

2. Critères de divisibilité

Définition 2 : Divisibilité

Si le **reste** de la division euclidienne de a par b est nul ($= 0$), on dit au choix que :

 b est a

 a est b

 a est b

Cela revient à dire que b est « dans la table de » a .

Exemple(s) :

$5 \times 3 = 15$ donc on peut dire :













 On ne peut PAS dire « 5 est divisible par 15 », ou « 15 est un diviseur de 3 », ou encore « 5 est un multiple de 15 ». 

Propriété 1 : Critères de divisibilité

 Si un entier est **pair** (se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8), alors il est **divisible par 2** ;

 Si la **somme des chiffres** d'un nombre est divisible par 3, alors ce nombre est **divisible par 3** ;

 Si le **nombre formé par les deux derniers chiffres** d'un nombre est divisible par 4, alors il est **divisible par 4** ;

 Si un nombre **se termine par 0 ou 5**, alors il est **divisible par 5** ;

 Si la **somme des chiffres** d'un nombre est divisible par 9, alors ce nombre est **divisible par 9** ;

 Si un nombre **se termine par 0**, alors il est **divisible par 10** ;

Exemple(s) :

 Nombres divisibles par 2 :

 Nombres divisibles par 3 :

 Nombres divisibles par 4 :

 Nombres divisibles par 5 :

 Nombres divisibles par 9 :

 Nombres divisibles par 10 :

B) Nombres premiers

1. Introduction : le crible d'Ératosthène

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

Dans la grille ci-contre :

1. Commence par barrer le 1
2. Entoure 2 puis barre **tous les multiples** de 2
3. Entoure le plus petit nombre non barré (c'est-à-dire 3) puis barre tous ses multiples
4. Répète l'étape 3 jusqu'à ce que tous les nombres de la grille soient barrés ou entourés.

Que peut-on dire des nombres entourés ?

2. Définition et exemples à connaître

🔗 Définition 3 : Nombre premier

🔗 Exemple(s) :

🔗 4 n'est pas premier :

🔗 ⚠ 1 n'est pas un nombre premier ! Il n'a en effet qu'un seul diviseur : lui-même ⚠

🔗 Les 15 nombres premiers inférieurs à 50 sont à connaître **PAR CŒUR** :

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 43 ; 47

3. Décomposition en facteurs premiers

🔗 Propriété 2 : Décomposition en facteurs premiers

🔗 Méthode 1 : Décomposition en facteurs premiers

Pour décomposer un nombre N en produit de facteurs premiers, on commence par chercher le plus petit nombre premier qui divise N , et on effectue cette division autant de fois que c'est possible. Puis on recommence avec le nombre premier suivant, et ainsi de suite jusqu'à obtenir 1.

🔗 Exemple(s) :

$$\begin{array}{r|l} 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$126 = 2 \times 3^2 \times 7$$

$$\begin{array}{r|l} 504 & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots \end{array}$$

$$504 = \dots\dots\dots$$

$$\begin{array}{r|l} 2\ 530 & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots \end{array}$$

$$2\ 530 = \dots\dots\dots$$

$$\begin{array}{r|l} 728 & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots \end{array}$$

$$728 = \dots\dots\dots$$

C) Simplification de fractions

🔗 Définition 4 : Fraction irréductible

Remarque : On dit que a et b sont « premiers entre eux » (voir exercice n°13 du livret).

🔗 Exemple(s) :

Les fractions suivantes sont irréductibles :

☞ $\frac{3}{7}$ car : diviseurs de 3 : { } et diviseurs de 7 : { }

☞ $\frac{15}{4}$ car : diviseurs de 15 : { } et diviseurs de 4 : { }

☞ $\frac{22}{9}$ car : diviseurs de 22 : { } et diviseurs de 9 : { }

Les fractions suivantes ne sont pas irréductibles :

☞ $\frac{6}{9}$ car 6 et 9 ont comme diviseur commun autre que 1.

☞ $\frac{13}{26}$ car 13 et 26 ont comme diviseur commun autre que 1.

☞ $\frac{63}{21}$ car 63 et 21 ont comme diviseurs communs autres que 1.

🔗 Propriété 3 : Rappel sur les fractions

On ne change pas une fraction en multipliant ou en divisant son numérateur par un même nombre (non nul) !

🔗 Méthode 2 : Simplifier une fraction

Pour simplifier une fraction, la méthode la plus simple est de décomposer son numérateur ET son dénominateur en facteurs premiers, puis de simplifier les facteurs identiques :

🔗 Exemple(s) :

Simplifions la fraction $\frac{204}{72}$. Pour cela on commence par décomposer 204 et 72 en facteurs premiers :

--	--

On peut ensuite simplifier la fraction :

$$\frac{204}{72} = \dots\dots\dots$$

S15 : Arithmétique - Livret d'exercices

Exercice 1 : ☆

Laquelle de ces égalités correspond à la division euclidienne de 647 par 12 ?

$$647 = 11 \times 54 + 53$$

$$647 = 12 \times 53 + 11$$

$$647 = 12 \times 52 + 23$$

Exercice 2 : ☆

Sandra peut lire sur l'écran de sa calculatrice :

$$85 \div 6$$

$$Q = 14 \quad R = 1$$

Traduire ce résultat par une égalité :

Exercice 3 : ☆

Donner le quotient et le reste de la division euclidienne de :

1) 32 par 5 :

2) 124 par 3 :

3) 5 par 4 :

Exercice 4 : ☆☆

Rémy veut ranger 184 timbres dans un classeur pouvant contenir 36 timbres par page. Combien va-t-il utiliser de pages ?

.....
.....
.....
.....

Exercice 5 : ☆☆☆

Le quotient d'une division euclidienne est 14, son reste est 3 et son diviseur est 7. Quel est le dividende ?

.....
.....

Exercice 6 : ☆

Vrai ou Faux ? Coche la bonne réponse :

- 36 est un multiple de 6. VRAI FAUX
- 6 est un diviseur de 49. VRAI FAUX
- 12 est un multiple de 24. VRAI FAUX
- 184 est divisible par 2. VRAI FAUX
- 250 est divisible par 5. VRAI FAUX
- 252 est divisible par 9. VRAI FAUX

Exercice 12 : ☆☆

Vrai ou Faux ?

			Justification :
1) Tout nombre est diviseur de lui-même.	<input type="checkbox"/> VRAI	<input type="checkbox"/> FAUX
2) 1 divise tout nombre entier.	<input type="checkbox"/> VRAI	<input type="checkbox"/> FAUX
3) Tout nombre impair est premier.	<input type="checkbox"/> VRAI	<input type="checkbox"/> FAUX
4) Tout nombre pair est premier.	<input type="checkbox"/> VRAI	<input type="checkbox"/> FAUX
5) Il existe une infinité de nombres premiers.	<input type="checkbox"/> VRAI	<input type="checkbox"/> FAUX	
6) Il y a toujours un écart de 2 entre deux nombres premiers.	<input type="checkbox"/> VRAI	<input type="checkbox"/> FAUX

Exercice 13 : ☆☆☆

On dit que **deux nombres sont premiers entre eux** s'ils n'ont **que 1 comme diviseur commun**.

1) Trouver tous les diviseurs de 45 :

.....

2) Trouver tous les diviseurs de 28 :

.....

3) Les nombres 45 et 28 sont-ils premiers entre eux ?

.....

4) Peut-on trouver deux nombres **pairs** premiers entre eux ? Justifier.

.....

.....

5) Peut-on trouver deux nombres **impairs** premiers entre eux ? Justifier.

.....

.....

Exercice 14 : ☆

Décomposer les nombres suivants en produits de facteurs premiers :

12	28	75	630	5 005
----	----	----	-----	-------

👉 **Exercice 15** : ☆

Décomposer les nombres suivants en produits de facteurs premiers :

96	168	196	60	64
----	-----	-----	----	----

👉 **Exercice 16** : ☆☆☆

Un magicien demande à un spectateur de choisir un nombre à 3 chiffres, sans le dévoiler, puis de recopier ce nombre à sa suite de manière à obtenir un nombre à 6 chiffres. Par exemple si le spectateur choisit 126, il obtient alors 126 126. Le magicien demande alors au spectateur de diviser ce nombre à 6 chiffres par 7, puis de diviser le résultat par 11, et enfin par 13. Il annonce alors : « Le résultat obtenu est le nombre à 3 chiffres du début ! »

Comment expliquer ce tour de magie ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

👉 **Exercice 17** : ☆

Simplifie les fractions suivantes :

👉 $\frac{138}{105} =$

👉 $\frac{144}{216} =$

👉 $\frac{192}{288} =$

👉 $\frac{245}{216} =$

👉 $\frac{48}{175} =$


👉 $\frac{120}{450} =$


👉 $\frac{1\ 925}{3\ 185} =$


👉 $\frac{504}{1\ 050} =$


 **Exercice 18** : ☆


Simplifie les fractions suivantes :


 $\frac{2\ 604}{1\ 428} =$


 $\frac{12}{25} =$


 $\frac{126}{72} =$


 $\frac{525}{405} =$


 $\frac{720}{3\ 150} =$

 $\frac{315}{60} =$

 $\frac{140}{224} =$

 $\frac{55}{150} =$

 $\frac{124}{80} =$

 $\frac{52}{88} =$

 **Exercice 19** : ☆☆☆

Dans le village *Solidarity*, 1 520 personnes ont fait un don de charité sur 1 710 habitants en tout, tandis que dans le village *Solidaritat*, 1 840 personnes ont fait un don parmi les 2 070 habitants.

1) Exprimer pour chacun de villages la *proportion* de personnes ayant effectué un don, sous forme d'une fraction, puis simplifier les deux fractions obtenues :

.....
.....

2) Que peut-on en conclure sur la *générosité* des habitants de ces deux villages ?

.....
.....
.....

 **Exercice 20** : ☆☆☆

Trouver toutes les paires de nombres dont le produit vaut 4 056 et qui sont tous deux des multiples de 13 :

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

