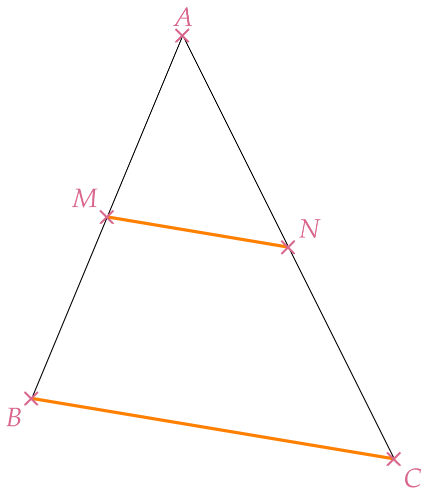
Séquence 13 : Théorème de Thalès (2) - sens INDIRECT

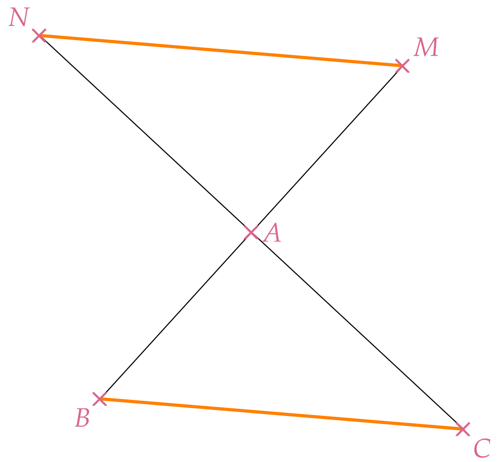
✐ ✎ ✐ **OBJECTIFS** : ✎ ✐ ✎

À la fin de cette Séquence 13, je dois **connaître**...	Pour m'entraîner :
Dans quels cas utiliser le théorème de Thalès dans le sens indirect.	Cours partie A
Les étapes de démonstration avec le théorème de Thalès dans le sens indirect.	Cours partie C

Je dois **savoir faire**...	Pour m'entraîner : ☆	☆☆	☆☆☆
Reconnaître quand utiliser le théorème de Thalès dans le sens indirect.	Connaître mon cours (S10 et 13 !)		
Savoir vérifier si des rapports sont égaux.	n°1		
Utiliser le théorème de Thalès dans le sens indirect (dont type brevet).	n°2, 3, 4	n°5, 6, 7	n°8

A) Cours





Propriété 1 : Rappel : Thalès sens DIRECT *(voir S10)*

Points alignés

ET

Droites parallèles

$$\Longrightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Nous avons vu à la Séquence 11 que le théorème de Thalès nous permet, **lorsque l'on est dans une configuration adéquate**, de **calculer des longueurs manquantes** en établissant des rapports de longueurs égaux. Ce théorème peut aussi s'utiliser dans l'autre sens (c'est la « réciproque ») : **si on sait que les rapports de longueurs sont égaux, alors on va pouvoir montrer que les droites sont parallèles.**

Propriété 2 : Thalès sens INDIRECT

Points alignés

ET

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

$\Longrightarrow$ Droites parallèles

B) Vérifier que des rapports sont égaux

Méthode 1 : Calculer les valeurs décimales

☞ $\frac{5}{4}$ et $\frac{11,25}{9}$: $\frac{5}{4} = 1,25$ et $\frac{11,25}{9} = 1,25$ donc on a bien $\frac{5}{4} = \frac{11,25}{9}$

☞ $\frac{7}{2}$ et $\frac{20}{6}$: $\frac{7}{2} = 3,5$ et $\frac{20}{6} \approx 3,33$ donc $\frac{7}{2} \neq \frac{20}{6}$

Remarque : Attention toutefois à cette méthode, car même si elle est simple, elle peut induire en erreur dans les cas où l'on doit arrondir les 2 fractions.

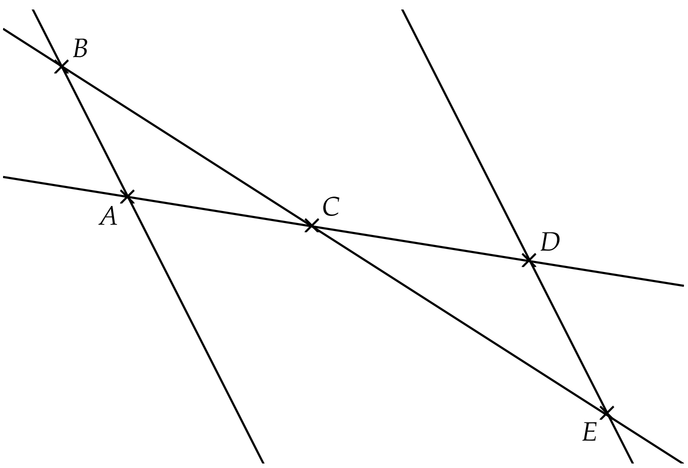
Méthode 2 : Vérifier les produits en croix

☞ $\frac{5}{4}$ et $\frac{11,25}{9}$: $5 \times 9 = 45$ et $4 \times 11,25 = 45$ donc on a bien $\frac{5}{4} = \frac{11,25}{9}$

☞ $\frac{7}{2}$ et $\frac{20}{6}$: $7 \times 6 = 42$ et $2 \times 20 = 40$ donc $\frac{7}{2} \neq \frac{20}{6}$

Remarque : L'avantage de cette méthode est qu'elle permet de ne jamais devoir arrondir.

C) Exemples



On donne les longueurs suivantes :

$CD = 5$ cm ; $AC = 2$ cm ; $CE = 7,5$ cm ; $BC = 3$ cm

Les droites (AB) et (DE) sont-elles parallèles ?

On sait que :

Les points B, C et E d'une part ; A, C et D d'autre part sont alignés.

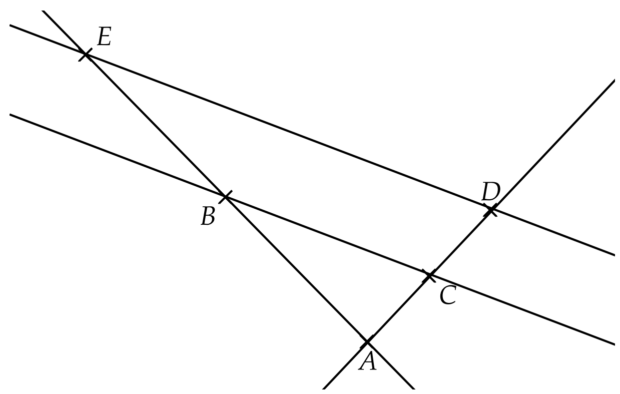
Vérifions l'égalité de Thalès :

$\frac{CA}{CD} = \frac{2}{5} = 0,4$ et $\frac{CB}{CE} = \frac{3}{7,5} = 0,4$

Conclusion :

On a montré que $\frac{CA}{CD} = \frac{CB}{CE}$.

L'égalité de Thalès est vérifiée, donc **les droites $(\mathbf{BA})$ et $(\mathbf{DE})$ sont parallèles.**



On donne les longueurs suivantes :

$AC = 6,7$ cm ; $AD = 10,5$ cm ; $AB = 8,4$ cm ; $AE = 12,5$ cm

Les droites (BC) et (DE) sont-elles parallèles ?

On sait que :

Les points A, B et E d'une part ; A, C et D d'autre part sont alignés.

Vérifions l'égalité de Thalès :

$\frac{AC}{AD} = \frac{6,7}{10,5}$ et $\frac{AB}{AE} = \frac{8,4}{12,5}$

donc $6,7 \times 12,5 = \mathbf{83,75} \neq \mathbf{88,2} = 10,5 \times 8,4$

Conclusion :

On a montré que $\frac{AC}{AD} \neq \frac{AB}{AE}$.

L'égalité de Thalès n'est pas vérifiée, donc **les droites $(\mathbf{BC})$ et $(\mathbf{DE})$ ne sont pas parallèles.**