Séquence 10 : Théorème de Thalès (1) - sens DIRECT

OBJECTIFS :

À la fin de cette Séquence 10, je dois **connaître**...	Pour m'entraîner :
Pourquoi utiliser le théorème de Thalès dans le sens direct.	Cours
Les 2 configurations du théorème de Thalès.	Cours
Les étapes de démonstration avec le théorème de Thalès dans le sens direct.	Cours

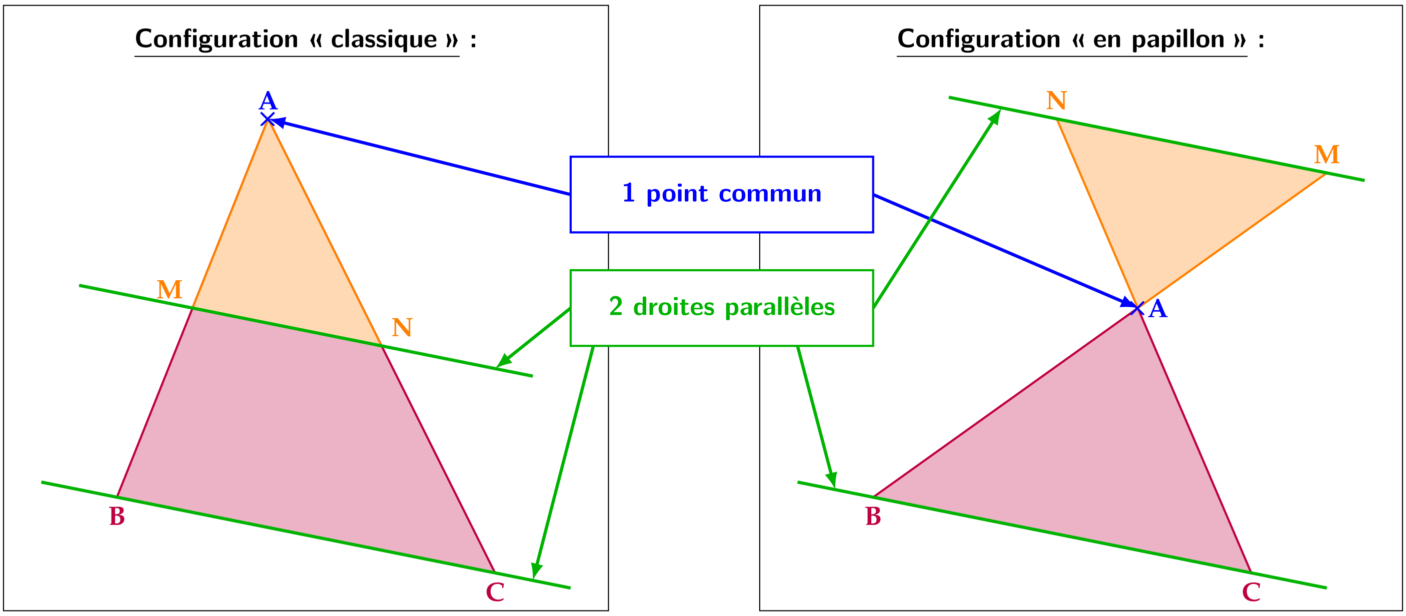
Je dois **savoir faire**...	Pour m'entraîner : ☆	☆☆	☆☆☆
Reconnaître quand utiliser le théorème de Thalès dans le sens direct.	n°1		
Justifier que des droites sont parallèles pour pouvoir utiliser le théorème de Thalès.	n°2	n°3	
Écrire les égalités de rapports.	n°4		
Utiliser le théorème de Thalès dans le sens direct (dont type brevet).	n°5, 6	n°7	n°8

A) Cours

Rappels : Nous avons vu dans la séquence 5 les **triangles semblables**. Deux triangles sont semblables si :

- **leurs angles sont 2 à 2 égaux**
- **leurs longueurs sont 2 à 2 proportionnelles**

Le **théorème de Thalès** est une configuration particulière des triangles semblables, qui permet de **trouver des longueurs manquantes** :



Méthode 1 : Démontrer avec le théorème de Thalès

On sait que :

- Les points **A**, **M** et **B** sont alignés d'une part.
- Les points **A**, **N** et **C** sont alignés d'autre part.
- Les droites (**MN**) et (**BC**) sont parallèles.

Donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \left(= \frac{\text{petit triangle}}{\text{grand triangle}} \text{ ou l'inverse} \right)$$

Il suffit ensuite de :

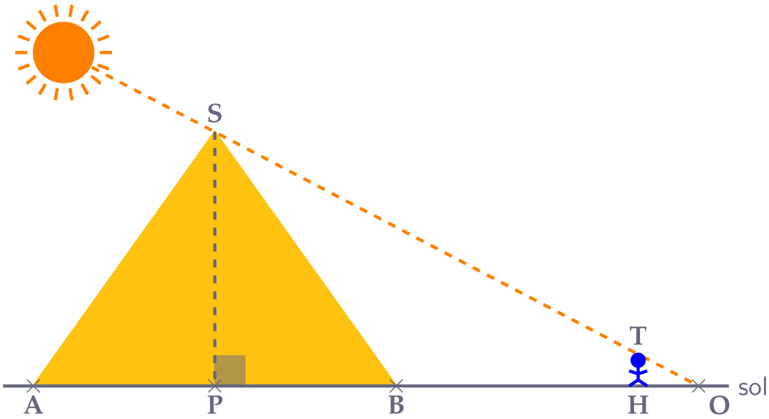
- ☞ **Remplacer par les valeurs connues** puis :
- ☞ D'effectuer **un produit en croix** pour trouver la valeur recherchée !

B) Exemples

☞ **Exemple(s) :**

Thalès de Millet est un philosophe et savant grec qui aurait vécu aux alentours de 600 avant J-C. On lui attribue de nombreux exploits comme la prédiction d'une éclipse de soleil ou encore **le calcul de la hauteur de la pyramide de Kheops** (voir photographie ci-contre).

Pour mesurer ce bâtiment, il aurait utilisé l'alignement entre son ombre et celle de la pyramide.



On donne les mesures suivantes :

- ☞ Thalès mesurait 1,73 m donc $\mathbf{TH} = \mathbf{1,73}$ m
- ☞ Son ombre mesurait 3,5 m donc $\mathbf{OH} = \mathbf{3,5}$ m
- ☞ L'ombre de la pyramide mesurait 163,4 m donc :

  $\mathbf{OB} = \mathbf{163,4}$ m
- ☞ La base de la pyramide a une longueur de 231 m donc :

  $\mathbf{AB} = \mathbf{231}$ m

1) Calculer la longueur PB, puis en déduire la longueur OP :

$PB = \frac{AB}{2} = \frac{231}{2} = \mathbf{115,5\ m}$ et $OP = PB + BO = 115,5 + 163,4 = \mathbf{278,9\ m}$.

2) Justifier le fait que les droites (SP) et (TH) sont parallèles :

On sait que (SP) et (TH) sont toutes les deux perpendiculaires à (OP).

Or : **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.** (6ème !!!)

Donc les droites (SP) et (TH) sont parallèles.

3) En déduire la hauteur de la pyramide :

On sait que :

- ☞ Les points **O**, H et P d'une part ; et **O**, T et S d'autre part sont alignés.
- ☞ Les droites (SP) et (TH) sont parallèles.

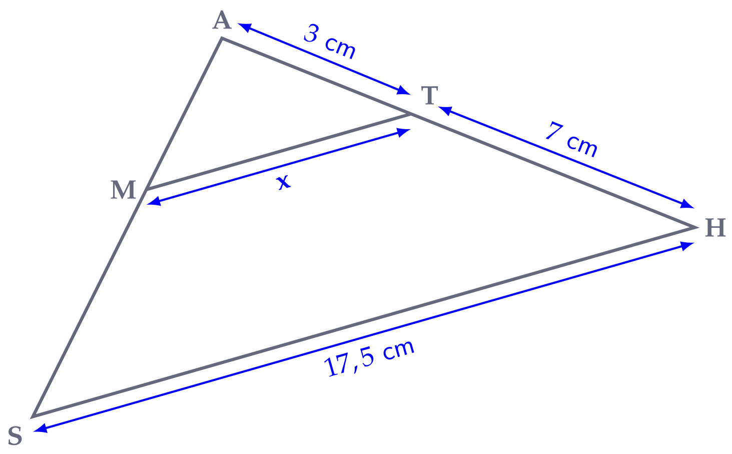
Donc d'après le théorème de Thalès on a :

$$\frac{OH}{OP} = \left(\frac{OT}{OS}\right) = \frac{TH}{SP} \text{ d'où :}$$

$$\frac{3,5}{278,9} = \frac{1,73}{SP} \text{ et avec un produit en croix : } \mathbf{SP} = \frac{\mathbf{1,73 \times 278,9}}{\mathbf{3,5}} \approx \mathbf{137,9\ m}$$

La pyramide mesure donc environ 138 m de haut. (d'après Wikipédia : 137 m actuellement ; 146,58 m à l'origine)

☞ **Exemple(s) :**



Sachant que les droites $(\mathbf{MT})$ et $(\mathbf{SH})$ sont parallèles, calculer x :

On sait que :

☞ Les points $\mathbf{A}$, M et S d'une part ; et $\mathbf{A}$, T et H d'autre part sont alignés.

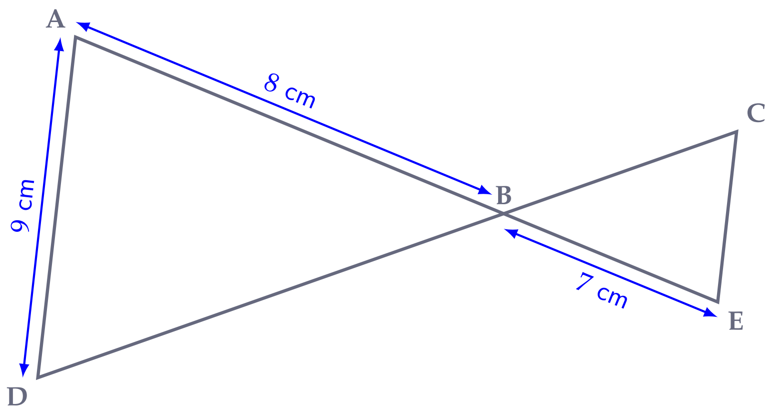
☞ Les droites (MT) et (SH) sont parallèles.

Donc d'après le théorème de Thalès on a :

$$\left(\frac{AM}{AS}=\right)\frac{AT}{AH}=\frac{MT}{SH} \text{ d'où :}$$

$$\frac{3}{3+7}=\frac{x}{17,5} \text{ et avec un produit en croix : } \mathbf{x}=\frac{\mathbf{3\times 17,5}}{\mathbf{10}}=\mathbf{5,25\ cm}$$

☞ **Exemple(s) :**



Sachant que les droites $(\mathbf{AD})$ et $(\mathbf{CE})$ sont parallèles, calculer la longueur CE :

On sait que :

☞ Les points A, $\mathbf{B}$ et E d'une part ; et D, $\mathbf{B}$ et C d'autre part sont alignés.

☞ Les droites (AD) et (CE) sont parallèles.

Donc d'après le théorème de Thalès on a :

$$\frac{BA}{BE}=\left(\frac{BD}{BC}\right)=\frac{AD}{CE} \text{ d'où :}$$

$$\frac{8}{7}=\frac{9}{CE} \text{ et avec un produit en croix : } \mathbf{CE}=\frac{\mathbf{9\times 7}}{\mathbf{8}}=\mathbf{7,875\ cm}$$