Séquence 9 : Probabilités

OBJECTIFS :

À la fin de cette Séquence 9, je dois connaître…	Pour m'entraîner :		
• Les définitions de : expérience aléatoire, issue, évènement	Cours partie A		
• Les définitions et propriétés des probabilités (dont équiprobabilité)	Cours partie B		
• Le vocabulaire des évènements : impossible, certain, incompatibles, contraire	Cours partie C		
Je dois savoir faire…	**Pour m'entraîner :** ☆	☆☆	☆☆☆
• Utiliser le vocabulaire des probabilités à bon escient	n°1	n°6	
• Donner les issues d'une expérience aléatoire	n°1		
• Calculer la probabilité d'une issue d'une expérience aléatoire	n°2, 7, 11	n°3, 6, 8, 10, 12	n°4, 5, 9
• Calculer la probabilité d'un évènement d'une expérience aléatoire	n°2, 7, 11	n°3, 6, 8, 10, 12	n°4, 5, 9

A) Expérience aléatoire

Définitions :

- Une expérience aléatoire est une expérience dans laquelle intervient le hasard. Il est impossible d'en prévoir le résultat.
- Une issue est le résultat d'une expérience aléatoire.
- Un évènement est un ensemble d'issues d'une expérience aléatoire.

Exemples :

- Expérience aléatoire : lancé d'un dé à 6 faces équilibré.
  - Quel est le nombre d'issues possibles ? → 6 issues possibles (1, 2, 3, 4, 5, 6).
  - Donner 2 exemples d'évènements possibles :

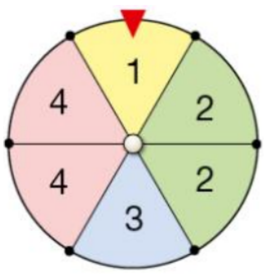
    → « avoir un résultat pair »

    → « obtenir un nombre supérieur ou égal à 5 »

- Expérience aléatoire : on fait tourner la roue ci-contre et on relève le numéro.
  - Quel est le nombre d'issues possibles ? → 4 issues possibles (1, 2, 3, 4).
  - Donner 2 exemples d'évènements possibles :

    → « avoir un résultat pair »

    → « obtenir un nombre inférieur ou égal à 3 »



- Expérience aléatoire : on lance une pièce de monnaie et on regarde la face obtenue.
  - Quel est le nombre d'issues possibles ? → 2 issues possibles (pile ou face).

B) Probabilité d'un évènement

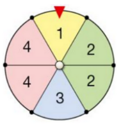
Définition : La probabilité d'une issue ou d'un évènement est un nombre compris entre 0 et 1 (compris). La somme des probabilités de toutes les issues d'une expérience aléatoire est égale à 1.

Exemple : On lance un dé équilibré à 4 faces. Remplir le tableau ci-dessous :

Face	1	2	3	4	TOTAL
Probabilité d'obtenir cette face	$\frac{1}{4} = 0,25$	$\frac{1}{4} = 0,25$	$\frac{1}{4} = 0,25$	$\frac{1}{4} = 0,25$	$4 \times \frac{1}{4} = 1$

Définition : Dans une expérience aléatoire, lorsque toutes les issues ont la même probabilité de se réaliser, on parle alors de situation d'équiprobabilité.

Exemple : Dans la tableau ci-dessous, quelles sont les situations d'équiprobabilité ?

Situation :	Équiprobable ?	Justification :
Lancé d'un dé équilibré à 6 faces	☒ OUI ☐ NON	Chaque face à la même probabilité d'être obtenue : $\frac{1}{6}$
 Nombre obtenu sur cette roue	☐ OUI ☒ NON	Il y a plus de chances d'obtenir 2 ou 4 que d'obtenir 1 ou 3
Tirer une lettre au hasard dans l'alphabet et obtenir une voyelle ou une consonne	☐ OUI ☒ NON	Il y a 6 voyelles et 20 consonnes dans l'alphabet, donc il est plus probable d'obtenir une consonne qu'une voyelle.
Lancé d'une pièce	☒ OUI ☐ NON	Il y a autant de chances de faire pile que face : $\frac{1}{2} = 0,5$

Propriété : Calcul de la probabilité d'un évènement A dans une expérience équiprobable :

$$\boxed{p(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre d'issues possibles}}}$$

Exemples :

- On lance un dé équilibré à 6 faces. Calculer la probabilité d'obtenir un nombre pair :
  → Issues possibles : 6 (1, 2, 3, 4, 5, 6)
  → Issues favorables : 3 (2, 4, 6)
  ⇒ Probabilité d'obtenir un nombre pair : $\frac{3}{6}$

- Dans un jeu de cartes (de 52 cartes) on tire une carte au hasard. Calculer la probabilité d'obtenir un valet :
  → Issues possibles : 52 (toutes les cartes)
  → Issues favorables : 4 (valets de chaque couleur)
  ⇒ Probabilité d'obtenir un valet : $\frac{4}{52}$

C) Cas particuliers

Certains évènements ont une probabilité particulière :

Définitions :

On dit que...	Lorsque...	Probabilité :	Exemple :
Un évènement A est impossible	il n'est réalisé par aucune issue de l'expérience	$p(A) = 0$	A : « Obtenir 7 » avec un dé à 6 faces
Un évènement B est certain	il est réalisé par toutes les issues de l'expérience	$p(B) = 1$	B : « Obtenir un nombre inférieur ou égal à 6 » avec un dé à 6 faces
2 évènements C et D sont incompatibles	ils ne peuvent être réalisés en même temps	$p(C \text{ ou } D) = p(C) + p(D)$	Dans une urne se trouvent des boules bleues, vertes et rouges. C : « tirer une boule verte » D : « tirer une boule rouge ».
$\overline{E}$ (« non-E ») est l'évènement contraire de E	$\overline{E}$ est réalisé lorsque E ne l'est pas	$p(\overline{E}) = 1 - p(E)$	On choisi un élève au hasard dans la classe E : « choisir une fille » $\overline{E}$: « choisir un garçon »

Exemple :

1) Dans un sac, il y a 5 boules vertes, 4 boules rouges et 6 boules bleues, indiscernables au toucher. On tire une boule dans le sac. Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge ou verte ?

On note R : « tirer une boule rouge » → $p(R) = \frac{4}{15}$

On note V : « tirer une boule verte » → $p(V) = \frac{5}{15}$

Les évènements R et V sont incompatibles, on a donc : $p(R \text{ ou } V) = p(R) + p(V) = \frac{4}{15} + \frac{5}{15} = \frac{9}{15} = 0{,}6$

2) En déduire la probabilité de tirer une boule bleue :

On note B : « tirer une boule bleue ».

L'élèvement B est l'évènement contraire de l'évènement « R ou V », on a donc :

$$p(B) = 1 - p(R \text{ ou } V) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$$