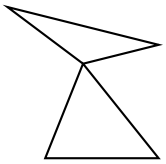
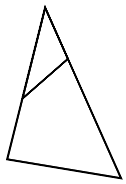
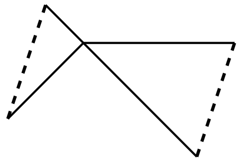
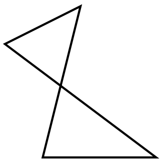
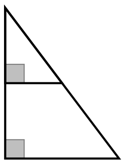
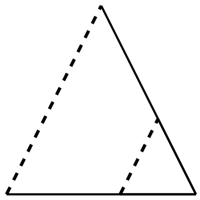
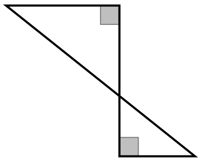
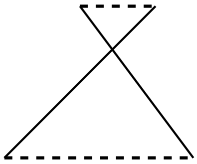
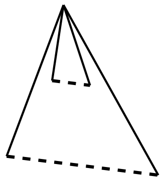
# **S10** : Théorème de Thalès (1) - sens DIRECT - **Livret d'exercices**

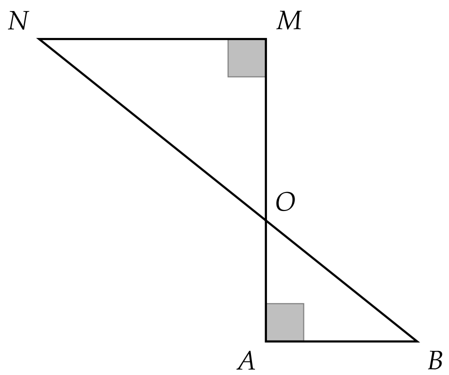
## Exercice 1 : ☆

Les segments en pointillés sont parallèles. Dans quelles figures peut-on utiliser le théorème de Thalès ?

| | | |
|---|---|---|
| a.  | b.  | c.  |
| d.  | e.  | f.  |
| g.  | h.  | i.  |

## Exercice 2 : ☆

Dans la figure ci-dessous, que peut-on dire des droites $(AB)$ et $(MN)$ ? Justifier.



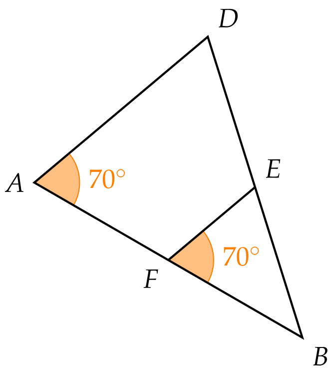

**On sait que** les droites $(AB)$ et $(MN)$ sont toutes les deux perpendiculaires à la droite $(AM)$ (d'après les codages du dessin).

**Or si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.**

**Donc $(\mathbf{AB})$ et $(\mathbf{MN})$ sont parallèles.**

## Exercice 3 : ☆☆

Dans la figure ci-dessous, que peut-on dire des droites $(AD)$ et $(FE)$ ? Justifier.



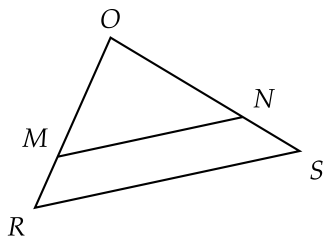
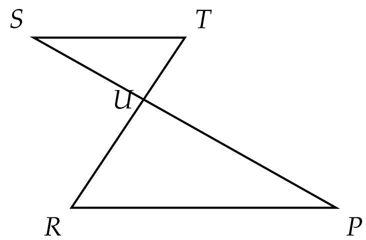
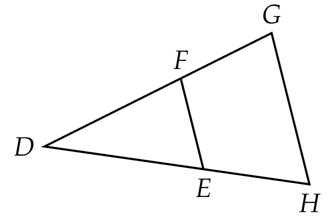
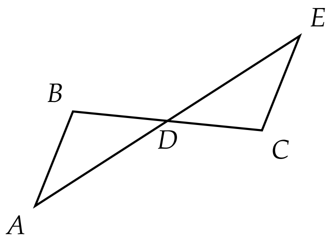
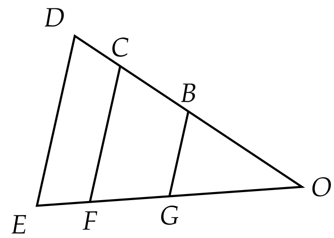
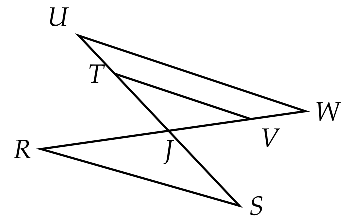

**On sait que** les angles **correspondants** $\widehat{BFE}$ et $\widehat{BAD}$ sont de même mesure, et déterminés par les droites $(AD)$ et $(FE)$, et la sécante $(BA)$.

**Or si deux angles correspondants sont de même mesure, alors les deux droites coupées par la sécante sont parallèles.**

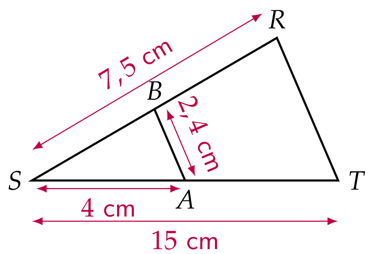
**Donc $(\mathbf{AD})$ et $(\mathbf{FE})$ sont parallèles.**

## ☞ Exercice 4 : ☆

Dans chacun des cas suivants, écris tous les rapports de longueurs égaux.
On supposera que les droites nécessaires sont bien parallèles.

| | | |
|---|---|---|
|   $\mathbf{\frac{OM}{OR} = \frac{ON}{OS} = \frac{MN}{RS}}$ |   $\mathbf{\frac{US}{UP} = \frac{UT}{UR} = \frac{ST}{RP}}$ |   $\mathbf{\frac{DE}{DH} = \frac{DF}{DG} = \frac{EF}{HG}}$ |
|   $\mathbf{\frac{DA}{DE} = \frac{DB}{DC} = \frac{AB}{CE}}$ |   $\mathbf{\frac{OG}{OF} = \frac{OB}{OC} = \frac{GB}{FC}}$ <br> $\mathbf{\frac{OF}{OE} = \frac{OC}{OD} = \frac{FC}{ED}}$ <br> $\mathbf{\frac{OG}{OE} = \frac{OB}{OD} = \frac{GB}{ED}}$ |   $\mathbf{\frac{JR}{JW} = \frac{JS}{JU} = \frac{RS}{UW}}$ <br> $\mathbf{\frac{JR}{JV} = \frac{JS}{JT} = \frac{RS}{TV}}$ <br> $\mathbf{\frac{JT}{JU} = \frac{JV}{JW} = \frac{TV}{UW}}$ |

## ☞ Exercice 5 : ☆




Dans la figure ci-dessous, les droites $(AB)$ et $(TR)$ sont parallèles. **Calculer SB et RT :**

On sait que :

- ☞ Les points $S$, $A$ et $T$ d'une part ; les points $S$, $B$ et $R$ d'autre part sont alignés.
- ☞ Les droites $(AB)$ et $(TR)$ sont parallèles.

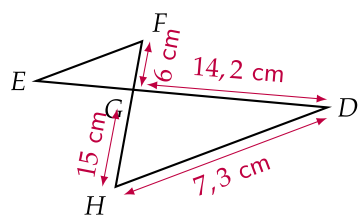
Donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{SA}{ST} = \frac{SB}{SR} = \frac{AB}{RT} \text{ d'où : } \frac{4}{15} = \frac{SB}{7,5} = \frac{2,4}{RT}$$

Et avec des produits en croix on trouve :

$$\mathbf{SB} = \frac{4 \times 7,5}{15} = \mathbf{2\ cm} \quad \text{et} \quad \mathbf{RT} = \frac{2,4 \times 15}{4} = \mathbf{9\ cm}$$

## ☞ Exercice 6 : ☆




Dans la figure ci-dessous, les droites $(EF)$ et $(HD)$ sont parallèles. **Calculer EF et EG :**

On sait que :

- ☞ Les points $E$, $G$ et $D$ d'une part ; les points $F$, $G$ et $H$ d'autre part sont alignés.
- ☞ Les droites $(EF)$ et $(HD)$ sont parallèles.

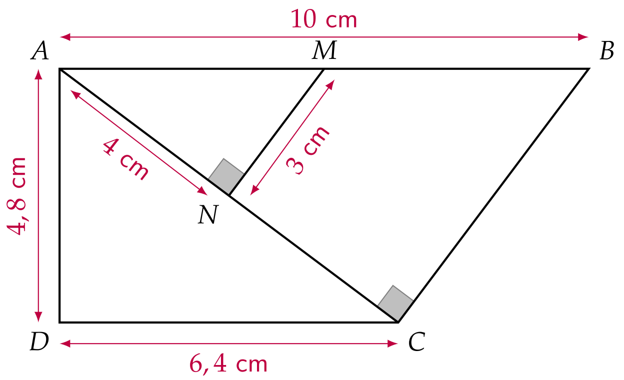
Donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{GE}{GD} = \frac{GF}{GH} = \frac{EF}{HD} \text{ d'où : } \frac{GE}{14,2} = \frac{6}{15} = \frac{EF}{7,3}$$

Et avec des produits en croix on trouve :

$$\mathbf{EF} = \frac{6 \times 7,3}{15} = \mathbf{2,92\ cm} \quad \text{et} \quad \mathbf{EG} = \frac{6 \times 14,2}{15} = \mathbf{5,68\ cm}$$

## Exercice 7 : ☆☆




1) Démontre que les droites $(MN)$ et $(BC)$ sont parallèles :

**On sait que** les droites $(MN)$ et $(BC)$ sont toutes les deux perpendiculaires à la droite $(AM)$ (d'après les codages du dessin).

**Or si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.**

**Donc $(\mathbf{MN})$ et $(\mathbf{BC})$ sont parallèles.**

2) Calculer la longueur $AM$ :

On sait que le triangle $AMN$ est rectangle en N, donc d'après le **théorème de Pythagore** on a :

$$AM^2 = AN^2 + MN^2$$

$$AM^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

$$\mathbf{AM} = \sqrt{25} = \mathbf{5\ cm}$$

3) Calculer la longueur $BC$ :

- Les points $A$, $N$ et $C$ d'une part ; les points $A$, $M$ et $B$ d'autre part sont alignés.
- Les droites $(MN)$ et $(BC)$ sont parallèles.

Donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \text{ d'où : } \frac{4}{AC} = \frac{5}{10} = \frac{3}{BC}$$

Et avec un produit en croix on trouve : $\mathbf{BC} = \dfrac{3 \times 10}{5} = \mathbf{6\ cm}$

4) Démontrer que le triangle ADC est rectangle (plusieurs méthodes sont possibles) :

En reprenant la question 3, on a avec un autre produit en croix : $\mathbf{AC} = \dfrac{4 \times 10}{5} = \mathbf{8\ cm}$. Ensuite 2 méthodes sont possibles :

**Méthode 1 - Avec les triangles semblables :**

| | | | |
|---|---|---|---|
| $ABC$ | 6 cm | 8 cm | 10 cm |
| $ADC$ | 4,8 cm | 6,4 cm | 8 cm |

$$\frac{6}{4,8} = 1,25 \quad \text{et} \quad \frac{8}{6,4} = 1,25 \quad \text{et} \quad \frac{10}{8} = 1,25$$

C'est un tableau de proportionnalité, donc les triangles $ABC$ et $ADC$ sont semblables, donc ils ont leurs angles 2 à 2 égaux et en particulier : $\widehat{\mathbf{ADC}} = \widehat{\mathbf{ACB}} = \mathbf{90}°$.

**Méthode 2 - Avec la réciproque de Pythagore :**

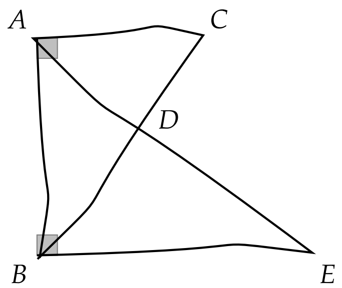
On a d'une part ($AC$ est le plus grand côté) : $AC^2 = 8^2 = \mathbf{64}$

Et d'autre part : $AD^2 + CD^2 = 4,8^2 + 6,4^2 = 23,04 + 40,69 = \mathbf{64}$

On a bien $AC^2 = AD^2 + CD^2$, l'égalité de Pythagore est vérifiée, donc le triangle $ADC$ est rectangle en $D$.

## Exercice 8 : ☆☆☆

*(D'après DNB France métropolitaine, Septembre 2013)*




La figure ci-dessus n'est pas à l'échelle.
On donne les informations suivantes :

- $AC = 2,4$ cm ; $AB = 3,2$ cm
- $BD = 2,5$ cm ; $DC = 1,5$ cm
- $(AC)$ est perpendiculaire à $(AB)$, $(EB)$ est perpendiculaire à $(AB)$ et $(AE)$ et $(BC)$ se coupent en $D$

1) Déterminer l'aire du triangle $ABE$ :

**1)** On sait que les droites $(AC)$ et $(EB)$ sont toutes les deux perpendiculaires à $(AB)$. Or **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles**. Donc $(AC)$ et $(EB)$ sont parallèles.

**2)** De plus les points $A$, $D$ et $E$ d'une part ; les points $C$, $D$ et $B$ d'autre part sont alignés.
Donc **d'après le théorème de Thalès** :

$$\left(\frac{DA}{DE} = \right) \frac{DC}{DB} = \frac{AC}{BE} \quad \text{d'où} \quad \frac{1,5}{2,5} = \frac{2,4}{BE}$$

Et avec un produit en croix on obtient : $\mathbf{BE} = \dfrac{2,4 \times 2,5}{1,5} = \mathbf{4\ cm}$.

**3)** On peut enfin calculer : $\mathcal{A}_{\mathbf{ABE}} = \dfrac{AB \times BE}{2} = \dfrac{3,2 \times 4}{2} = \mathbf{6,4\ cm^2}$