Durée : 2 heures

Diplôme national du Brevet Asie
20 juin 2022

L'usage de calculatrice avec mode examen activé est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé

Le sujet est constitué de cinq exercices indépendants.
Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

EXERCICE 1 — 20 points

Cet exercice est composé de trois situations qui n'ont pas de lien entre elles.

Situation 1 :

On considère le programme de calcul ci-contre :

Nombre de départ
↓
Soustraire 7
Multiplier par 5.
Soustraire le double du nombre de départ
↓
Résultat

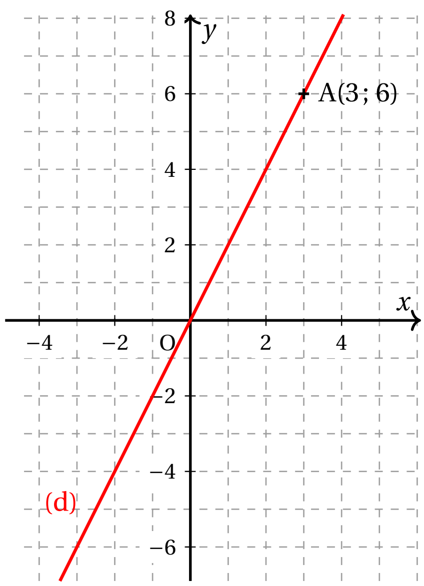
1. Montrer que si le nombre de départ est 10, le résultat obtenu est −5.
2. On note x le nombre de départ auquel on applique ce programme de calcul.
   Parmi les expressions suivantes, quelle est celle qui correspond au résultat du programme de calcul? *Aucune justification n'est attendue pour cette question.*

   Expression A : $x - 7 \times 5 - 2x$ — Expression C : $5(x - 7) - 2x$
   Expression B : $5(x - 7) - x^2$ — Expression D : $5x - 7 - 2x$

Situation 2 :

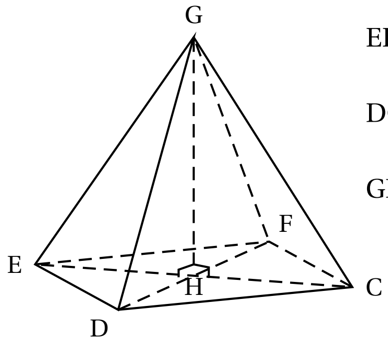
Dans le repère ci-contre, la droite (d) représente une fonction linéaire f.
Le point A appartient a la droite (d).

1. À l'aide du graphique, déterminer l'image de −2 par la fonction f.
2. Déterminer une expression de $f(x)$ en fonction de x.



Situation 3

Le dessin ci-contre représente une pyramide de sommet G et dont la base CDEF est un rectangle.
Le volume de cette pyramide est-il supérieur à 20 L ?



ED = 30 cm

DC = 40 cm

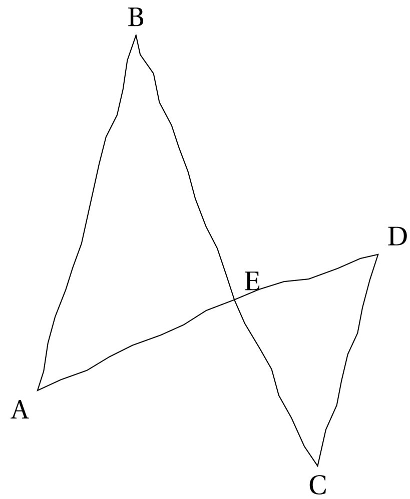
GH = 55 cm

EXERCICE 2 **20 points**

La figure ci-contre est réalisée à main levée.
Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
Les droites (AD) et (BC) sont sécantes en E.
On a : ED = 3,6 cm CD = 6 cm
EB = 7,2 cm AB = 9 cm

1. Démontrer que le segment [EC] mesure 4,8 cm.

2. Le triangle ECD est-il rectangle ?



3. Parmi les transformations ci-dessous, quelle est celle qui permet d'obtenir le triangle ABE à partir du triangle ECD ?
Recopier la réponse sur la copie. Aucune justification n'est attendue.

Symétrie axiale	Homothétie	Rotation	Symétrie centrale	Translation

4. On sait que la longueur BE est 1,5 fois plus grande que la longueur EC.
L'affirmation suivante est-elle vraie ? *On rappelle que la réponse doit être justifiée.*
Affirmation : « L'aire du triangle ABE est 1,5 fois plus grande que l'aire du triangle ECD. »

EXERCICE 3 **20 points**

Lors des Jeux paralympiques de 2021, les médias ont proposé un classement des pays en fonction de la répartition des médailles obtenues. Voici le classement obtenu pour les 15 premiers pays :

	A	B	C	D	E	F
1	Nations	Classement	Or	Argent	Bronze	Total
2	Chine	1	96	60	51	207
3	Grande-Bretagne	2	41	38	45	124
4	Etats-Unis	3	37	36	31	104
5	Comité paralympique Russe	4	36	33	49	118
6	Pays-Bas	5	25	17	17	59
7	Ukraine	6	24	47	27	98
8	Brésil	7	22	20	30	72
9	Australie	8	21	29	30	80
10	Italie	9	14	29		69
11	Azerbaïdjan	10	14	1	4	19
12	Japon	11	13	15	23	51
13	Allemagne	12	13	12	18	43
14	Iran	13	12	11	1	24
15	France	14	11	15	28	54
16	Espagne	15	9	15	12	36

1. Combien de médailles d'argent l'Australie a-t-elle obtenues ?
2. Calculer le nombre de médailles de bronze obtenues par l'Italie.
3. Quelle formule a pu être saisie en F2 avant d'être étirée vers le bas ?
4. Pour chacune des deux affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.
   On rappelle que les réponses doivent être justifiées.
   Affirmation 1 :
   « 20 % des médailles obtenues par l'équipe de France sont en or. »
   Affirmation 2 :
   « La médiane du nombre de médailles d'argent obtenues par ces 15 pays est 29. »
5. Aux Jeux paralympiques de Rio en 2016, la prime pour une médaille d'or française était de 50 000 euros. Pour ceux de Tokyo en 2021, cette prime était de 65 000 euros.
   Quel est le pourcentage d'augmentation de cette prime entre 2016 et 2021 ?

EXERCICE 4 **25 points**

Une boutique en ligne vend des photos et affiche les tarifs suivants :

Nombre de photos commandées	Prix à payer
De 1 à 100 photos	0,17 € par photo
Plus de 100 photos	17 € pour l'ensemble des 100 premières photos et 0,13 € par photo supplémentaire

1. **a.** Quel est le prix à payer pour 35 photos ?

   b. Vérifier que le prix à payer pour 150 photos est 23,50 €.

   c. On dispose d'un budget de 10 €. Combien de photos peut-on commander au maximum ?

On a commencé à construire un programme qui doit permettre de calculer le prix à payer en fonction du nombre de photos commandées :

```
1 quand [drapeau] est cliqué
2 demander (Nombre de photos à commander ?) et attendre
3 mettre [Nb photos ▽] à (réponse)
4 si <(Nb photos) < ( )>
5     mettre [Prix ▽] à ((Nb photos) * ( ))
6 sinon
7     mettre [Nb photos supplémentaires ▽] à ((Nb photos) - (100))
8     mettre [Prix ▽] à (( ) + ((Nb photos supplémentaires) * (0.13)))
9 dire (regrouper (Prix à payer en euros) et [Prix ▽])
```

Informations :
Le programme comporte trois variables :

- (Nb photos)
  Nombre de photos commandées
- (Nb photos supplémentaires)
  Nombre de photos commandées au-delà des 100 premières photos commandées.
- (Prix)

2. *Dans cette question, aucune justification n'est attendue.*
   Par quelles valeurs peut-on compléter les instructions des lignes 4, 5 et 8 pour que le programme permette de calculer le prix à payer en fonction du nombre de photos commandées ?
   Sur la copie, écrire le numéro de chaque ligne à compléter et la valeur correspondante.

3. En période des soldes, le site offre une réduction de 30 % sur le prix à payer, pour toute commande supérieure à 20 €.

   a. Calculer le prix a payer pour 150 photos en période des soldes.

   b. *Dans cette question, aucune justification n'est attendue.*

   On modifie le programme pour qu'il donne le prix à payer en période des soldes en insérant le bloc ci-contre entre les lignes 8 et 9.
   Dans la liste suivante, indiquer une proposition qui convient pour compléter la case vide :

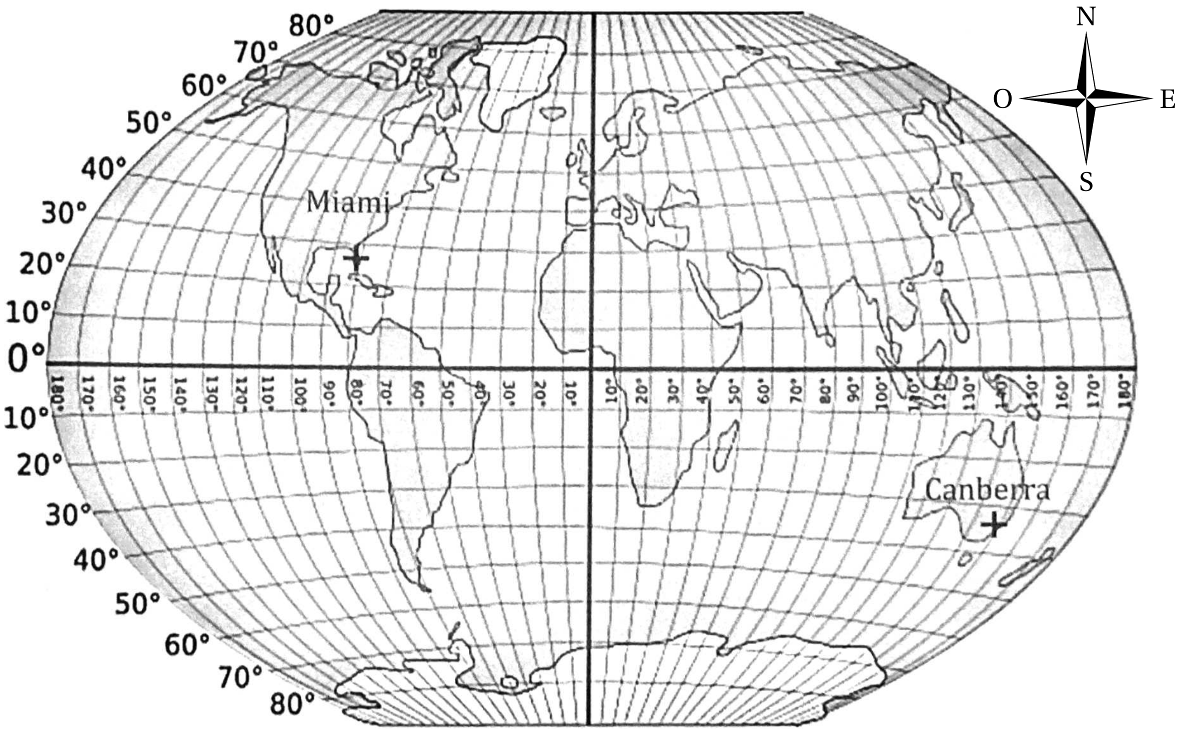
```
si <(Prix) > (20)> alors
    mettre [Prix ▽] à ( )
```

Proposition 1 :	(Prix) - (30)	Proposition 2 :	(Prix) - ((Prix) * (0.3))
Proposition 3 :	(Prix) * ((30) / (100))	Proposition 4 :	(Prix) * (0.7)

EXERCICE 5 **15 points**

L'ISS (International Space Station) est une station spatiale internationale placée en orbite autour de la Terre.

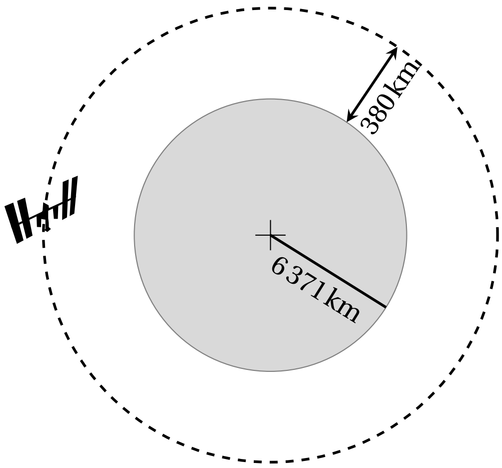
1. Dans la journée du 21 juin 2021, l'ISS est passée à la verticale de Canberra (Australie) puis à la verticale de Miami (Etats-Unis).
   À l'aide du planisphère ci-dessous, donner les coordonnées géographiques de ces deux villes avec la précision permise par le graphique.



On représente la Terre, l'ISS et son orbite (trajectoire de l'ISS) à l'aide du schéma ci-dessous.

On considère que :

- la Terre est assimilée a une sphère de rayon 6 371 km ;
- l'orbite de l'ISS est un cercle de même centre que celui de la Terre ;
- l'ISS tourne autour de la Terre a une altitude de 380 km.



2. Montrer que l'ISS parcourt environ 42 400 km pour effectuer un tour complet de la Terre.
3. On estime que l'ISS tourne autour de la Terre à la vitesse moyenne de 27 600 km/h.
   a. Montrer qu'il faut environ 1 h 32 min à l'ISS pour effectuer un tour complet de la Terre.
   b. Le 19 juin 2020, de 14 h 30 à 21 h 45 (heure de Paris), le spationaute français Thomas Pesquet a effectué une sortie extravéhiculaire en restant attaché à |'ISS.
   Durant cette sortie, combien de fois Thomas Pesquet a-t-il fait le tour complet de la Terre ?

Probabilités

Centre étranger 2021

Exercice 2 **21 points**

Partie 1

Dans cette première partie, on lance un dé bien équilibré à six faces numérotées de 1 à 6, puis on note le numéro de la face du dessus.

1. Donner sans justification les issues possibles.
2. Quelle est la probabilité de l'évènement A : « On obtient 2 » ?
3. Quelle est la probabilité de l'évènement B : « On obtient un nombre impair » ?

Partie 2

Dans cette deuxième partie, on lance simultanément deux dés bien équilibrés à six faces, un rouge et un vert. On appelle « score » la somme des numéros obtenus sur chaque dé.

1. Quelle est la probabilité de l'évènement C : « le score est 13 » ? Comment appelle-t-on un tel évènement ?
2. Dans le tableau à double entrée donné en ANNEXE, on remplit chaque case avec la somme des numéros obtenus sur chaque dé.
   a. Compléter, sans justifier, le tableau donné en ANNEXE à rendre avec la copie.
   b. Donner la liste des scores possibles.
3. a. Déterminer la probabilité de l'évènement D : « le score est 10 ».
   b. Déterminer la probabilité de l'évènement E : « le score est un multiple de 4 ».
   c. Démontrer que le score obtenu a autant de chance d'être un nombre premier qu'un nombre strictement plus grand que 7.

Annexe :

Exercice 2, Partie 2, question 2. a.

Dé vert / Dé rouge	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3				7		
4		6				
5						
6						

Polynésie 2021

Exercice 2 **16 points**

Un professeur propose un jeu à ses élèves.
Ils doivent tirer un jeton dans une boîte de leur choix et gagnent lorsqu'ils tombent sur un jeton noir.
Le professeur leur précise que :

— La boîte A contient la jetons dont 1 jeton noir;
— La boîte B contient 15 % de jetons noirs;
— La boîte C contient exactement 350 jetons blancs et 50 jetons noirs.

Les jetons sont indiscernables au toucher. Une fois que l'élève a choisi sa boîte, le tirage se fait au hasard.

1. Montrer que, dans la boîte C, la probabilité de tirer un jeton noir est $\frac{1}{8}$.
2. C'est le tour de Maxime. Dans quelle boîte a-t-il intérêt à tenter sa chance? Justifier la réponse.
3. La boîte B contient 18 jetons noirs. Combien y a-t-il de jetons au total dans cette boîte?
4. On ajoute 10 jetons noirsdans la boîte C. Déterminer le nombre de jetons blancs à ajouter dans la boîte C pour que la probabilité de tirer un jeton noir reste égale à $\frac{1}{8}$.

Corrigé

Centre étranger 2021

EXERCICE 2 **21 points**

Partie 1

Dans cette première partie, on lance un dé bien équilibré à six faces numérotées de 1 à 6, puis on note le numéro de la face du dessus.

1. Les issues sont 1, 2, 3, 4, 5, 6.
2. La probabilité d'obtenir le 2 (comme les autres nombres) est $\frac{1}{6}$.
3. Il y a 3 nombres impairs (ou pairs). la probabilité est donc égale à $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Partie 2

Dans cette deuxième partie, on lance simultanément deux dés bien équilibrés à six faces, un rouge et un vert. On appelle « score » la somme des nombres correspondants aux issues de chaque dé.

1. La plus grande somme possible étant 12, l'évènement est impossible de probabilité nulle.
2. **a.** Voir à la fin

   b. Les scores possibles sont : 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, soit 11 scores différents possibles
3. **a.** Il y a $6 \times 6 = 36$ issues possibles.

   On a $10 = 4+6 = 5+5 = 6+4$: 3 issues, donc $p(D) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.

   b. On a $p(E) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$.

   c. Il y a 15 scores premiers et 15 scores supérieurs à 7.

Annexe :

Exercice 2, Partie 2, question 2. a.

Dé rouge \ Dé vert	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Polynésie 2021

Exercice 2 **16 points**

1. La probabilité de tirer un jeton noir dans la boîte C est égale à $\dfrac{50}{350+50} = \dfrac{50}{400} = \dfrac{50\times 1}{50\times 8} = \dfrac{1}{8}$.

2. La probabilité de tirer un jeton noir dans la boîte A est égale à $\dfrac{1}{10} = 0,1$;
   la probabilité de tirer un jeton noir dans la boîte B est égale à $\dfrac{15}{100} = 0,15$ et
   La probabilité de tirer un jeton noir dans la boîte C est égale à $\dfrac{1}{8} = 0,125$.
   Comme $0,1 < 0,125 < 0,15$, Maxime a intérêt à choisir la boîte B.

3. On a pour n jetons en tout : $0,15 = \dfrac{15}{n}$ soit $0,15n = 18$ ou $n = \dfrac{18}{0,15} = 120$.
   Il y a 120 jetons dans la boîte B dont 18 noirs.

4. Si on ajoute b jetons blancs dans la boîte C, on a donc :
   $\dfrac{50+10}{350+10+b} = \dfrac{1}{8}$ ou $\dfrac{60}{360+b} = \dfrac{1}{8}$, d'où on déduit : $8\times 60 = 360+b$ ou $480 = 360+b$ et
   $b = 480 - 360 = 120$. Il faut ajouter 120 jetons blancs.

Scratch

Centre étranger 2022

Exercice 4 **15 points**

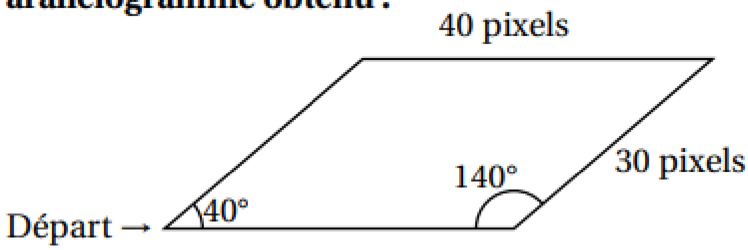
Dans cet exercice, toutes les longueurs sont exprimées en pixel.

Partie A :

Un professeur donne à ses élèves un motif en forme de parallélogramme et le script, en partie rédigé, qui permet de tracer ce motif.

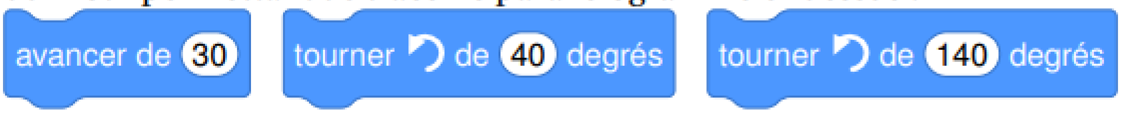
On précise que le lutin est au point de départ, comme indiqué sur la figure ci- dessous, et qu'il est orienté vers la droite :

Parallélogramme obtenu :



Script du motif

Recopier dans le bon ordre, sur votre copie, les instructions suivantes à insérer dans le script du motif permettant de tracer le parallélogramme ci-dessus :



Partie B :

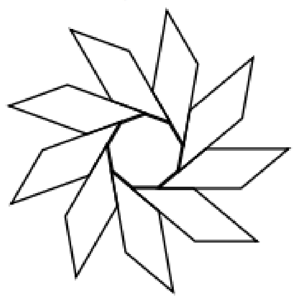
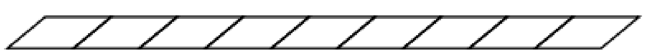
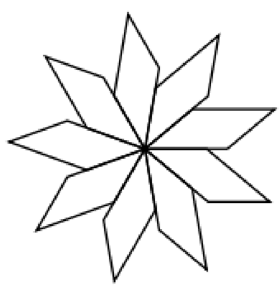
Le professeur demande ensuite à ses élèves d'intégrer ce script dans un programme de leur choix permettant de tracer des figures composées de plusieurs de ces motifs.
Voici les programmes écrits par deux élèves.

Programme de l'élève A

Programme de l'élève B

On rappelle que « s'orienter à 90 » signifie que l'on est orienté vers la droite.

1. Quelle action au clavier permet de lancer le programme de l'élève B ?
2. Parmi les figures suivantes, indiquer, ici **sans justifier** :
   a. laquelle est obtenue avec le programme de l'élève A ?
   b. laquelle est obtenue avec le programme de l'élève B ?

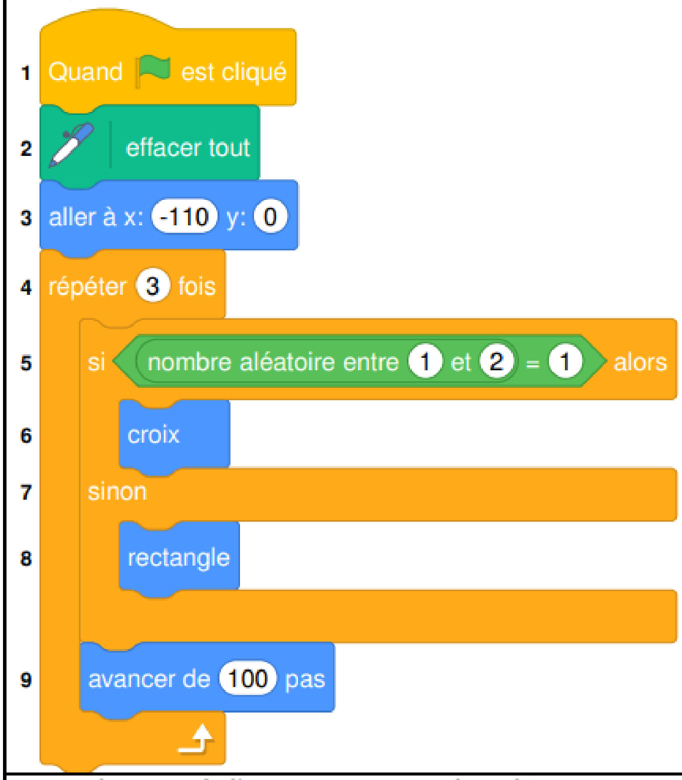
Figure 1	**Figure 2**
	
Figure 3	**Figure 4**
	

EXERCICE 4 **21 points**

Dans cet exercice, aucune justification n'est attendue.

On a créé un jeu de hasard à l'aide d'un logiciel de programmation.
Lorsqu'on appuie sur le drapeau, le lutin dessine trois motifs côte à côte.
Chaque motif est dessiné aléatoirement : soit c'est une croix, soit c'est un rectangle.
Le joueur gagne si l'affichage obtenu comporte trois motifs identiques.
Au lancement du programme, le lutin est orienté horizontalement vers la droite :

Programme principal



Bloc « rectangle »

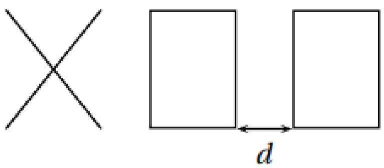
Bloc « croix »
Le script n'est pas donné.

Explication de l'instruction « nombre aléatoire entre ... » sur un exemple :

renvoie un nombre au hasard parmi 1, 2, 3 et 4.

1. En prenant pour échelle 1 cm pour 20 pas, représenter le motif obtenu par le bloc « rectangle ».

2. Voici un exemple d'affichage obtenu en exécutant le programme principal :
Quelle est la distance d entre les deux rectangles sur l'affichage, exprimée en pas ?



3. Quelle est la probabilité que le premier motif dessiné par le lutin soit une croix ?

4. Dessiner à main levée les 8 affichages différents que l'on pourrait obtenir avec le programme principal.

5. On admettra que les 8 affichages ont la même probabilité d'apparaître. Quelle est la probabilité que le joueur gagne ?

6. On souhaite désormais que, pour chaque motif, il y ait deux fois plus de chances d'obtenir un rectangle qu'une croix. Pour cela, il faut modifier l'instruction dans la ligne 5.
Sur la copie, recopier l'instruction suivante en complétant les cases :

Correction

Centre étranger 2022

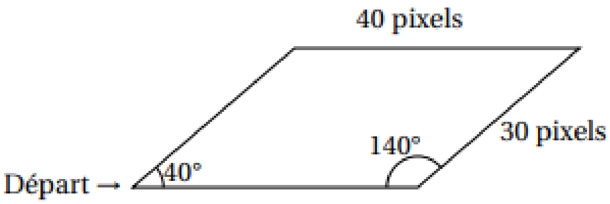
Exercice 4 **15 points**

Partie A

Un professeur donne à ses élèves un motif en forme de parallélogramme et le script, en partie rédigé, qui permet de tracer ce motif.

On précise que le lutin est au point de départ, comme indiqué sur la figure ci- dessous, et qu'il est orienté vers la droite :

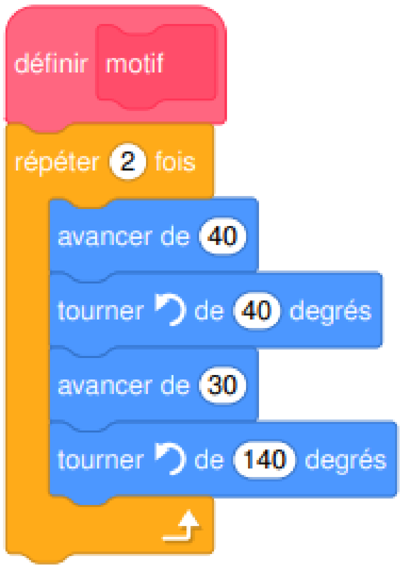
Parallélogramme obtenu :



Script du motif

On considère les instructions :

Avec ces instructions, on complète le script du motif permettant de tracer le parallélogramme :



Partie B

Le professeur demande ensuite à ses élèves d'intégrer ce script dans un programme de leur choix permettant de tracer des figures composées de plusieurs de ces motifs.

Voici les programmes écrits par deux élèves.

Programme de l'élève A

Programme de l'élève B

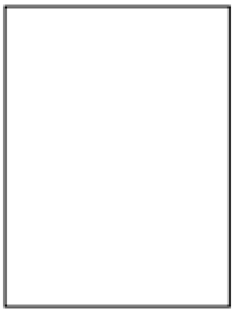
On rappelle que « s'orienter à 90 » signifie que l'on est orienté vers la droite.

1. Pour lancer le programme de l'élève B il faut appuyer sur la barre d'espace.
2. Parmi les figures suivantes :
   - **a.** la figure 1 est obtenue avec le programme de l'élève A;
   - **b.** la figure 4 est obtenue avec le programme de l'élève B.

On rappelle que « s'orienter à 90 » signifie que l'on est orienté vers la droite.

1. Pour lancer le programme de l'élève B il faut appuyer sur la barre d'espace.
2. Parmi les figures suivantes :
   - **a.** la figure 1 est obtenue avec le programme de l'élève A;
   - **b.** la figure 4 est obtenue avec le programme de l'élève B.

Exercice 4 **21 points**



1. Le rectangle fait 60 pas horizontalement (le lutin est orienté horizontalement vers la droite au début), donc 3 cm de large et 80 pas verticalement, donc 4 cm de haut. On doit donc représenter le rectangle ci-contre.

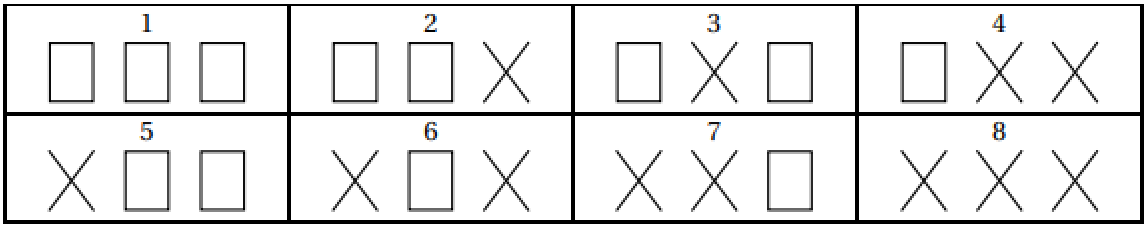
2. En analysant le bloc rectangle, on a compris qu'il faisait 60 pas de large. À la fin de l'exécution, le lutin est revenu à son point de départ (le coin en bas à gauche du rectangle), avec son orientation de départ (orienté horizontalement vers la droite), et dans le programme principal (ligne 9), on voit que le lutin avance de 100 pas avant de recommencer à tracer, soit un rectangle, soit une croix.

   La distance entre deux motifs est donc $d = 100 - 60 = 40$ pas.

3. Le premier motif dessiné par le lutin est une croix si le nombre aléatoire entre 1 et 2 est 2.

   On a donc une probabilité de $\frac{1}{2} = 0,5$ que cela arrive.

4. On obtient les huit possibilités suivantes :



5. Si les 8 affichages ont la même probabilité d'apparaître, sachant que deux affichages correspondent à la victoire (les affichages 1 et 8), la probabilité que le joueur gagne est donc de $\frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0,25$.

6. Pour qu'il y ait deux fois plus de chances d'obtenir un rectangle qu'une croix, il faut que les probabilités d'apparaître soient $\frac{2}{3}$ pour le rectangle et $\frac{1}{3}$ pour la croix.

   Pour cela, il faut modifier l'instruction dans la ligne 5 en :

Statistiques

Amérique du nord – 2022

EXERCICE 3 **20 points**

Pour être en bonne santé, il est recommandé d'avoir régulièrement une pratique physique. Une recommandation serait de faire au moins une heure de pratique physique par jour en moyenne. Sur 1,6 million d'adolescents de 11 à 17 ans interrogés, 81 % d'entre eux ne respectent pas cette recommandation.

D'après un communiqué de presse sur la santé

1. Sur les 1,6 million d'adolescents de 11 à 17 ans interrogés, combien ne respectent pas cette recommandation?

Après la lecture de ce communiqué, un adolescent se donne un objectif.

Objectif : « *Faire au moins une heure de pratique physique par jour en moyenne.* »

Pendant 14 jours consécutifs, il note dans le calendrier suivant, la durée quotidienne qu'il consacre à sa pratique physique :

Jour 1	**Jour 2**	**Jour 3**	**Jour 4**	**Jour 5**	**Jour 6**	**Jour 7**
50 min	15 min	1 h	1 h 40 min	30 min	1 h 30 min	40 min
Jour 8	**Jour 9**	**Jour 10**	**Jour 11**	**Jour 12**	**Jour 13**	**Jour 14**
15 min	1 h	1 h 30 min	30 min	1 h	1 h	0 min

2. **a.** Quelle est l'étendue des 14 durées quotidiennes notées dans le calendrier?

   b. Donner une médiane de ces 14 durées quotidiennes.

3. **a.** Montrer que, sur les 14 premiers jours, cet adolescent n'a pas atteint son objectif.

   b. Pendant les 7 jours suivants, cet adolescent décide alors de consacrer plus de temps au sport pour atteindre son objectif sur l'ensemble des 21 jours.

   Sur ces 7 derniers jours, quelle est la durée totale de pratique physique qu'il doit au minimum prévoir pour atteindre son objectif?

Exercice 2 **20 points**

Paris-Nice est une course cycliste qui se déroule chaque année et qui mène les coureurs de la région parisienne à la région niçoise. L'édition 2021 s'est déroulée en 7 étapes décrites ci-dessous :

Étape	Date	Profil	Parcours	Distance
1	Dimanche 7 mars	Accidenté	Saint-Cyr-l'École→Saint-Cyr-l'École	166 km
2	Lundi 8 mars	Plat	Oinville-sur-Montcient→Amilly	188 km
3	Mercredi 10 mars	Accidenté	Chalon-sur-Saône→Chiroubles	187,5 km
4	Jeudi 11 mars	Plat	Vienne→Bollène	200 km
5	Vendredi 12 mars	Accidenté	Brignoles→Biot	202,5 km
6	Samedi 13 mars	Montagneux	Le Broc→Valdeblore La Colmiane	119,5 km
7	Dimanche 14 mars	Accidenté	Le Plan-du-Var→Levens	93 km

1. On étudie la série des distances parcourues par étape.
   - **a.** Calculer la distance moyenne parcourue par étape, arrondie au dixième de km.
   - **b.** Calculer la médiane des distances parcourues par étape.
   - **c.** Calculer l'étendue de la série formée par les distances parcourues par étape.
2. Un journaliste affirme : « Environ 57 % du nombre total d'étapes de cette édition se sont déroulées sur un parcours accidenté. »
   A-t-il raison ? Expliquer votre réponse.
3. L'Allemand Maximilian SCHACHMANN a remporté la course en 28 h 50 min.
   Le dernier au classement général a effectué l'ensemble du parcours en 30 h 12 min.
   Combien de retard le dernier au classement a-t-il accumulé par rapport au vainqueur ?
4. L'Irlandais Sam BENNETI a remporté la première étape en 3 h 51 min.
   Déterminer sa vitesse moyenne en km/h, arrondie à l'unité, lors de cette étape.

Correction

Amérique de Nord 2022

1. D'après le communiqué de presse, 81 % des 1,6 million d'adolescents de 11 à 17 ans interrogés ne respectent pas cette recommandation.

Cela représente : $0,81 \times 1,6 \times 10^6 = 1\,296\,000$ personnes, soit 1,296 million d'adolescents.

2. **a.** La valeur maximale de la série est celle du jour 4, pour 1 h 40 min, et la valeur minimale est celle du jour 14 pour 0 min.

L'étendue des 14 durées quotidiennes notées dans le calendrier est donc la différence entre les deux, soit 1 h 40 min.

b. Pour donner une médiane de ces 14 durées quotidiennes, il nous faut commencer par ranger les valeurs dans l'ordre croissant :

0 min; 15 min; 15 min; 30 min; 30 min; 40 min; **50 min**; **1 h**; 1 h; 1 h; 1 h; 1 h 30 min; 1 h 30 min; 1 h 40 min.

Il y a 14 valeurs en tout, donc la médiane est la moyenne des deux valeurs centrales, (écrites en gras, ci- dessus). La médiane est donc de 55 min.

3. **a.** Calculons la durée moyenne de pratique physique pour cet adolescent. Pour simplifier les calculs, convertissons toutes les durées en minutes, et établissons un tableau d'effectif :

Durée (min)	0	15	30	40	50	60	90	100
effectif	1	2	2	1	1	4	2	1

La durée moyenne est donc de :

$$\frac{0 \times 1 + 15 \times 2 + 30 \times 2 + 40 \times 1 + 50 \times 1 + 60 \times 4 + 90 \times 2 + 100 \times 1}{14} = \frac{700}{14} = 50.$$

En moyenne, l'adolescent a eu une pratique physique de 50 minutes par jour, donc l'objectif n'est pas atteint.

b. Pour que la moyenne soit exactement d'une heure sur les 21 jours, il faut que pendant ces 21 jours, il ait eu $21 \times 60 = 1\,260$ min de pratique physique.

Comme il en a déjà effectué 700 pendant les 14 premiers jours, cela lui laisse 560 minutes à effectuer pendant les 7 jours suivants (donc $560 \div 7 = 80$ min par jour, en moyenne.)

Centre étranger 2022

Paris-Nice est une course cycliste qui se déroule chaque année et qui mène les coureurs de la région parisienne à la région niçoise. L'édition 2021 s'est déroulée en 7 étapes décrites ci-dessous :

Étape	**Date**	**Profil**	**Parcours**	**Distance**
1	Dimanche 7 mars	Accidenté	Saint-Cyr-l'École→Saint-Cyr-l'École	166 km
2	Lundi 8 mars	Plat	Oinville-sur-Montcient→Amilly	188 km
3	Mercredi 10 mars	Accidenté	Chalon-sur-Saône→Chiroubles	187,5 km
4	Jeudi 11 mars	Plat	Vienne→Bollène	200 km
5	Vendredi 12 mars	Accidenté	Brignoles→Biot	202,5 km
6	Samedi 13 mars	Montagneux	Le Broc→Valdeblore La Colmiane	119,5 km
7	Dimanche 14 mars	Accidenté	Le Plan-du-Var→Levens	93 km

1. On étudie la série des distances parcourues par étape.

a. La distance moyenne parcourue par étape est en km : $\dfrac{166+188+187,5+200+202,5+119,5+93}{7} = \dfrac{1\,156,5}{7} \approx 165,2$.

b. Pour calculer la médiane des distances parcourues par étape, on commence par ranger les distances en ordre croissant :

$93 - 119,5 - 166 - 187,5 - 188 - 200 - 202,5$

Il y a un nombre impair de distances donc la médiane est la distance située « au milieu » donc la 4^{e}, c'est-à-dire $187,5$ km.

c. L'étendue de la série formée par les distances parcourues par étape est égale à

2. Un journaliste affirme : « Environ 57 % du nombre total d'étapes de cette édition se sont déroulées sur un parcours accidenté. »

Il y a en tout 4 étapes sur 7 en profil accidenté soit un pourcentage de $\dfrac{4}{7} \times 100 \approx 0,571 \times 100$, soit environ 57 % : le journaliste a raison.

3. L'allemand Maximilian SCHACHMANN a remporté la course en 28 h 50 min.

Le dernier au classement général a effectué l'ensemble du parcours en 30 h 12 min.

De 28 h 50 min à 29 h, il y a 10 min, et de 29 h à 30 h 12 min, il y a 1 h 12 min; donc de 28 h 50 min à 30 h 12 min, il y a 1 h 22 min.

Le dernier au classement a donc accumulé 1 heure et 22 minutes de retard par rapport au vainqueur.

4. L'Irlandais Sam BENNETI a remporté la première étape en 3 h 51 min, soit $3 \times 60 + 51 = 231$ min. Sa vitesse moyenne en km/h répond à la question : il a parcouru 166 kilomètres en 231 minutes, combien de kilomètres a-t-il parcourus en 60 minutes?

$\dfrac{166}{231} \times 60 \approx 43$ donc la vitesse moyenne du vainqueur est de 43 km/h.

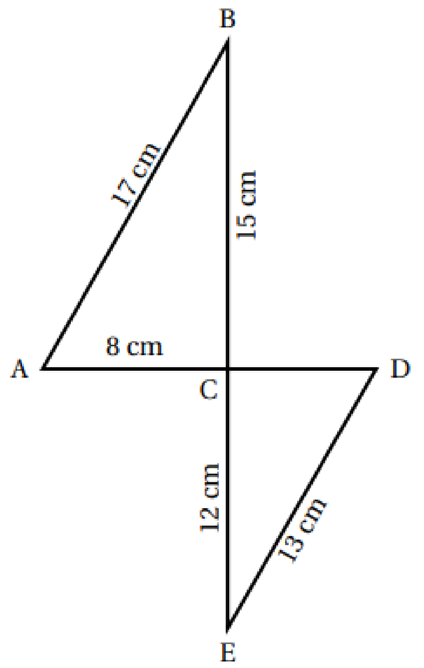
Trigonométrie

Amérique du Nord 2021

5. On considère un triangle RAS rectangle en S.
Le côté [AS] mesure 80 cm et l'angle $\widehat{ARS}$ mesure 26°.
Affirmation nº 5 : le segment [RS] mesure environ 164 cm.

Polynésie 2021

Exercice 3 **21 points**



Sur la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur, le point C est le point d'intersection des droites (BE) et (AD).

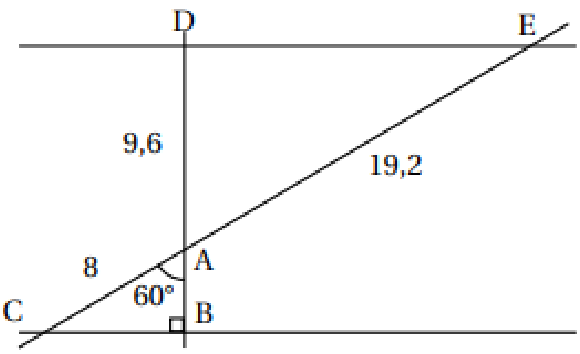
1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C.
2. Calculer l'aire du triangle ABC.
3. Calculer une valeur approchée au degré près de l'angle $\widehat{BAC}$.
4. Calculer le périmètre du triangle CDE.
5. Les droites (AB) et (DE) sont-elles parallèles ?

Centre étranger 2022

Exercice 3 **21 points**

On considère la figure suivante, où toutes les longueurs sont données en centimètre. Les points C, A et E sont alignés et les points B, A et D sont alignés.
La figure n'est pas représentée en vraie grandeur.

1. Prouver que le segment [AB] mesure 4 cm.
2. En utilisant la question précédente, démontrer que les droites (BC) et (DE) sont parallèles.
3. En déduire que la droite (DB) est perpendiculaire à la droite (DE).
4. Calculer l'aire du triangle ADE arrondie à l'unité.

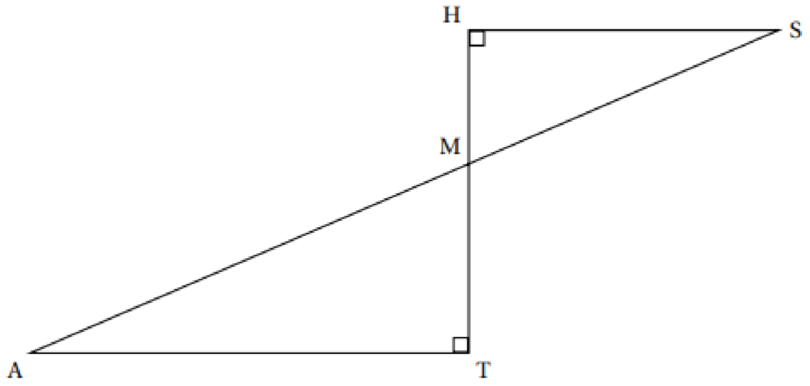


Amérique du nord 2022

EXERCICE 1 **22 points**

La figure ci-dessous n'est pas à l'échelle.

- les points M, A et S sont alignés
- les points M, T et H sont alignés
- MH = 5 cm
- MS = 13 cm
- MT = 7 cm



1. Démontrer que la longueur HS est égale à 12 cm.
2. Calculer la longueur AT.
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{HMS}$. On arrondira le résultat au degré près.
4. Parmi les transformations suivantes quelle est celle qui permet d'obtenir le triangle MAT à partir du triangle MHS?

   Dans cette question, aucune justification n'est attendue.

   Recopier la réponse sur la copie.

Une symétrie centrale	Une symétrie axiale	Une rotation	Une translation	Une homothétie

5. Sachant que la longueur MT est 1,4 fois plus grande que la longueur HM, un élève affirme : « L'aire du triangle MAT est 1,4 fois plus grande que l'aire du triangle MHS. »
   Cette affirmation est-elle vraie? On rappelle que la réponse doit être justifiée.

Corrigé

Amérique du Nord 2021

5. Le côté [AS] mesure 80 cm et l'angle $\widehat{ARS}$ mesure 26°.

   Affirmation n° 5 : le segment [RS] mesure environ 164 cm.

   Dans le triangle RAS rectangle en S,

   On connaît la mesure de [AS] qui est le côté opposé à l'angle $\widehat{ARS}$;

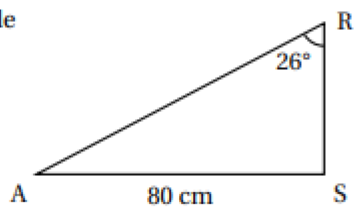
   On cherche la mesure de [RS] qui est le côté adjacent à l'angle $\widehat{ARS}$.

   On peut donc utiliser la tangente de l'angle $\widehat{ARS}$.

   $\tan(\widehat{ARS}) = \dfrac{AS}{RS}$

   Ainsi $\tan(26) = \dfrac{80}{RS}$ soit $\dfrac{\tan(26)}{1} = \dfrac{80}{RS}$

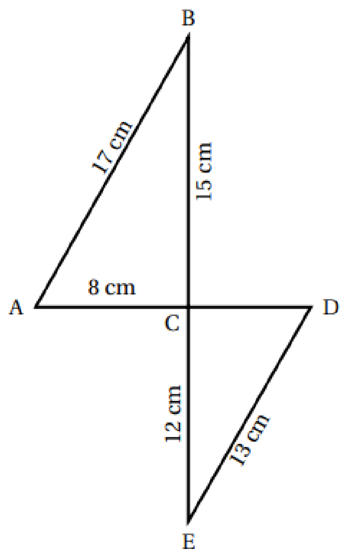
   Donc $RS = \dfrac{80 \times 1}{\tan(26)} \approx 164,024$ (cm). : affirmation vraie.



Polynésie 2021

Exercice 3 **21 points**

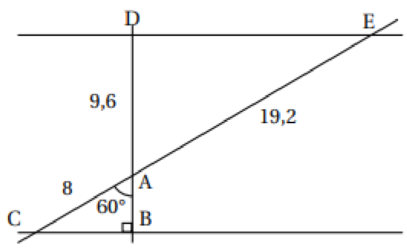
1. On a $AC^2 + CB^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$ et $AB^2 = 17^2 = 289$.
   Donc $64 + 225 = 289$ ou encore $AC^2 + CB^2 = AB^2$: d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C.
2. En prenant comme base [AC] et comme hauteur [BC], on a : $\mathscr{A}(ACB) = \dfrac{8 \times 15}{2} = 4 \times 15 = 60\ \left(\text{cm}^2\right)$.
3. En utilisant par exemple la tangente, on a $\tan\widehat{BAC} = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{15}{8} = 1{,}875$.
   La calculatrice donne $\tan^{-1}(1{,}875) \approx 61{,}92$, soit 62° au degré près.
   $\widehat{BAC} \approx 62°$.
4. Puisque $\widehat{ACB}) = 90°$, alors l'angle opposé $\widehat{ECD} = 90°$: le triangle DCE est donc rectangle en C.
   D'après le théorème de Pythagore :
   $DC^2 + CE^2 = DE^2$, soit $DC^2 = DE^2 - CE^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25 = 5^2$.
   On a donc DC = 5 (cm).
   Le périmètre du triangle CDE est donc égal à :
   $p = DC + CE + ED = 5 + 12 + 13 = 30$ (cm).
5. On a $\tan\widehat{CDE} = \dfrac{CE}{CD} = \dfrac{12}{5} = 2{,}4$.
   Donc $\tan\widehat{BAC} \neq \tan\widehat{DCE}$ et par conséquent $\widehat{BAC} \neq \widehat{DCE}$: les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{DCE}$ ne sont pas alternes-internes, donc les droites (AB) et (DE) ne sont pas parallèles.



Centre étranger 2022

On considère la figure suivante, où toutes les longueurs sont données en centimètre. Les points C, A et E sont alignés et les points B, A et D sont alignés.

La figure n'est pas représentée en vraie grandeur.



1. Le triangle ABC est rectangle en B donc $\cos\left(\widehat{BAC}\right) = \dfrac{AB}{AC}$.
   Or $\widehat{BAC} = 60°$ et $\cos(60°) = \dfrac{1}{2}$. De plus AC = 8.
   Donc $\dfrac{1}{2} = \dfrac{AB}{8}$ donc AB = 4. Le segment [AB] mesure 4 cm.
2. Les points B, A, D d'une part, et C, A, E d'autre part sont alignés dans cet ordre.
   $\dfrac{AC}{AB} = \dfrac{8}{4} = 2$ et $\dfrac{AE}{AD} = \dfrac{19{,}2}{9{,}6} = 2$ donc $\dfrac{AC}{AB} = \dfrac{AE}{AD}$
   D'après la réciproque du théorème de Thalès, on peut en conclure que les droites (BC) et (DE) sont parallèles.
3. La droite (DB) est perpendiculaire à la droite (BC), et les droites (BC) et (DE) sont parallèles. Or, quand deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
   On en déduit que la droite (DB) est perpendiculaire à la droite (DE).
4. L'aire du triangle ADE, rectangle en D, est : $\dfrac{DE \times AD}{2}$; on calcule DE.
   Le triangle ADE est rectangle en D donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :
   $AE^2 = AD^2 + DE^2$ donc $19{,}2^2 = 9{,}6^2 + DE^2$ donc $DE^2 = 276{,}48$ donc $DE = \sqrt{276{,}48}$
   $\dfrac{DE \times AD}{2} = \dfrac{\sqrt{276{,}48} \times 9{,}6}{2} \approx 80$
   L'aire du triangle ADE vaut environ 80 cm².

EXERCICE 1 **22 points**

1. Dans le triangle HMS, rectangle en H, on connaît MH = 5 cm et MS = 13 cm.
   D'après le théorème de Pythagore, on sait que : $MS^2 = MH^2 + HS^2$
   En remplaçant les longueurs connues : $13^2 = 5^2 + HS^2$
   Donc : $HS^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$
   Comme HS est une longueur, elle est donc positive, et donc on en déduit :
   $HS = \sqrt{144} = 12$ cm.
2. On sait que :
   - Les points H, M et T sont alignés, dans cet ordre;
   - Les points S, M et A sont alignés dans le même ordre;
   - Les droites (HS) et (MT) sont parallèles entre elles, car elles sont perpendiculaires à la même troisième droite (HT).

   D'après le théorème de Thalès appliqué dans cette configuration, on en déduit :
   $\frac{MH}{MT} = \frac{MS}{MA} = \frac{HS}{AT}$. Notamment : $\frac{MH}{MT} = \frac{HS}{AT}$
   Soit, en remplaçant par les valeurs connues : $\frac{5}{7} = \frac{12}{AT}$
   À l'aide d'un produit en croix, on a donc : $AT = \frac{12 \times 7}{5} = 16,8$ cm
   Remarque : On aurait aussi pu utiliser la notion de triangle semblable.
3. Dans le triangle HMS, rectangle en H, on peut utiliser la trigonométrie. Ici, comme toutes les longueurs du triangle sont connues, on peut utiliser le sinus, le cosinus ou la tangente.
   Notamment : $\cos\left(\widehat{HMS}\right) = \frac{HM}{MS} = \frac{5}{13}$.
   On en déduit : $\widehat{HMS} = \arccos\left(\frac{5}{13}\right) \approx 67°$, arrondi au degré près.
4. Les triangles MAT et MHS sont semblables, mais ils n'ont pas les mêmes dimensions, donc les symétries (axiales et centrales), les rotations et les translations conservant les longueurs, ce n'est pas possible.
   Par contre, une homothétie est possible. Ici, si on veut préciser, c'est une homothétie, de centre M et de rapport $-\frac{7}{5}$.
   Remarque : Ici, aucune justification ni précision n'était attendue.
5. L'affirmation est fausse : on sait que le triangle MAT est un agrandissement de MSH de rapport $k = 1,4$, donc les longueurs seront bien multipliées par 1,4, mais les surfaces seront multipliées par $k^2 = 1,4^2 = 1,96$
   Remarque : une autre justification possible est de calculer les aires des triangles rectangles. Puisque la base **et** la hauteur sont multipliées par 1,4, l'aire est bien multipliée par $1,4^2$.