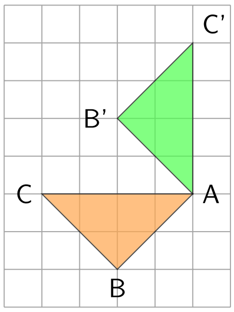
$\underline{\text{S5}}$: Triangles superposables et semblables - **Livret d'exercices**

☞ **Exercice 1** : ☆



Les triangles ABC et AB'C' sont-ils superposables ? Justifier.
On a :

☞ AC = AC' = 4 carreaux

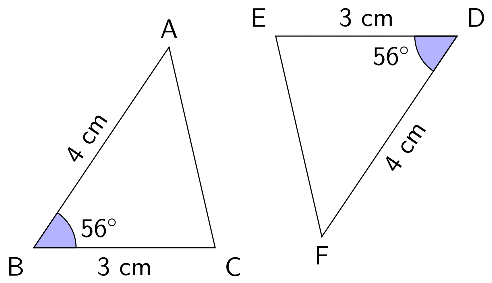
☞ AB = AB' = 2 carreaux en diagonale

☞ BC = B'C' = 2 carreaux en diagonale

Les longueurs des triangles ABC et AB'C' sont égales deux à deux, donc **oui, les triangles ABC et AB'C' sont superposables**.

☞ **Exercice 2** : ☆☆

1) Les triangles ABC et FDE sont-ils superposables ? Justifier.



On a :

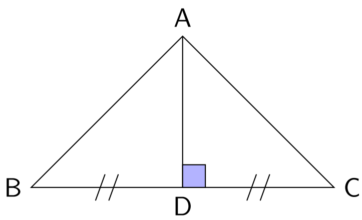
☞ BA = DF = 4 cm

☞ BC = DE = 3 cm

☞ $\widehat{ABC} = \widehat{EDF} = 56°$

Les triangles ABC et DEF ont **un angle égal entre deux côtés égaux**, ce sont donc bien des triangles superposables.

2) Les triangles ADB et ADC sont-ils superposables ? Justifier (les points B, D et C sont alignés).



On a :

☞ un côté commun AD (donc forcément de même longueur)

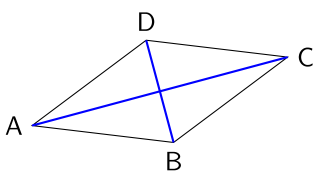
☞ BC = DC d'après les codages

☞ $\widehat{BDA} = \widehat{BDC} - \widehat{ADC} = 180° - 90° = 90°$ donc $\widehat{BDA} = \widehat{ADC}$

Les triangles ADB et ADC ont **un angle égal entre deux côtés égaux**, ce sont donc bien des triangles superposables.

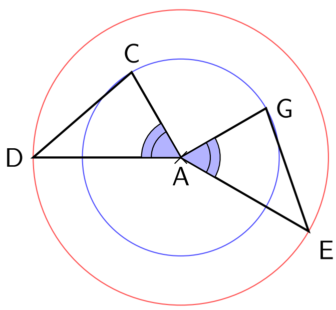
☞ **Exercice 3** : ☆☆☆

1) ABCD est un losange. Montrer que les quatre triangles formés par les diagonales du losange sont des triangles égaux.



ABCD est un losange, donc ses diagonales **se coupent à angle droit et en leur milieu**. Les 4 triangles formés par les diagonales ont donc tous un angle droit compris entre un côté mesurant la taille d'une demie petite diagonale, et un autre la taille d'une demie grande diagonale. Les 4 triangles ont donc **un angle égal entre deux côtés égaux**, ce sont donc bien des triangles égaux.

2) Les triangles ACD et AGE sont-ils superposables ? Justifier.



On a :

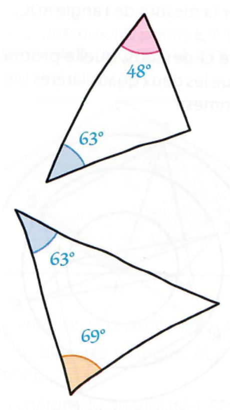
☞ C et G sont sur le cercle de centre A donc AC = AG

☞ D et E sont sur le cercle de centre A donc AD = AE

☞ $\widehat{CAD} = \widehat{GAE}$ d'après les codages.

Les triangles ACD et AGE ont **un angle égal entre deux côtés égaux**, ce sont donc bien des triangles superposables.

Exercice 4 : ☆



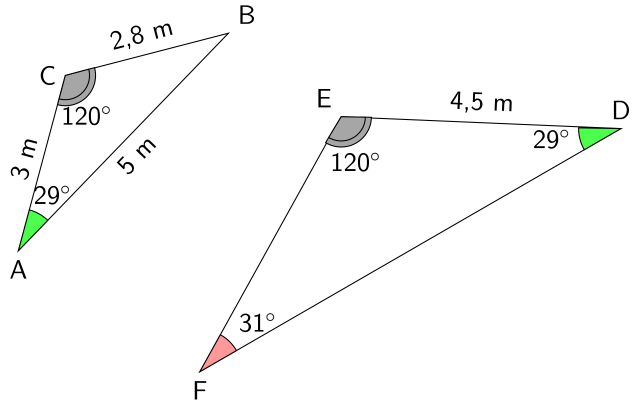
Les triangles ci-contre sont-ils semblables ? Justifier.

La somme des angles d'un triangle est toujours égale à 180°. Calculons donc les angles manquants :

- Triangle du haut : Angle manquant $= 180° - (63° + 48°) = 180° - 111° = 69°$.
- Triangle du bas : Angle manquant $= 180° - (63° + 69°) = 180° - 132° = 48°$.

Les deux triangles ont leurs angles deux à deux égaux (48°, 63° et 69°), **ce sont donc bien des triangles semblables**.

Exercice 5 : ☆



1) Que peut-on dire des triangles ABC et DEF ? Justifier.

Les triangles ABC et DEF ont deux angles égaux deux à deux (29° et 120°), ce sont donc des **triangles semblables**.

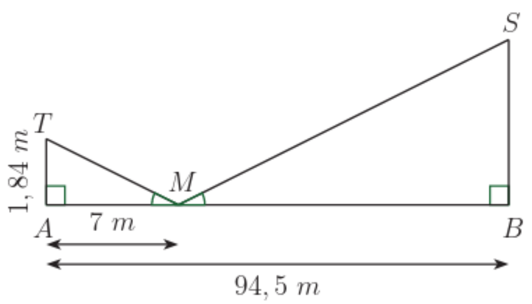
2) En déduire les longueurs EF et DF :

ABC	BC = 2,8 m	AC = 3 m	AB = 5 m
DEF	EF $= \dfrac{2,8 \times 4,5}{3} = 4{,}2$	ED = 4,5 m	DF $= \dfrac{5 \times 4,5}{3} =$ 7,5 m

On a donc : $EF = 4,2$ m et $DF = 7,5$ m

Exercice 6 : ☆☆

Pour estimer la hauteur de l'obélisque de la Concorde à Paris, un touriste mesurant 1,84 m regarde dans un miroir (M) dans lequel il arrive à voir le sommet (S) de l'obélisque. Les angles $\widehat{AMT}$ et $\widehat{BMS}$ ont la même mesure.
Calculer la hauteur de l'obélisque.

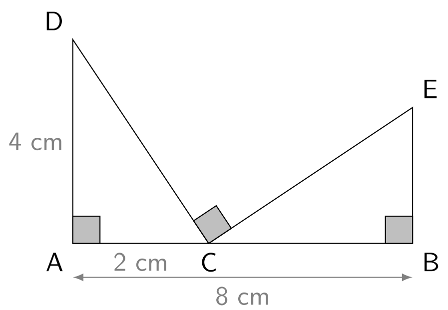


Les triangles AMT et BMS ont deux angles égaux deux à deux ($\widehat{AMT} = \widehat{BMS}$ d'après l'énoncé ; et $\widehat{MAT} = \widehat{MBS} = 90°$ d'après les codages). Ce sont donc des triangles semblables. Or deux triangles semblables ont leurs longueurs proportionnelles deux à deux :

Triangle AMT	$AM = 7$ m	$AT = 1,84$ m
Triangle AMT	$BM = 94,5 - 7 = 87,5$ m	$BS = \dfrac{1,84 \times 87,5}{7} = 23$ m

L'obélisque de la Concorde mesure donc **23 m** de haut.

Exercice 7 : ☆☆☆



Les points A, C et B sont alignés.

1) Démontrer que $\widehat{ACD} = \widehat{BEC}$:

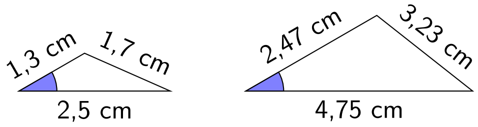
La somme des angles d'un triangle est toujours égale à 180°.
Donc $\widehat{BCE} + \widehat{BEC} = 90°$ et $\widehat{ACD} + \widehat{BCE} = 90°$ (car A, C et B sont alignés), donc $\widehat{ACD} = \widehat{BEC}$.

2) On donne AC = 2 cm, AD = 4 cm et AB=8 cm. Calculer BC et BE :

Triangle ACD	$AC = 2$ cm	$AD = 4$ cm
Triangle BCE	$BC = 8 - 2 = 6$ cm	$BE = \dfrac{4 \times 6}{2} = 12$ cm

Exercice 8 : ☆

Juliette affirme : « Les angles marqués ont la même mesure. »
Cette affirmation est-elle exacte ? Justifier.

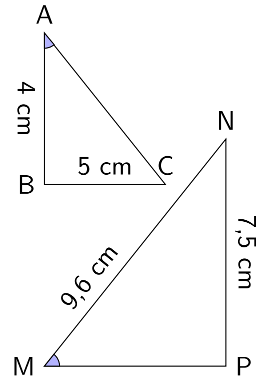


$$\frac{2,47}{1,3} = 1,9 \quad \text{et} \quad \frac{3,23}{1,7} = 1,9 \quad \text{et} \quad \frac{4,75}{2,5} = 1,9$$

Les longueurs des triangles sont deux à deux proportionnelles, donc les triangles sont semblables, donc leurs angles sont deux à deux égaux. Donc **Juliette a raison**.

Exercice 9 : ☆

Les triangles ABC et MNP sont semblables.
Calculer le facteur d'agrandissement pour passer de ABC à MNP :

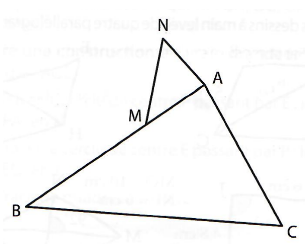


On compare les côtés situés face à l'angle marqué :

$$\frac{7,5}{5} = 1,5$$

Le facteur d'agrandissement pour passer de ABC à MNP est donc de **1,5**.

Exercice 10 : ☆



On donne les mesures suivantes : $AB = 4,8$ cm ; $AC = 3,6$ cm ; $BC = 5,7$ cm
$AN = 1,2$ cm ; $AM = 1,6$ cm ; $MN = 1,9$ cm

1) Expliquer pourquoi les triangles ABC et AMN sont semblables.

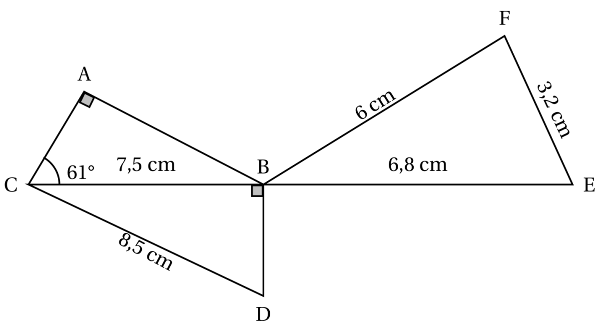
$$\frac{AN}{AC} = \frac{1,2}{3,6} = \frac{1}{3} \approx 0,33 \quad \text{et} \quad \frac{AM}{AB} = \frac{1,6}{4,8} = \frac{1}{3} \approx 0,33 \quad \text{et} \quad \frac{MN}{BC} = \frac{1,9}{5,7} = \frac{1}{3} \approx 0,33$$

Les longueurs des triangles sont deux à deux proportionnelles, donc les triangles sont semblables.

2) Déterminer le rapport de réduction pour passer de ABC à AMN.

D'après la question 1, le rapport de réduction pour passer de ABC à AMN est $\frac{1}{3} \approx 0,33$.

Exercice 11 : ☆☆☆



D'après DNB Métropole 2018.

La figure ci-contre n'est pas représentée en vraie grandeur.
Les points C, B et E sont alignés.
Le triangle ABC est rectangle en A.
Le triangle BDC est rectangle en B.

1) Montrer que la longueur BD est égale à 4 cm.

D'après le **théorème de Pythagore** dans le triangle **BCD rectangle en B** :

$$CD^2 = BC^2 + BD^2$$
$$8,5^2 = 7,5^2 + BD^2$$
$$72,25 = 56,25 + BD^2$$
$$BD^2 = 72,25 - 56,25$$
$$BD^2 = 16$$
$$BD = \sqrt{16}$$
$$\boxed{BD = 4 \text{ cm}}$$

2) Montrer que les triangles CBD et BFE sont semblables.

CBD	$CD = 8,5$ cm	$BC = 7,5$ cm	$BD = 4$ cm
BFE	$BE = 6,8$ cm	$FB = 6$ cm	$FE = 3,2$ cm

$$\frac{8,5}{6,8} = 1,25 \quad \text{et} \quad \frac{7,5}{6} = 1,25 \quad \text{et} \quad \frac{4}{3,2} = 1,25$$

C'est bien un tableau de proportionnalité, donc **les triangles CBD et BFE sont semblables**.

3) Sophie affirme que l'angle $\widehat{BFE}$ est un angle droit. A-t-elle raison ?

Nous savons que CBD et BFE sont des triangles semblables. Leurs angles sont donc égaux deux à deux. On a donc :
$\widehat{BFE} = \widehat{CBD} = 90°$
$\widehat{\text{BFE}}$ est bien un angle droit.