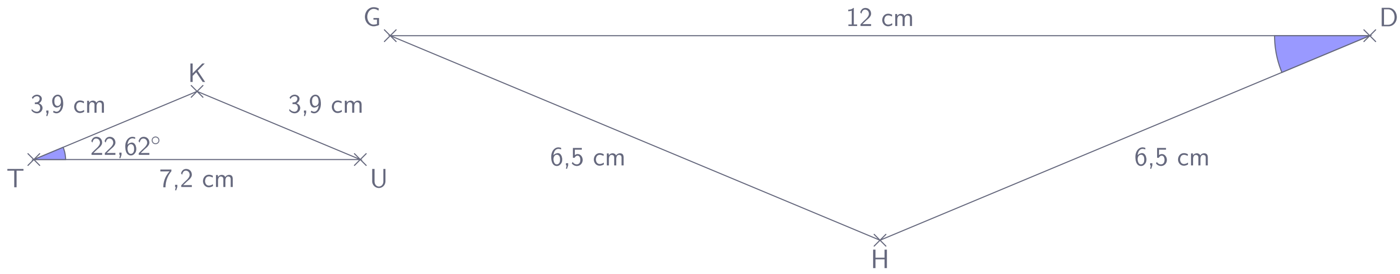
Angle « en face »	$\widehat{MON} = \widehat{PRQ}$	$\widehat{MNO} = \widehat{PQR}$	$\widehat{NMO} = \widehat{QPR}$
Triangle MNO	....	....	....
Triangle PQR	....	....	....

b. Trouver un angle manquant dans des triangles semblables *grâce à leurs longueurs.*

Dans le cas où les angles sont connus et que l'on cherche l'une des longueurs, on utilise la **définition 3** pour démontrer que les triangles sont semblables, puis la **définition 2** pour dire que les angles sont égaux et ainsi en déduire l'angle manquant.

☞ **Exemple(s) :**

Trouver l'angle $\widehat{GDH}$ dans le triangle ci-dessous :



Méthode 2 :

1) Montrer que les triangles sont semblables :

Triangle TUK	....	....	....
Triangle DGH	....	....	....

....
....
....

2) En déduire l'angle manquant :

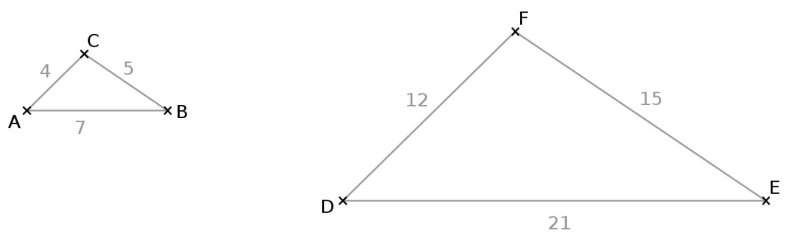
....
....
....

C) Facteur d'agrandissement/de réduction

Définition 4 : Facteur d'agrandissement/de réduction

....
....
....

☞ **Exemple(s) :**



On peut donc dire que :

- ☞ Le triangle DEF est un **agrandissement** du triangle ABC de facteur ...
- ☞ Le triangle ABC est une **réduction** du triangle DEF de facteur ...

× ......

Triangle ABC	AB =	AC =	BC =
Triangle DEF	DE =	DF =	EF =

÷ ......