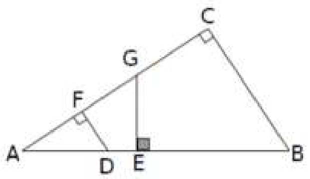
Chapitre XV : Trigonométrie
Fiche d'exercices

Exercice 1 :



a. L'hypoténuse du triangle rectangle ABC est .... .

b. L'hypoténuse du triangle rectangle AEG est .... .

c. Dans le triangle rectangle EGA, le côté opposé à l'angle $\widehat{EGA}$ est .... .

d. Dans le triangle rectangle FAD, le côté opposé à l'angle $\widehat{ADF}$ est .... .

e. Dans le triangle rectangle AEG, le côté adjacent à l'angle $\widehat{AGE}$ est .... .

f. Dans le triangle rectangle ADF, le côté adjacent à l'angle $\widehat{DAF}$ est .... .

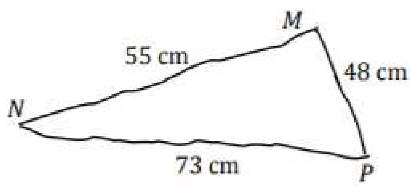
g. Dans le triangle rectangle BEG, le côté adjacent à l'angle $\widehat{EGB}$ est .... .

a. L'hypoténuse du triangle rectangle ABC est **AB**
b. L'hypoténuse du triangle rectangle AEG est **AG**.
c. Dans le triangle rectangle EGA, le côté opposé à l'angle $\widehat{EGA}$ est **EA**.
d. Dans le triangle rectangle FAD, le côté opposé à l'angle $\widehat{ADF}$ est **AF.**
e. Dans le triangle rectangle AEG, le côté adjacent à l'angle $\widehat{AGE}$ est **GE**.
f. Dans le triangle rectangle ADF, le côté adjacent à l'angle $\widehat{DAF}$ est **AF**.
g. Dans le triangle rectangle BEG, le côté adjacent à l'angle $\widehat{EGB}$ est **EG**.

Exercice 2 :

Charlotte aimerait utiliser la trigonométrie dans le triangle MNP suivant.
Benoit lui indique qu'elle n'a pas le droit car le triangle n'est pas rectangle.

Qu'en pensez-vous ?



Benoit a raison sur un point : On ne peut utiliser la trigonométrie que dans un triangle rectangle. Pour savoir si le triangle MNP est rectangle, il nous faudra utiliser la réciproque du théorème de Thalès.

Dans le triangle MNP, le côté le plus long est NP, qui mesure 73 cm.

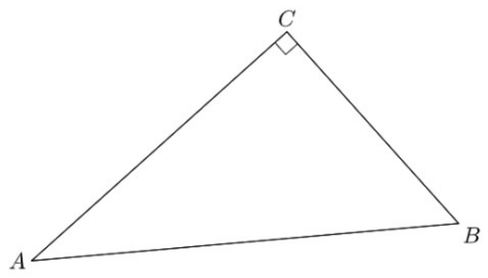
$MN^2 + MP^2 = 55^2 + 48^2 = 5329$

$NP^2 = 73^2 = 5329$

On a donc $MN^2 + MP^2 = NP^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle est rectangle en M.**

Il nous est donc possible d'utiliser la trigonométrie, Charlotte avait raison.

Exercice 3 :



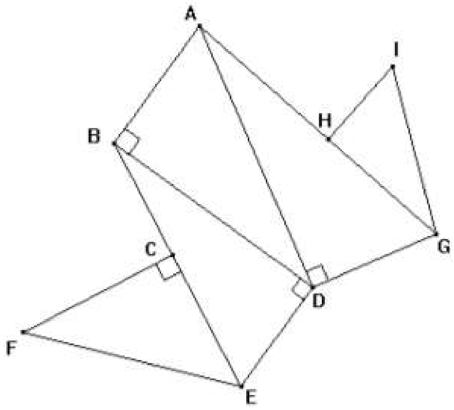
1° Pour le triangle ABC ci-dessus, compléter le tableau suivant :

Angle considéré	Côté adjacent	Côté opposé	Hypothénuse
$\widehat{CAB}$	AC	CB	AB
$\widehat{CBA}$	CB	AC	AB

2° En utilisant les formules trigonométriques, compléter le tableau suivant :

α	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$\tan\alpha$
$\widehat{CAB}$	$\frac{AC}{AB} \approx$	$\frac{CB}{AB} \approx$	$\frac{CB}{AC} \approx$
$\widehat{CBA}$	$\frac{CB}{AB} \approx$	$\frac{AC}{AB} \approx$	$\frac{AC}{CB} \approx$

Exercice 4 :



Dans le triangle rectangle BDA, on a : $\sin \widehat{BDA} = \frac{AB}{AD}$

Dans le triangle rectangle DAG, on a : $\cos \widehat{DAG} = \frac{DA}{AG}$

Dans le triangle rectangle BDA, on a : $\tan \widehat{BAD} = \frac{BD}{AB}$

Dans le triangle rectangle BED, on a : $\cos \widehat{BED} = \frac{DE}{BE}$

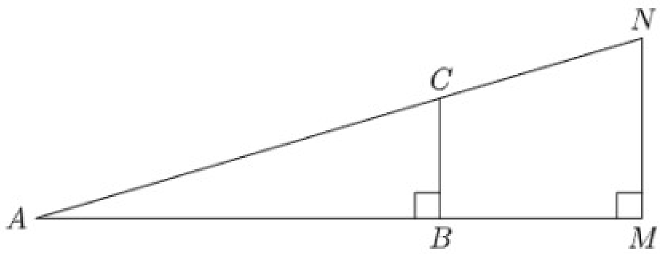
Dans le triangle rectangle BED, on a : $\tan \widehat{DBE} = \frac{DE}{BD}$

Dans le triangle rectangle BDA, on a : $\cos \widehat{BDA} = \frac{BD}{AD}$

Dans le triangle rectangle DGA, on a : $\sin \widehat{DGA} = \frac{DA}{AG}$

Exercice 5 :

Soit les triangles ABC et AMN rectangles en B et en M respectivement.



1° a) Ecrire les formules trigonométriques donnant les quotients $\frac{BC}{AC}$ et $\frac{MN}{AN}$.

$$\frac{BC}{AC} = \sin(\widehat{BAC}) \ et \ \frac{MN}{AN} = \sin(\widehat{MAN})$$

b) En conclure une relation entre $\frac{BC}{AC}$ et $\frac{MN}{AN}$.

L'angle $\widehat{BAC}$ et l'angle $\widehat{MAN}$ sont les mêmes, donc leurs sinus sont égaux aussi.
Donc $\frac{BC}{AC} = \frac{MN}{AN}$.

2° a) Montrer que les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

(BC) et (MN) sont perpendiculaires à la droite (AM). Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.

b) A l'aide du théorème de Thalès, prouver que $\frac{BC}{MN} = \frac{AC}{AN}$.

Les points A, B, M et les points A, C, N sont alignés.
Les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Donc, d'après le théorème de Thalès, on a l'égalité suivante :

$$\frac{AC}{AN} = \frac{AB}{AM} = \frac{BC}{MN}$$

c) En utilisant le produit en croix, en conclure que $\frac{BC}{AC} = \frac{MN}{AN}$.

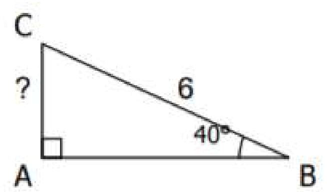
$\frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$, donc $BC = \frac{AC \times MN}{AN}$ et ainsi, on obtient $\frac{BC}{AC} = \frac{MN}{AN}$.

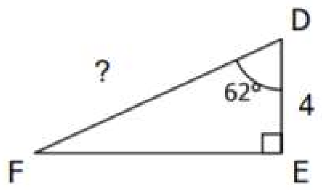
d) Comparer ce résultat avec celui de la question 1°.

On retrouve l'égalité obtenue à la question 1°, ce qui prouve que la trigonométrie et le théorème de Thalès sont toutes deux des méthodes viables pour résoudre ce problème.

Exercice 6 :

Dans les triangles suivants, calculer les longueurs manquantes.





Le triangle ABC est rectangle en A, donc on peut utiliser la trigonométrie.

On connait l'angle $\widehat{ABC}$ et la longueur BC de l'hypoténuse.
On recherche la longueur AC du côté opposé.

La formule utilisant hypoténuse et côté opposé est celle du **sinus**.

$\mathbf{sin}(\widehat{\boldsymbol{ABC}}) = \frac{\boldsymbol{AC}}{\boldsymbol{BC}}$

$\frac{\sin(40°)}{1} = \frac{AC}{6}$ donc $\boldsymbol{AC} = \frac{\mathbf{6\times sin\ (40°)}}{\mathbf{1}}$.

Je prends ma calculatrice et j'obtiens : $\boldsymbol{AC = 3,86}$.

Le triangle DEF est rectangle en E, donc on peut utiliser la trigonométrie.

On connait l'angle $\widehat{EDF}$ et la longueur DE du côté adjacent.
On recherche la longueur DF de l'hypoténuse.

La formule utilisant hypoténuse et côté adjacent est celle du **cosinus**.

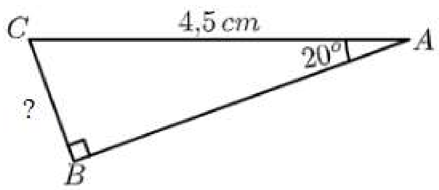
$\cos(\widehat{EDF}) = \frac{DE}{DF}$

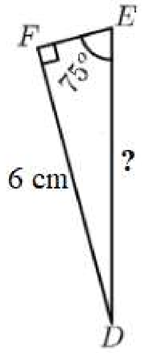
$\frac{\cos(62°)}{1} = \frac{4}{DF}$ donc $DF = \frac{4\times1}{\cos(62°)}$.

Je prends ma calculatrice et j'obtiens : $DF = 8,52$.

Exercice 7 :

Dans les triangles suivants, calculer les longueurs manquantes.





Le triangle ABC est rectangle en B, donc on peut utiliser la trigonométrie.

On connait l'angle $\widehat{BAC}$ et la longueur AC de l'hypoténuse.
On recherche la longueur BC du côté opposé.

La formule utilisant hypoténuse et côté opposé est celle du **sinus**.

$\sin(\widehat{BAC}) = \frac{BC}{AC}$

$\frac{\sin(20°)}{1} = \frac{BC}{4,5}$ donc $BC = \frac{4,5\times\sin(20°)}{1}$.

Je prends ma calculatrice et j'obtiens : $BC = 1,37\ cm$.

Le triangle DEF est rectangle en F, donc on peut utiliser la trigonométrie.

On connait l'angle $\widehat{DEF}$ et la longueur DF du côté opposé.
On recherche la longueur DE de l'hypoténuse.

La formule utilisant hypoténuse et côté opposé est celle du **sinus**.

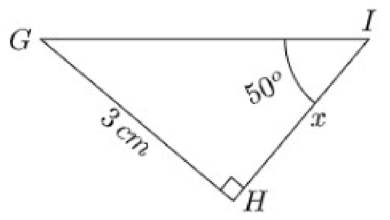
$\sin(\widehat{DEF}) = \frac{DF}{DE}$

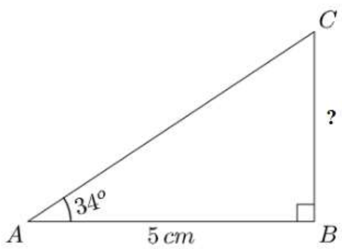
$\frac{\sin(75°)}{1} = \frac{6}{DE}$ donc $DE = \frac{6\times1}{\sin(75°)}$.

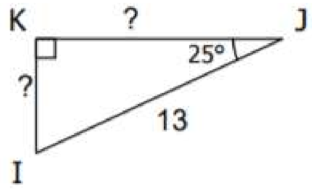
Je prends ma calculatrice et j'obtiens : $DE = 6,21\ cm.$

Exercice 8 :

Dans les triangles suivants, calculer les longueurs manquantes.







Le triangle GHI est rectangle en H, donc on peut utiliser la trigonométrie.

On connait l'angle $\widehat{GIH}$ et la longueur GH du côté opposé.
On recherche la longueur HI du côté adjacent.

La formule utilisant coté adjacent et côté opposé est celle de la **tangente**.

$$\mathbf{tan}\left(\widehat{GIH}\right) = \frac{GH}{HI}$$

$\frac{\tan(50°)}{1} = \frac{3}{HI}$ donc $HI = \frac{3\times 1}{\tan(50°)}$.

Je prends ma calculatrice et j'obtiens : $\boldsymbol{HI = 2,52\ cm}$.

Le triangle ABC est rectangle en B, donc on peut utiliser la trigonométrie.

On connait l'angle $\widehat{BAC}$ et la longueur AB du côté adjacent.
On recherche la longueur BC du côté opposé.

La formule utilisant côté adjacent et côté opposé est celle de la **tangente**.

$$\mathbf{tan}\left(\widehat{BAC}\right) = \frac{BC}{AB}$$

$\frac{\tan(34°)}{1} = \frac{BC}{5}$ donc $BC = \frac{5\times\tan(34°)}{1}$.

Je prends ma calculatrice et j'obtiens : $\boldsymbol{BC = 3,37\ cm.}$

Le triangle KIJ est rectangle en K, donc on peut utiliser la trigonométrie.

On connait l'angle $\widehat{KJI}$ et la longueur IJ de l'hypoténuse.
On recherche la longueur KI du côté opposé et la longueur KJ du côté adjacent.

La formule utilisant côté opposé et hypoténuse est celle du **sinus**.
La formule utilisant côté adjacent et hypoténuse est celle du **cosinus**.

$\mathbf{sin}(\widehat{KJI}) = \frac{KI}{IJ}$

$\frac{\sin(25°)}{1} = \frac{KI}{13}$ donc $KI = \frac{13 \times \sin(25°)}{1}$.

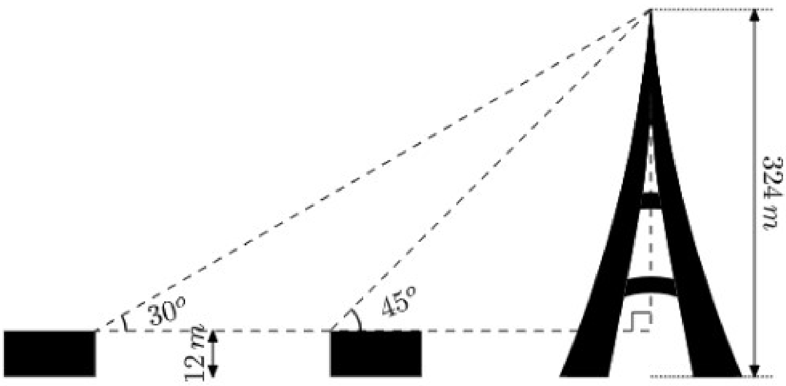
$\mathbf{cos}(\widehat{KJI}) = \frac{KJ}{IJ}$

$\frac{\cos(25°)}{1} = \frac{KJ}{13}$ donc $KJ = \frac{13 \times \cos(25°)}{1}$.

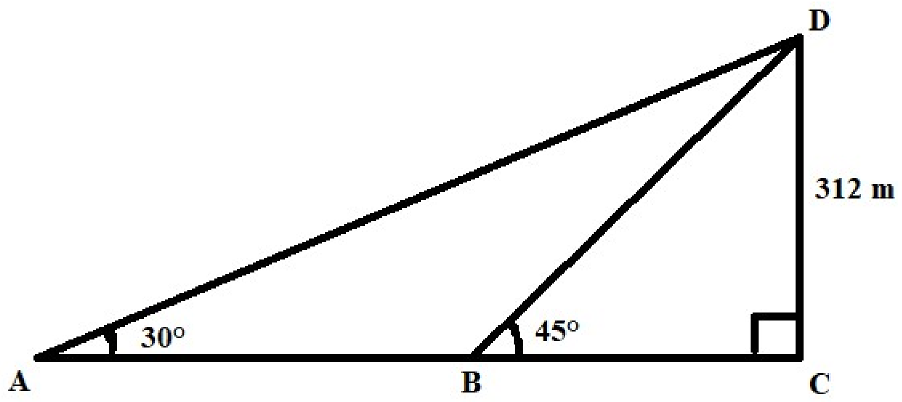
Je prends ma calculatrice et j'obtiens : $\boldsymbol{KI = 5,49\ cm}$ ***et*** $\boldsymbol{KJ = 11,78\ cm}$

Exercice 9 :

Deux parisiens décident de regarder la Tour Eiffel de leur balcon.



1° Reproduire cette figure sous la forme d'un schéma simplifié. On appellera A le parisien le plus à gauche et B le parisien au milieu de la figure.



2° Calculer la distance AB qui sépare les deux balcons.
Pour cela, on pourra par exemple calculer la distance entre A et le bas de la tour Eiffel et entre B et le bas de la tour Eiffel.

Pour calculer la distance AB, on va d'abord calculer AC puis calculer BC et faire la différence entre les deux.

Le triangle ACD est rectangle en C, donc on peut utiliser la trigonométrie.

On connait l'angle $\widehat{CAD}$ et la longueur CD du côté opposé.
On recherche la longueur AC du côté adjacent.

La formule utilisant coté adjacent et côté opposé est celle de la **tangente**.

$$\tan(\widehat{CAD}) = \frac{CD}{AC}$$

$\frac{\tan(30°)}{1} = \frac{312}{AC}$ donc $AC = \frac{312 \times 1}{\tan(30°)}$.

Je prends ma calculatrice et j'obtiens : $AC = 540\ m$.

Le triangle BCD est rectangle en C, donc on peut utiliser la trigonométrie.

On connait l'angle $\widehat{CBD}$ et la longueur CD du côté opposé.
On recherche la longueur BC du côté adjacent.

La formule utilisant coté adjacent et côté opposé est celle de la **tangente**.

$$\tan(\widehat{CBD}) = \frac{CD}{BC}$$

$\frac{\tan(45°)}{1} = \frac{312}{BC}$ donc $BC = \frac{312 \times 1}{\tan(45°)}$.

Je prends ma calculatrice et j'obtiens : $BC = 312\ m$.

Ainsi, la distance AB = AC – BC , donc on obtient $AB = 228\ m$.

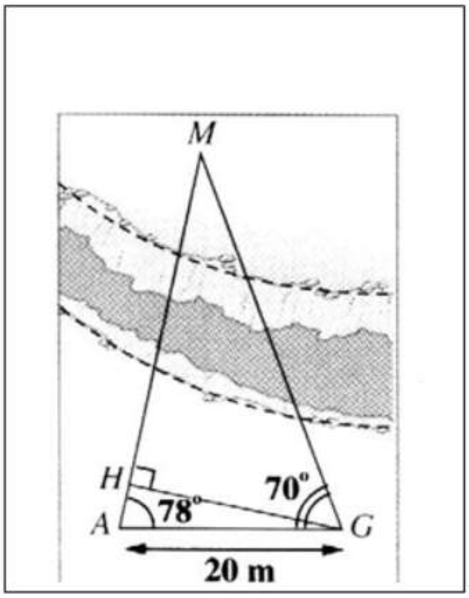
Exercice 10 :

Un géomètre veut calculer la distance entre son emplacement G et la maison M située de l'autre côté du canyon.

Pour cela il mesure la distance entre G et un point accessible A. Il trouve AG = 20 m .

Il place son théodolite successivement en G et en A pour mesurer les angles $\widehat{MAG}$ et $\widehat{AGM}$.
Il trouve $\widehat{MAG}$ = 78° et $\widehat{AGM}$ = 70°.

Calculer GH, puis GM.



Le triangle GAH est rectangle en H, donc on peut utiliser la trigonométrie.

On connait l'angle $\widehat{GAH}$ et la longueur AG de l'hypoténuse.
On recherche la longueur GH du côté opposé.

La formule utilisant hypoténuse et côté opposé est celle du **sinus**.

$$\sin(\widehat{GAH}) = \frac{AG}{GH}$$

$\frac{\sin(78°)}{1} = \frac{20}{GH}$ donc $GH = \frac{20 \times 1}{\sin(78°)}$.

Je prends ma calculatrice et j'obtiens : $GH = 19,56\ m$.

Le triangle GHM est rectangle en H, donc on peut utiliser la trigonométrie.

Cependant, je ne connais aucun angle dans ce triangle… Heureusement, la sommes des angles d'un triangle est de 180°, donc $\widehat{AMG} + \widehat{MAG} + \widehat{AGM} = 180°$
Donc $\widehat{AMG} + 78° + 70° = 180°$. On connait alors l'angle $\widehat{AMG}$ **qui vaut 32°.**

Enfin, on a $\widehat{AMG} = \widehat{HMG}$ par construction.

On connait l'angle $\widehat{HMG}$ et la longueur GH du côté opposé.
On recherche la longueur MG de l'hypoténuse.

La formule utilisant hypoténuse et côté opposé est celle du **sinus**.

$$\sin(\widehat{HMG}) = \frac{GH}{MG}$$

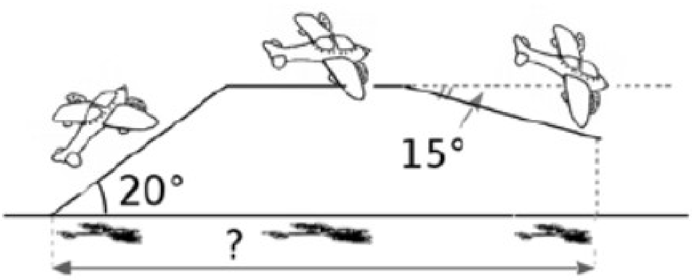
$\frac{\sin(32°)}{1} = \frac{19,56}{MG}$ donc $MG = \frac{19,56 \times 1}{\sin(32°)}$.

Je prends ma calculatrice et j'obtiens : $GM = 36,9\ m$.

Exercice 11 :

Un avion décolle pendant 1,5 minutes, puis vole à l'horizontale pendant 10 minutes avant d'amorcer une descente pendant 2 minutes.

La vitesse de l'avion reste constante à 480 km/h et les angles de montée et de descente sont indiqués sur le schéma ci-contre.

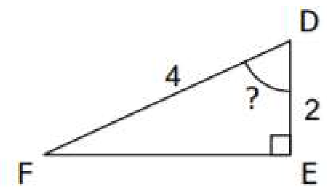


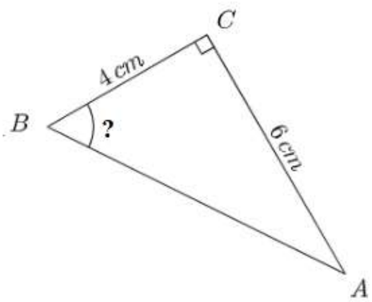
Quelle est la distance au sol parcourue par l'avion ?

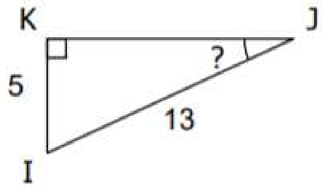
La correction de cet exercice est rédigée sur une feuille blanche en Pièce Jointe.

Exercice 12 :

Calculer la valeur des angles manquants dans les triangles suivants.







Le triangle DEF est rectangle en E, donc on peut utiliser la trigonométrie.

On cherche l'angle $\widehat{FDE}$.
On connait la longueur FD de l'hypoténuse et la longueur DE du côté adjacent.

La formule utilisant hypoténuse et côté adjacent est celle du **cosinus**.

$\boldsymbol{\cos(\widehat{FDE}) = \frac{DE}{FD}}$
$\cos(\widehat{FDE}) = \frac{2}{4} = 0{,}5$

Je prends ma calculatrice et je tape **Arccos (0,5)**.

J'obtiens alors que l'angle $\boldsymbol{\widehat{FDE}}$ **vaut 60°**.

Le triangle KIJ est rectangle en K, donc on peut utiliser la trigonométrie.

On cherche l'angle $\widehat{KJI}$.
On connait la longueur IJ de l'hypoténuse et la longueur KI du côté opposé.

La formule utilisant hypoténuse et côté opposé est celle du **sinus**.

$\boldsymbol{\sin(\widehat{KJI}) = \frac{KI}{IJ}}$
$\sin(\widehat{KJI}) = \frac{5}{13}$

Je prends ma calculatrice et je tape **Arcsin (5 ÷ 13)**.

J'obtiens alors que l'angle $\boldsymbol{\widehat{KJI}}$ **vaut 22,6°**.

Le triangle ABC est rectangle en C, donc on peut utiliser la trigonométrie.

On cherche l'angle $\widehat{ABC}$.
On connait la longueur AC du côté opposé et la longueur BC du côté adjacent.

La formule utilisant côté opposé et côté adjacent est celle de la **tangente**.

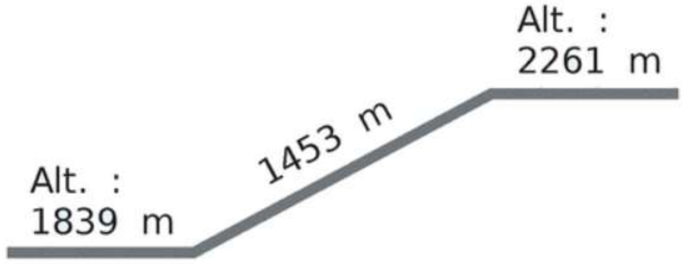
$\mathbf{tan}\left(\widehat{\boldsymbol{ABC}}\right) = \frac{\boldsymbol{AC}}{\boldsymbol{BC}}$
$\tan\left(\widehat{ABC}\right) = \frac{6}{4} = 1{,}5$

Je prends ma calculatrice et je tape **Arctan (1,5)**.

J'obtiens alors que l'angle $\widehat{\boldsymbol{ABC}}$ **vaut 56,3°**.

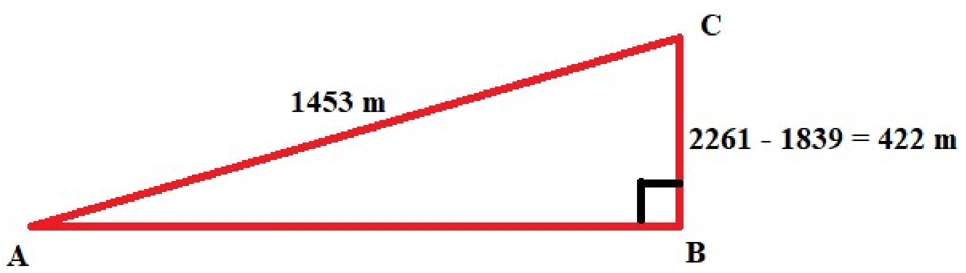
Exercice 13 :

Sur un télésiège, on peut lire les informations suivantes :



Calculer l'angle formé à l'horizontale par le câble du télésiège (*On appelle ça le degré de la pente)*.

La figure peut se transformer en ce schéma simplifié :



Dès lors, pour calculer l'angle de la pente, il nous suffit de calculer l'angle $\widehat{BAC}$.

Le triangle ABC est rectangle en B, donc on peut utiliser la trigonométrie.

On cherche l'angle $\widehat{BAC}$.
On connait la longueur AC de l'hypoténuse et la longueur BC du côté opposé.

La formule utilisant hypoténuse et côté opposé est celle du **sinus**.

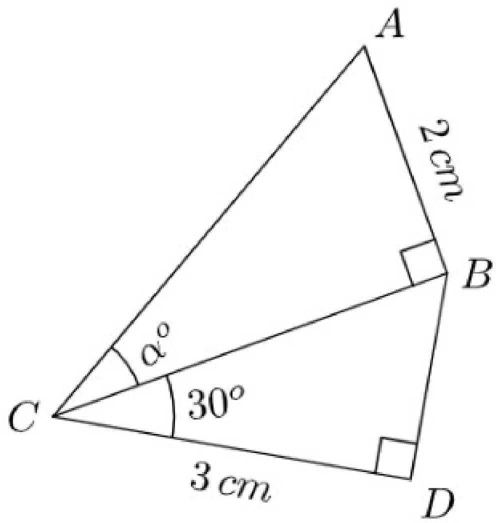
$\mathbf{sin}\left(\widehat{\boldsymbol{BAC}}\right) = \frac{\boldsymbol{BC}}{\boldsymbol{AC}}$
$\sin\left(\widehat{ABC}\right) = \frac{422}{1453}$

Je prends ma calculatrice et je tape **Arcsin ($\mathbf{422 \div 1453}$)**.

J'obtiens alors que **l'angle de la pente vaut 16,9°**.

Exercice 14 :

Dans la figure suivante, calculer la valeur de l'angle $\alpha°$.



Pour calculer l'angle $\alpha°$, il nous faut utiliser la trigonométrie dans le triangle ABC. Mais il nous manque une seconde longueur pour ça. On se propose donc de calculer la longueur BC.

Le triangle BCD est rectangle en D, donc on peut utiliser la trigonométrie.

On connait l'angle $\widehat{BCD}$ et la longueur CD du côté adjacent.
On recherche la longueur BC de l'hypoténuse.

La formule utilisant hypoténuse et côté adjacent est celle du **cosinus**.

$\mathbf{cos}\left(\widehat{\boldsymbol{BCD}}\right) = \frac{\boldsymbol{CD}}{\boldsymbol{BC}}$

$\frac{\cos(30°)}{1} = \frac{3}{BC}$ donc $\boldsymbol{BC} = \frac{\mathbf{3 \times 1}}{\boldsymbol{cos}(\mathbf{30°})}$.

Je prends ma calculatrice et j'obtiens : $\boldsymbol{BC = 3,46\ cm.}$

On a alors la longueur manquante dans le triangle ABC.

Le triangle ABC est rectangle en B, donc on peut utiliser la trigonométrie.

On cherche l'angle $\widehat{BCA}$.
On connait la longueur BC du coté adjacent et la longueur AB du côté opposé.

La formule utilisant côté adjacent et côté opposé est celle de la **tangente**.

$\mathbf{tan}\left(\widehat{\boldsymbol{BCA}}\right) = \frac{\boldsymbol{AB}}{\boldsymbol{BC}}$

$\tan\left(\widehat{BCA}\right) = \frac{2}{3,46}$

Je prends ma calculatrice et je tape **Arctan** $\mathbf{(2 \div 3,46)}$.

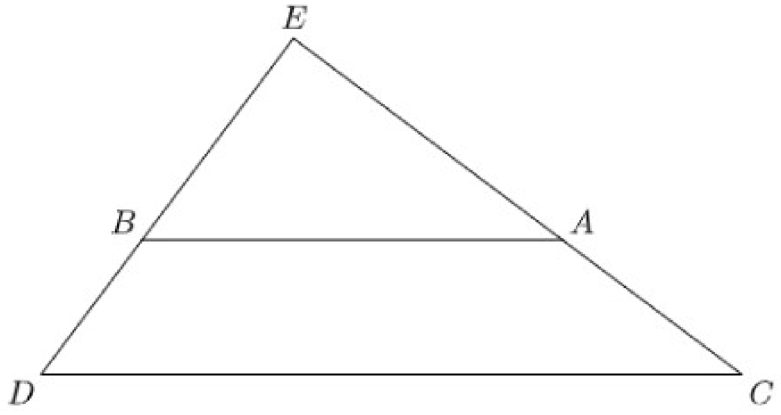
J'obtiens alors que **l'angle $\boldsymbol{\alpha}°$ vaut 30°.**

Exercice 15 (bonus) :

On donne :

$ED = 9$; $EB = 5{,}4$; $EC = 12$

$EA = 7{,}2$; $CD = 15$



1° a) Montrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
b) Calculer la longueur du segment [AB].

2° Montrer que les droites (CE) et (DE) sont perpendiculaires.

3° a) Calculer la valeur au degré près de l'angle $\widehat{ECD}$.
b) En déduire, sans calcul, la valeur de l'angle $\widehat{EAB}$. Justifier.

La correction de l'exercice vient sur une feuille blanche jointe.