

# S9 : Proportionnalité - Livret d'exercices

## A) Reconnaître une situation de proportionnalité

### Exercice 1 : ☆



Un magasin vend deux types de boîtes de gazon à semer :

Masse de gazon (en kg)	3	5
Surface couverte (en m <sup>2</sup> )	105	200

**La surface couverte et la masse de gazon sont-elles proportionnelles ?**

Calculons les quotients pour savoir si on peut passer de la première à la seconde ligne en multipliant toujours par un même nombre :

$$\frac{105}{3} = 35 \quad \text{et} \quad \frac{200}{5} = 40$$

Ces deux grandeurs **ne sont donc pas proportionnelles**.

### Exercice 2 : ☆



Pendant les deux semaines de vacances d'hiver, Yousra a lu un livre de 210 pages. Pendant les neuf semaines de vacances d'été, elle a lu 5 livres pour un total de 945 pages.

**Le nombre de pages lues par Yousra est-il proportionnel au nombre de semaines de vacances ?**

Représentons la situation avec un tableau :

Nombre de semaines de vacances	2	9
Nombre de pages lues	210	945

Pour savoir si on peut passer de la première à la seconde ligne en multipliant toujours par un même nombre, il faut calculer les quotients :

$$\frac{210}{2} = 105 \quad \text{et} \quad \frac{945}{9} = 105$$

Ces deux grandeurs **sont donc bien proportionnelles**, de coefficient de proportionnalité 105.

### Exercice 3 : ☆

1) Un athlète court le 50 m en 5 s, le 100 m en 10 s et le 200 m en 22 s. **La distance parcourue est-elle proportionnelle au temps de parcours ?**

Distance parcourue (en m)	50	100	200
Durée (en s)	5	10	22

$$\frac{50}{5} = 10 \quad \frac{100}{10} = 10 \quad \frac{200}{22} \approx (9,1)$$

**Non**, ce n'est PAS une situation de proportionnalité.

2) Un premier paquet de 4 yaourts est vendu à 1,20 €, et un second paquet de 8 yaourts est vendu à 2,40 €. **Le prix des yaourts est-il proportionnel au nombre de yaourts ?**

Il y a **2 fois plus de yaourts dans le second paquet** ( $8 = 4 \times 2$ ) et **il coûte 2 fois plus cher** ( $2,40 = 1,20 \times 2$ ).

**Oui**, c'est bien une situation de proportionnalité (on peut aussi faire un tableau de proportionnalité).

3) Youssef a neuf ans et mesure 1,42 m. **Peut-on calculer sa taille quand il aura 18 ans ?**

**Non**, car la taille d'une personne n'est pas proportionnelle à son âge. Sinon, Youssef devrait mesurer  $1,42 \times 2 = 2,84$  m à 18 ans !

### Exercice 4 : ☆☆

Laurence a pesé les pommes de son verger par paquet. Voici ses résultats :

Nombre de pommes	5	6	11	12
Masse (en g)	1 250	1 300	2 600	2 600

**Les pommes de Laurence ont-elles toutes la même masse ? Justifier.**

Calculons les quotients pour voir si c'est proportionnel :

$$\frac{1\,250}{5} = 250 \quad \frac{1\,300}{6} = \frac{2\,600}{12} \approx 216,7 \quad \frac{2\,600}{11} \approx 236,4$$

**Non**, ce n'est pas proportionnel, donc les pommes n'ont pas toutes la même masse.

### Exercice 5 : ☆☆☆



Marc se promène à vélo dans son quartier et compte le nombre de tours que fait sa roue avant. Voici ce qu'il a relevé :

Nombre tours de roue	21	42	63
Distance (en m)	40	80	120

La distance parcourue est-elle proportionnelle au nombre de tours de roue ? Justifier.

$$\frac{21}{40} = 0,525$$

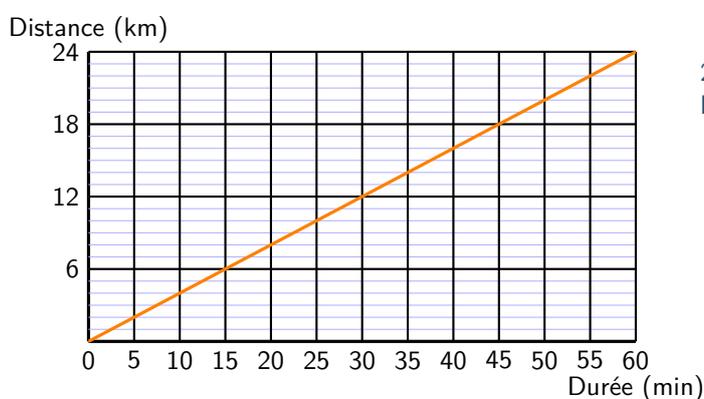
$$\frac{42}{80} = 0,525$$

$$\frac{63}{120} = 0,525$$

Oui, c'est bien une situation de proportionnalité.

### Exercice 6 : ☆☆☆

Sur le graphique ci-dessous, on a représenté la distance parcourue par un cycliste en fonction de la durée de son trajet :



1) Complète le tableau ci-dessous à l'aide du graphique :

Durée (min)	10	20	30	35	50	55	60
Distance (km)	4	8	12	14	20	22	24

2) Ce tableau représente-t-il une situation de proportionnalité ? Justifier.

$$\frac{10}{4} = 2,5 \quad \frac{20}{8} = 2,5 \quad \frac{30}{12} = 2,5 \quad \frac{35}{14} = 2,5$$

$$\frac{50}{20} = 2,5 \quad \frac{55}{22} = 2,5 \quad \frac{60}{24} = 2,5$$

Oui, c'est bien une situation de proportionnalité.

## B) Calculer une quatrième proportionnelle

### Exercice 7 : ☆

Complète les tableaux de proportionnalité :

5	8	9	10	×7
35	56	63	70	

4,5	6	8	10,5	×4
18	24	32	42	

4	7	10	12	×1,5
6	10,5	15	18	

4	5,5	6,5	7,2	×0,6
2,4	3,3	3,9	4,32	

### Exercice 8 : ☆

1) Sur le stand de M. Marchand, les patates douces sont vendues au kilogramme. On peut y voir les étiquettes suivantes :

« 3 kg pour 8,10 € » et « 2 kg pour 5,40 € »

Réponds aux questions ci-dessous en faisant un tableau de proportionnalité :

a. Combien coûtent 5 kg de patates douces ?

b. Combien coûtent 10 kg de patates douces ?

c. Combien coûte 1 kg de patates douces ?

d. Combien coûtent 500 g de patates douces ?

M (kg)	3	2	3 + 2 = 5	5 × 2 = 10	2 ÷ 2 = 1	1 ÷ 2 = 0,5
P (€)	8,1	5,4	8,1 + 5,4 = 13,5	13,5 × 2 = 27	5,4 ÷ 2 = 2,7	2,7 ÷ 2 = 1,35

⚠ L'exercice 8 continue en p.3 ⚠

2) À la station-service, dix litres d'essence coûtent 12,50 €. **Quel est le prix d'un litre d'essence ?**

$$12,50 \div 10 = 1,25$$

Un litre d'essence coûte donc **1,25 €**.

3) Quatre matelas identiques empilés les uns sur les autres forment une pile d'un mètre de haut.

a. Si on empile douze de ces matelas, quelle hauteur aura cette pile ?

$12 = 4 \times 3$  donc il y a 3 fois plus de matelas. Donc la pile fera **3 m de haut**.

b. Si on empile treize de ces matelas, quelle hauteur aura cette pile ?

Faisons un passage par l'unité :

☞ 4 matelas font 1 m = 100 cm de haut. Donc **1 matelas fait  $100 \div 4 = 25$  cm de haut**.

☞ Treize matelas font donc :  $25 \times 13 = 325$  cm de haut.

### ☞ Exercice 9 : ☆

1) Ludo boit 2 L d'eau par jour. **Combien boit-il en 4 jours ?**

$$2 \text{ L} \times 4 = 8 \text{ L}$$

Ludo boit **8 L d'eau en 4 jours**.

2) Trois beignets pèsent 315 g. **Combien pèsent neuf beignets ?**

$$3 \text{ beignets} \times 3 = 9 \text{ beignets} \quad \text{donc} \quad 315 \text{ g} \times 3 = 945 \text{ g}$$

Neuf beignets pèsent 3 fois plus lourd que trois beignets, donc ils pèsent **945 g**.

3) Alain récolte 74 tonnes de blé sur 10 hectares. **Combien récolte-t-il sur 5 hectares ?**

$$10 \text{ hectares} \div 2 = 5 \text{ hectares} \quad \text{donc} \quad 74 \text{ T} \div 2 = 37 \text{ T}$$

5 hectares sont 2 fois plus petits que 10 hectares, Alain récolte donc **37 T sur 5 hectares**.

### ☞ Exercice 10 : ☆☆

Le film *Le Hobbit* a été tourné à 48 images par seconde.

1) Combien d'images compte 1 minute du film ?

2) Même question pour 1 heure de film.

3) Le film dure 2 h 49 min. De combien d'images est-il constitué ?

On peut répondre à toutes ces questions avec un tableau de proportionnalité, en se rappelant également que **1 min = 60 s**, et **1 h = 60 min = 3 600 s** :

Durée (s)	1 s	1 min = 60 s	1 h = 60 min = 3 600 s	2 h 49 min = 2 × 3 600 + 49 × 60 = 10 140 s
Nb d'images	48	48 × 60 = 2 880	2 880 × 60 = 172 800	10 140 × 48 = 486 720

Diagramme de proportionnalité :

- De 1 s à 1 min :  $\times 60$
- De 1 min à 1 h :  $\times 60$
- De 1 h à 2 h 49 min :  $\times 60$
- De 1 s à 2 h 49 min :  $\times 48$

### ☞ Exercice 11 : ☆☆

Un robinet a un débit d'eau régulier de trois litres par minute.

**Combien de litres d'eau s'écoulent en 2 minutes ? en 1 heure ? en 1 h 30 min ?**

On peut répondre à toutes ces questions avec un tableau de proportionnalité, en se rappelant également que **1 h = 60 min** :

Durée (min)	1	2	1 h = 60 min	1 h 30 min = 60 + 30 = 90 min
Quantité d'eau (L)	3	2 × 3 = 6	60 × 3 = 180	90 × 3 = 270

Diagramme de proportionnalité :

- De 1 min à 2 min :  $\times 2$
- De 1 min à 1 h :  $\times 60$
- De 1 min à 1 h 30 min :  $\times 90$

### Exercice 12 : ☆☆☆

Un magasin vend des bonbons à 0,60 € l'un. Elwan achète 13 bonbons, Nathalie en achète 24, et Nadia en achète 37.

**Combien chacun va-t-il payer ?**

Faisons un tableau de proportionnalité :

Élève	Elwan	Nathalie	Nadia
Nombre de bonbons	13	24	37
Prix (€)	$13 \times 0,6 = 7,8$	$24 \times 0,6 = 14,4$	$37 \times 0,6 = 22,2$

Donc **Elwan va payer 7,80 €, Nathalie va payer 14,40 € et Nadia va payer 22,20 €.**

### Exercice 13 : ☆☆☆

Le robinet d'un lavabo fuit : il perd 10 cL par minute.

1) Quelle quantité d'eau, en cL, s'écoule en une heure ?

Une heure contient 60 minutes, donc en il s'écoule  $10 \text{ cL} \times 60 = 600 \text{ cL}$  en une heure.

2) Quelle quantité d'eau, en cL, s'écoule en une journée ? Convertir ensuite ce résultat en L.

Une journée contient 24 heures, donc en il s'écoule  $600 \text{ cL} \times 24 = 14\,400 \text{ cL}$  en une journée.

Convertissons ce résultat en L (on peut s'aider d'un tableau) :  $14\,400 \text{ cL} = 144 \text{ L}$ .

3) Combien de temps faudra-t-il pour que  $1 \text{ m}^3$  d'eau se soit écoulé de ce robinet ? (Rappel :  $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ L}$ )

Durée (min)	1	$100\,000 \div 10 = 10\,000$
Quantité d'eau (cL)	10	$1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ L} = 100\,000 \text{ cL}$

Il faudra donc **10 000 minutes**, soit **166 heures et 40 minutes**, soit **6 jours, 22 heures et 40 minutes** pour que  $1 \text{ m}^3$  d'eau se soit écoulé. En effet :

$$10\,000 = 166 \times 60 + 40 \quad \text{et} \quad 166 = 6 \times 24 + 22$$

## C) Appliquer la proportionnalité (échelles et pourcentages)

### 1. Échelles

#### Exercice 14 : ☆

La chambre de Léo a la forme d'un rectangle qui mesure 4,3 m sur 5 m.

**Combien mesure cette chambre sur le plan qu'il réalise à l'échelle  $\frac{1}{50}$  ?**

L'échelle  $\frac{1}{50}$  signifie que **1 cm sur le plan** représente **50 cm dans la réalité**. Faisons un tableau de proportionnalité :

Longueur dans la réalité (cm)	50	$4,3 \text{ m} = 430 \text{ cm}$	$5 \text{ m} = 500 \text{ cm}$
Longueur sur le plan (cm)	1	$430 \div 50 = 8,6$	$500 \div 50 = 10$

Sur le plan de Léo, sa chambre sera donc représentée par un rectangle qui mesure **8,6 cm sur 10 cm**.

#### Exercice 15 : ☆



La tour Eiffel mesure 324 m de haut. Louis affirme que s'il fait une maquette à l'échelle  $\frac{1}{100}$ , elle ne dépassera pas 3 m de haut.

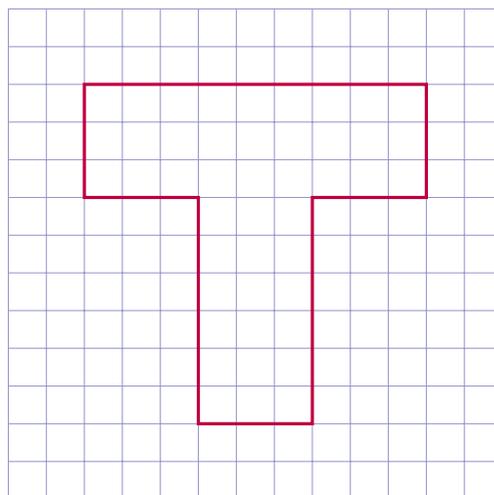
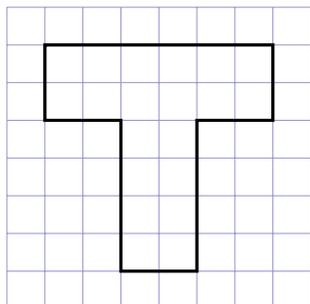
**A-t-il raison ? Justifier.**

Longueur réelle (m)	100	324
Longueur maquette (m)	1	$324 \div 100 = 3,24$

La maquette de Louis mesurera **3,24 m de haut**, donc **Louis se trompe**. *Pour l'anecdote : j'ai pris moi-même la photo qui illustre cet exercice.*

### Exercice 16 : ☆☆☆

Construis un agrandissement de la figure ci-dessous, telle que la figure agrandie ait une hauteur de 9 carreaux :



Calculs, justification :

On peut faire un tableau de proportionnalité :

Original	6	2	4
Agrandissement	9	3	6

Le coefficient de proportionnalité est de  $9 \div 6 = 1,5$ .

### Exercice 17 : ☆☆☆

Loïc possède une dédicace de son chanteur préféré sur un post-it carré de 8 cm de côté. Il en fait un agrandissement à l'échelle  $\frac{3}{1}$  pour l'afficher dans sa chambre. **Quelle est l'aire de sa nouvelle dédicace ?**

**Attention, les aires des 2 figures ne sont pas proportionnelles ! Seules les longueurs le sont.** Il faut donc commencer par calculer les nouvelles dimensions, PUIS calculer l'aire de la version agrandie :

L'échelle est de  $\frac{3}{1}$ , ce qui signifie qu' **1 cm sur la dédicace originale** correspond à **3 cm sur la dédicace agrandie** . Il faut donc multiplier les longueurs par 3 :

$$8 \times 3 = 24$$

La nouvelle dédicace est donc un **carré de côté 24 cm**. Son aire vaut donc :

$$A_{\text{dédicace agrandie}} = 24 \times 24 = 576 \text{ cm}^2$$

### Exercice 18 : ☆☆☆



La distance à vol d'oiseau (en ligne droite) entre Nancy et Strasbourg est d'environ 120 km.

1) Calculer l'échelle de cette carte :

En mesurant sur la carte, on observe que **la distance sur la carte entre ces deux villes est de 2,4 cm** . Convertissons la **distance réelle** en cm :

$$120 \text{ km} = 120\,000 \text{ m} = 12\,000\,000 \text{ cm}$$

L'échelle de cette carte est donc de :

$$\frac{2,4}{12\,000\,000} = \frac{1}{5\,000\,000} \text{ (voir q.2 pour le 1 au numérateur)}$$

2) En déduire la distance à vol d'oiseau entre Strasbourg et Troyes :

En mesurant sur la carte, on observe que **la distance sur la carte entre ces deux villes est de 6 cm** :

Plan (cm)	2,4	1	6
Réelle (cm)	12 000 000	5 000 000	30 000 000

Annotations:  $\div 2,4$  (from 2,4 to 1),  $\div 2,4$  (from 6 to 1),  $\times 5\,000\,000$  (from 1 to 5 000 000).

La distance entre Strasbourg et Troyes est donc d'environ  $30\,000\,000 \text{ cm} = 300 \text{ km}$

## 2. Appliquer un pourcentage

### Exercice 19 : ☆

Effectue les calculs suivants :

$$\Rightarrow 29 \% \text{ de } 93 = 0,29 \times 93 = \mathbf{26,97}$$

$$\Rightarrow 3 \% \text{ de } 5\,000 = 0,03 \times 5\,000 = \mathbf{150}$$

$$\Rightarrow 87 \% \text{ de } 625 = 0,87 \times 625 = \mathbf{543,75}$$

$$\Rightarrow 12 \% \text{ de } 500 = 0,12 \times 500 = \mathbf{60}$$

$$\Rightarrow 7 \% \text{ de } 2\,000 = 0,07 \times 2\,000 = \mathbf{140}$$

$$\Rightarrow 20 \% \text{ de } 720 = 0,2 \times 720 = \mathbf{144}$$

$$\Rightarrow 151 \% \text{ de } 80 = 1,51 \times 80 = \mathbf{12,08}$$

### Exercice 20 : ☆

1) Anaïs a mangé une tablette entière de chocolat de 200 g. Sur l'emballage, elle lit « 55% de sucre ». **Quelle masse de sucre a-t-elle avalée ?**

Masse de chocolat (g)	100	200
Masse de sucre (g)	55	?

$\times 0,55$

Le coefficient de proportionnalité est  $55 \div 100 = \mathbf{0,55}$ .

Anaïs a donc avalé  $200 \times 0,55 = \mathbf{110 \text{ g de sucre}}$ .

2) Titouan a reçu 80 € pour son anniversaire, dont 25 % ont été donnés par sa tante. **Combien d'euros sa tante lui a-t-elle donnés ?**

Argent total (€)	100	80
Argent donné par la tante (€)	25	?

$\times 0,25$

Le coefficient de proportionnalité est  $25 \div 100 = \mathbf{0,25}$ .

La tante de Titouan lui a donc donné  $80 \times 0,25 = \mathbf{20 \text{ €}}$ .

3) Sur un paquet de 250 g de pâtes d'Alsace, il est écrit « œufs frais : 30% ». **Quelle est la masse d'œufs frais dans ce paquet ?**

Masse de pâtes (g)	100	250
Masse d'œufs frais (g)	30	?

$\times 0,3$

Le coefficient de proportionnalité est  $30 \div 100 = \mathbf{0,3}$ .

Dans ce paquet il y a donc  $250 \times 0,3 = \mathbf{75 \text{ g d'œufs frais}}$ .

### Exercice 21 : ☆☆

Au collège de Sissatroy, 65 % des 840 élèves sont demi-pensionnaires (DP).

1) Quel est le pourcentage d'élèves externes ?

En additionnant les élèves DP et externes on doit obtenir 100 % des élèves (la totalité) :  $100 - 65 = \mathbf{35}$ .

Il y a donc **35 % d'élèves externes**.

2) Calcule le nombre d'élèves DP et externes :

Catégorie	Total	DP	Externes
Proportion	100 %	65 %	35 %
Nombre d'élèves	840	$65 \times 8,4 = \mathbf{546}$	$35 \times 8,4 = \mathbf{294}$

$\times 8,4$

Le coefficient de proportionnalité est  $840 \div 100 = \mathbf{8,4}$ .

Il y a donc **546 élèves demi-pensionnaires** et **294 élèves externes** (et on a bien  $546 + 294 = 840$ ).

👉 **Exercice 22** : ☆☆☆

1) Un pantalon dont le prix initial était de 110 € est soldé avec 20 % de réduction. **Quel est son nouveau prix ?**

Calculons d'abord le montant de la réduction :  $110 \times 0,2 = 22$ .

Calculons ensuite le nouveau prix :  $110 - 22 = 88$  €.

Le nouveau prix de ce pantalon est donc de **88 €**.

2) Esther a commandé son nouveau smartphone sur Internet, au prix de 235 €. Elle a dû verser un acompte de 10 % au moment de sa commande.

a. **Quel est le montant de cet acompte ?**

10 % de 235 € =  $0,1 \times 235 = 23,5$  €.

Esther a donc versé un acompte de **23,5 €**.

b. **Combien lui reste-t-il à payer ?**

$$235 - 23,5 = 211,5$$

Esther doit encore payer **211,5 €**.

👉 **Exercice 23** : ☆☆☆

Voici ce qu'affiche l'écran d'ordinateur portable d'Émeline :

 58 %

**2 heures et 54 minutes restantes**

**Lorsque la batterie est entièrement chargée, combien de temps Émeline peut-elle se servir de son ordinateur sans le brancher sur secteur ?**

Commençons par convertir la durée affichée en minutes :

$$2 \text{ h } 54 \text{ min} = 2 \times 60 \text{ min} + 54 \text{ min} = 174 \text{ min}$$

On peut ensuite faire un tableau de proportionnalité :

Catégorie	Restant	Total
Proportion	58 %	100 %
Durée (min)	174	$100 \times 3 = 300$



Le coefficient de proportionnalité est  $174 \div 58 = 3$ .

Le portable d'Émeline peut donc rester allumé sur batterie pendant **300 min, soit  $300 \div 60 = 5$  heures**.