

Séquence 9 : Statistiques (2) - Médiane

   **OBJECTIFS :**   

À la fin de cette Séquence 9, je dois connaître ...	Pour m'entraîner :
Les définitions d' étendue et de médiane .	Cours partie A
Les méthodes de calcul de la médiane dans les différents cas.	Cours partie B (1 et 2)
Les formules de calcul dans un tableur.	Cours partie B (3)

Je dois savoir faire ...	Pour m'entraîner :		
	☆	☆☆	☆☆☆
Calculer l'étendue d'une série statistique.	n°1		
Trouver la médiane d'une série statistique dans les cas « simples ».	n°2	n°3	n°4
Trouver la médiane d'une série statistique dans un tableau d'effectifs.	n°5, 6	n°7, 8	n°9
Comparer la moyenne et la médiane d'une série statistique.		n°10, 11	
Utiliser un tableur pour calculer la médiane et la moyenne d'une série statistique.		n°12	
Exercices type brevet.		n°12	

Dans ce cours, nous allons travailler sur les **notes obtenues par les élèves de 3ème au DNB Blanc n°1 en mathématiques cette année** (arrondies à l'entier supérieur). Nous travaillerons dans un premier temps sur de petits extraits de ces notes, puis dans un second temps sur l'ensemble des notes de la cohorte.

A) Caractéristiques de position et de dispersion d'une série statistique

 **Exemple(s) :**

Dans cette partie, nous allons utiliser les notes de 9 élèves sélectionnés aléatoirement dans la cohorte de 3ème :

☼ 47 ☼ 18 ☼ 12 ☼ 19 ☼ 52 ☼ 27 ☼ 35 ☼ 21 ☼ 35 ☼

On appelle « caractéristiques de position » les indicateurs tels que la **moyenne** ou la **médiane**, qui donnent une information sur la représentativité générale de la série statistique étudiée. On appelle « caractéristiques de dispersion » les indicateurs tels que l'**étendue** ou l'**écart-type** qui donnent des informations sur la façon dont les données sont « étalées » ou « regroupées ».

Définition 1 : Étendue

L'étendue d'une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de cette série.

 **Exemple(s) :**

Quelle est l'**étendue** de la série statistique ci-dessus ?

Minimum = 12

Maximum = 52

L'**étendue** est donc de $52 - 12 = 40$.

Définition 2 : Médiane

La médiane d'une série statistique est la valeur qui sépare cette série en 2 ensembles de **même effectif**.

 **Exemple(s) :**

Quelle est la **médiane** de la série statistique ci-dessus ?

Classons les notes dans l'ordre croissant :

$$\underbrace{12 \leq 18 \leq 19 \leq 21}_{4 \text{ valeurs}} \leq 27 \leq \underbrace{35 \leq 35 \leq 47 \leq 52}_{4 \text{ valeurs}}$$

La **médiane** est donc de 27.

B) Calculer la médiane d'une série statistique

1. Cas « simples »

On parlera de cas « simple » lorsqu'il est possible de lister toutes les valeurs de la série. Dans ce cas, la première étape sera toujours de **trier les valeurs par ordre croissant**.

a. Si la série a un effectif IMPAIR

🔦 Propriété 1 : Effectif IMPAIR

Lorsque la série est d'**effectif IMPAIR** n , sa médiane se trouve à la position $\frac{n+1}{2}$.

🔦 Exemple(s) :

Soit la série suivante :

$$4,2 \underset{n^{\circ}1}{\leq} 7 \underset{n^{\circ}2}{\leq} \underset{n^{\circ}3}{\circledast} 8 \underset{n^{\circ}4}{\leq} 9 \underset{n^{\circ}5}{\leq} 14,75$$

Quelle est sa médiane ?

Cette série est d'**effectif 5 impair**. Sa médiane se trouve donc à la $\frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3^{\text{ème}}$ position \implies **médiane = 8**.

🔦 Exemple(s) :

Dans cette partie, nous allons utiliser les notes des élèves de 3e4 :

✨ 9 ✨ 19 ✨ 52 ✨ 6 ✨ 35 ✨ 7 ✨ 12 ✨ 8 ✨ 47 ✨ 22 ✨ 7 ✨ 47 ✨
 ✨ 7 ✨ 18 ✨ 23 ✨ 39 ✨ 6 ✨ 31 ✨ 8 ✨ 15 ✨ 74 ✨ 16 ✨ 12 ✨

1) Ranger les notes par ordre croissant :

$$6 \leq 6 \leq 7 \leq 7 \leq 7 \leq 8 \leq 8 \leq 9 \leq 12 \leq 12 \leq 15 \leq \underset{\circledast}{16} \leq 18 \leq 19 \leq 22 \leq 23 \leq 31 \leq 35 \leq 39 \leq 47 \leq 47 \leq 52 \leq 74$$

2) Quel est l'effectif de cette série statistique ?

Il y a **23 notes (impair)** dans cette série.

3) En déduire la position de la médiane de cette série statistique :

$$\text{Position de la médiane} = \frac{23+1}{2} = \frac{24}{2} = 12^{\text{ème}} \text{ place}$$

4) En déduire la médiane de cette série statistique :

Médiane = **16**

5) Calculer la moyenne de cette série statistique :

$$\begin{aligned} \text{Moyenne} &= \frac{6+6+7+7+7+8+8+9+12+12+15+16+18+19+22+23+31+35+39+47+47+52+74}{23} \\ &= \frac{520}{23} \approx 22,6 \end{aligned}$$

6) Que remarques-tu ? Comment peut-on l'expliquer ?

On remarque que la **moyenne (22,6)** est bien plus haute que la **médiane (16)**. Cela s'explique par les quelques très bonnes notes (52 et 74 en particulier) qui « tirent la moyenne vers le haut », alors que **la médiane n'est pas influencée par les valeurs extrêmes**.

b. Si la série a un effectif PAIR

Dans le cas où l'effectif est pair, il n'y a pas d'élément « au centre » de la série. Il faut donc faire **la moyenne des 2 éléments centraux** :

Propriété 2 : Effectif PAIR

Lorsque la série est d'effectif **PAIR n**, sa médiane est donnée par la **moyenne** des éléments situés aux positions $\frac{n}{2}$ et le suivant.

Exemple(s) :

Soit la série suivante :

$$4,16_{n^1} \leq 4,2_{n^2} \leq \left(7_{n^3} \leq 8_{n^4} \right) \leq 9_{n^5} \leq 14,75_{n^6}$$

Quelle est sa médiane ?

Cette série est d'effectif **6 pair**. Sa médiane est donc la moyenne des éléments situés à la $\frac{6}{2} = 3^{\text{ème}}$ et $4^{\text{ème}}$ positions :

$$\Rightarrow \text{médiane} = \frac{7 + 8}{2} = 7,5$$

Exemple(s) :

Dans cette partie, nous allons utiliser les notes des élèves de 3e5 :

✨ 47 ✨ 54 ✨ 49 ✨ 29 ✨ 19 ✨ 19 ✨ 64 ✨ 7 ✨ 6 ✨
 ✨ 28 ✨ 3 ✨ 10 ✨ 35 ✨ 17 ✨ 31 ✨ 22 ✨ 11 ✨ 12 ✨
 ✨ 16 ✨ 11 ✨ 11 ✨ 12 ✨ 28 ✨ 10 ✨ 1 ✨ 11 ✨

1) Ranger les notes par ordre croissant :

$$1 \leq 3 \leq 6 \leq 7 \leq 10 \leq 10 \leq 11 \leq 11 \leq 11 \leq 11 \leq 12 \leq 12 \leq \left(16 \leq 17 \right) \leq 19 \leq 19 \leq 22 \leq 28 \leq 28 \leq 29 \leq 31 \\ \leq 35 \leq 47 \leq 49 \leq 54 \leq 64$$

2) Quel est l'effectif de cette série statistique ?

Il y a **26 notes (pair)** dans cette série.

3) En déduire la position de la médiane de cette série statistique :

$$\text{Position de la médiane (entre)} = \frac{26}{2} = 13^{\text{ème}} \text{ et } 14^{\text{ème}} \text{ places}$$

4) En déduire la médiane de cette série statistique :

$$\text{Médiane} = \frac{16 + 17}{2} = 16,5$$

5) Calculer la moyenne de cette série statistique :

$$\text{Moyenne} = \frac{1 + 3 + 6 + 7 + \dots + 31 + 35 + 47 + 49 + 54 + 64}{26} = \frac{563}{26} \approx 21,7$$

6) Que remarques-tu ? Comment peut-on l'expliquer ?

On remarque que la **moyenne (21,7)** est bien plus haute que la **médiane (16,5)**. Cela s'explique par les quelques très bonnes notes (54 et 64 en particulier) qui « tirent la moyenne vers le haut », alors que **la médiane n'est pas influencée par les valeurs extrêmes**.

2. Dans un tableau d'effectifs

Lorsqu'il y a trop de valeurs dans la série statistique pour toutes les lister, il faut utiliser un **tableau d'effectifs**. On calcule alors les **effectifs cumulés croissants (ECC)** afin de trouver la médiane :

☞ **Exemple(s) :**

Valeur	4	5	9	15	21	52
Effectif	5	7	3	3	2	1
ECC	5	5 + 7 = 12	12 + 3 = 15	15 + 3 = 18	18 + 2 = 20	20 + 1 = 21
Positions	1 → 5	6 → 12	13 → 15	16 → 18	19 → 20	21 → 21

1) Quel est l'effectif *total* de cette série statistique ?

Il y a **21 éléments (impair)** dans cette série.

2) En déduire la position de la médiane de cette série statistique :

$$\text{Position de la médiane} = \frac{21 + 1}{2} = \frac{22}{2} = 11^{\text{ème}} \text{ place}$$

3) En déduire la médiane de cette série statistique :

Comme la médiane est à la 11^{ème} position, d'après le tableau il s'agit de la valeur 5.

4) Calculer la moyenne de cette série statistique :

$$\text{Moyenne} = \frac{\text{Valeurs} \times \text{Effectifs}}{\text{Effectif total}} = \frac{4 \times 5 + 5 \times 7 + 9 \times 3 + 15 \times 3 + 21 \times 2 + 52 \times 1}{21} = \frac{221}{21} \approx 10,5$$

5) Que remarques-tu ? Comment peut-on l'expliquer ?

On remarque que la **moyenne (10,5)** est bien plus haute que la **médiane (5)**. Cela s'explique par les quelques hautes valeurs qui « tirent la moyenne vers le haut », alors qu'il y a beaucoup de petites valeurs, plus représentatives de la série.

3. Avec le tableur (TP notes DNB)

📌 **Code :**

Les formules suivantes sont à **connaître** !

- ☞ Calculer le **minimum** des cases A1 jusqu'à K1 : « = MIN(A1:K1) »
- ☞ Calculer un **maximum** des cases C1 jusqu'à C24 : « = MAX(C1:C24) »
- ☞ Calculer une **moyenne** des cases B3 jusqu'à F15 : « = MOYENNE(B3:F15) »
- ☞ Calculer une **médiane** des cases A10 jusqu'à B26 : « = MEDIANE(A10:B26) »

- Aller sur le site « madame-scohy.fr »
> Collège > Cours > Cours 3^{ème} > S9 : Médiane.
- Cliquer sur le bouton « Fichier élève ».
- Taper le mot de passe donné par la professeure pour ouvrir le document puis aller sur l'onglet « Notes par classes ».
- Remplir le tableau puis recopier les valeurs ci-contre.
- (BONUS) Aller sur l'onglet « Tableau d'effectifs », puis tracer le **diagramme colonne** des notes.

					Global :
MIN	5	2	6	1	1
MAX	73	57	74	64	1
ÉTENDUE	68	55	68	1	63
MÉDIANE	22	13	16	16,5	18
MOYENNE	25,38	17,46	22,61	21,65	21,68