

Séquence 8 : Proportionnalité

   **OBJECTIFS :**   

| À la fin de cette Séquence 8, je dois connaître ... | Pour m'entraîner : |
|---|--------------------|
| Les définitions de « proportionnel » et de « coefficient de proportionnalité ». | Cours partie A |
| Les différentes méthodes de calcul d'une quatrième proportionnelle. | Cours partie B |
| Les définitions d'« échelle » et de « pourcentage ». | Cours partie C |

| Je dois savoir faire ... | Pour m'entraîner : | | |
|--|-------------------------|--------------|----------|
| | ☆ | ☆☆ | ☆☆☆ |
| Reconnaître une situation de proportionnalité. | n°1, 2, 3 | n°4, 5 | n°6 |
| Calculer une quatrième proportionnelle. | n°7, 8, 9 | n°10, 11, 12 | n°13 |
| Calculer et utiliser une échelle. | n°14, 15 | n°16 | n°17, 18 |
| Appliquer un pourcentage. | n°19, 20 | n°21, 22 | n°23 |
| Résoudre des problèmes impliquant la proportionnalité. | Voir tous les exercices | | |

A) Reconnaître une situation de proportionnalité

Définition 1 : Proportionnalité

.....

.....

.....

Exemple(s) :

Des *t-shirts* sont vendus à l'unité. Un *t-shirt* coûte 11 €.

1) Quelles sont les 2 grandeurs étudiées ?

.....

.....

2) Sont-elles proportionnelles ?

.....

.....

.....

Exemple(s) :

Maïa a mis 10 minutes pour faire ses deux exercices de français,
et 24 minutes pour faire ses quatre exercices d'anglais.

1) Quelles sont les 2 grandeurs étudiées ?

.....

.....

2) Sont-elles proportionnelles ?

.....

.....

.....

B) Calculer une quatrième proportionnelle

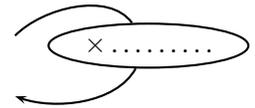
☞ Méthode 1 : Calculer le coefficient de proportionnalité

Dans un tableau de proportionnalité, le coefficient permet de

Il s'obtient en choisissant une colonne remplie et en **divisant le nombre du bas par celui du haut** :

Exemple : Younès a téléchargé un film de 4 Go (gigaoctets) en 5 minutes. Combien de temps lui faudra-t-il pour télécharger une série entière de 10 Go ?

| | | |
|----------------------------------|---|----|
| Taille du fichier (en Go) | 4 | 10 |
| Durée de téléchargement (en min) | 5 | |



1) Calcule le coefficient de proportionnalité (à l'aide de la première colonne) :

2) Complète le tableau à l'aide du coefficient de proportionnalité, puis conclus :

☞ Méthode 2 : Passage par l'unité

On peut parfois passer par « Combien coûte/représente/vaut/...1 unité de telle grandeur ? » :

Exemple : En randonnée, Marianne marche toujours à la même vitesse. En 3 h, elle parcourt 12 km. Combien parcourt-elle en 5 heures ?

| | | | |
|----------------------------|----|--|--|
| Temps de marche (en h) | 3 | | |
| Distance parcourue (en km) | 12 | | |

Si Marianne parcourt 12 km en 3 h :

☞ En 1 h, elle parcourt donc 3 fois **moins** de distance, soit

☞ Puis en 5 h, elle parcourt donc 5 fois **plus** de distance, soit

☞ Méthode 3 : Multiplier une colonne

Pour obtenir une nouvelle colonne dans le tableau, on peut

Exemple : Pour fabriquer 50 sacs, une usine a besoin de 40 m² de tissu. Combien lui faut-il de tissu pour fabriquer 150 sacs ?

| | | |
|---------------------------------------|----|--|
| Nombre de sacs | 50 | |
| Surface de tissu (en m ²) | 40 | |

Il lui faut donc

C) Applications de la proportionnalité (échelles et pourcentages)

1. Échelles

📌 Définition 2 : Échelle

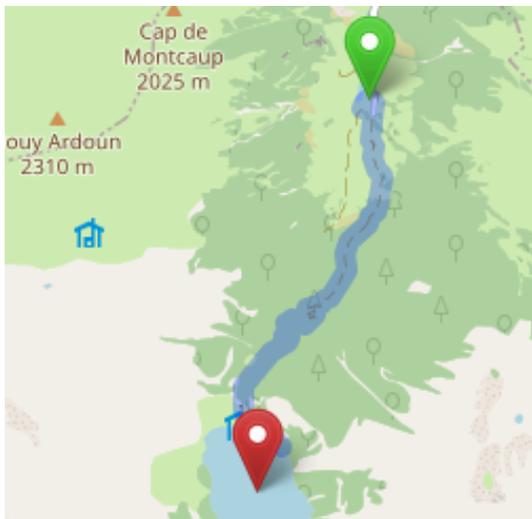
Pour dessiner une carte par exemple, ou au contraire représenter de très petits éléments, il faut effectuer une **réduction** ou un **agrandissement**. Pour ne pas déformer les distances, **les longueurs représentées doivent être proportionnelles aux longueurs réelles**. Le coefficient de proportionnalité est appelé **échelle** :

.....

👉 Si l'échelle représentée est **inférieure à 1**, alors c'est

👉 Si l'échelle représentée est **supérieure à 1**, alors c'est

👉 Exemple(s) :



Le plan ci-contre est à l'échelle $\frac{1}{72\,000}$.

1) Qu'est-ce que cela signifie ?

.....
.....

2) On a représenté le chemin de randonnée entre les Granges d'Astau et le lac d'Oô (dans les Pyrénées). En considérant que la longueur du chemin sur la carte est d'environ **5 cm**, quelle est sa longueur réelle ?

.....
.....
.....

👉 Exemple(s) :

Avec son microscope, Léa prend en photo un acarien à l'échelle $\frac{80}{1}$.

1) Qu'est-ce que cela signifie ?

.....

2) Sur la photo, l'acarien mesure 24 mm. Combien mesure-t-il en réalité ?

.....
.....
.....

Parmi les 2 exemples ci-dessus, lequel correspond à un agrandissement, et lequel à une réduction ?

.....
.....
.....

2. Pourcentages

Définition 3 : Pourcentage

Exemple(s) :

Que signifient les pourcentages suivants ?

 15 % :

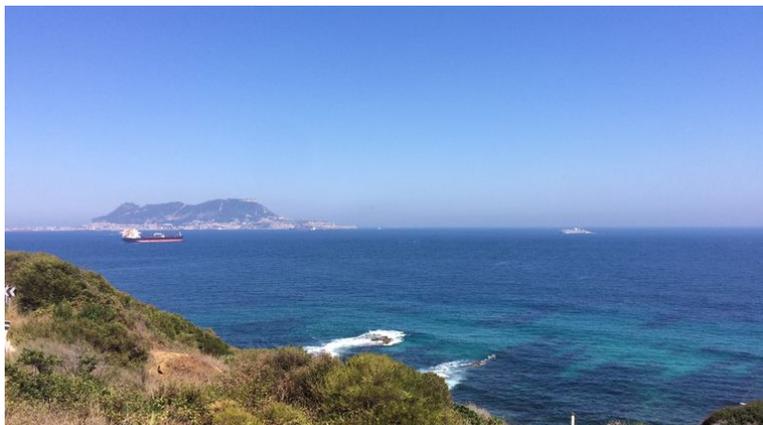
 73 % :

 50 % :

 25 % :

 200 % :

Exemple(s) :



La photographie ci-contre a été prise au détroit de Gibraltar, qui marque l'entrée de la Mer Méditerranée. Cette mer contient environ **4 % de sel**.

1) Qu'est-ce que cela signifie ?

.....
.....
.....
.....
.....
.....

2) Quelle masse de sel est contenue dans 680 g d'eau de mer ?

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Exercices

A) Reconnaître une situation de proportionnalité

👉 Exercice 1 : ☆



Un magasin vend deux types de boîtes de gazon à semer :

| | | |
|---------------------------------------|-----|-----|
| Masse de gazon (en kg) | 3 | 5 |
| Surface couverte (en m ²) | 105 | 200 |

La surface couverte et la masse de gazon sont-elles proportionnelles ?

👉 Exercice 2 : ☆



Pendant les deux semaines de vacances d'hiver, Yousra a lu un livre de 210 pages. Pendant les neuf semaines de vacances d'été, elle a lu 5 livres pour un total de 945 pages.

Le nombre de pages lues par Yousra est-il proportionnel au nombre de semaines de vacances ?

👉 Exercice 3 : ☆

1) Un athlète court le 50 m en 5 s, le 100 m en 10 s et le 200 m en 22 s. **La distance parcourue est-elle proportionnelle au temps de parcours ?**

2) Un premier paquet de 4 yaourts est vendu à 1,20 €, et un second paquet de 8 yaourts est vendu à 2,40 €. **Le prix des yaourts est-il proportionnel au nombre de yaourts ?**

3) Youssef a neuf ans et mesure 1,42 m. **Peut-on calculer sa taille quand il aura 18 ans ?**

👉 Exercice 4 : ☆☆☆

Laurence a pesé les pommes de son verger par paquet. Voici ses résultats :

| | | | | |
|------------------|-------|-------|-------|-------|
| Nombre de pommes | 5 | 6 | 11 | 12 |
| Masse (en g) | 1 250 | 1 300 | 2 600 | 2 600 |

Le pommes de Laurence ont-elles toutes la même masse ? Justifier.

Exercice 5 : ☆☆☆



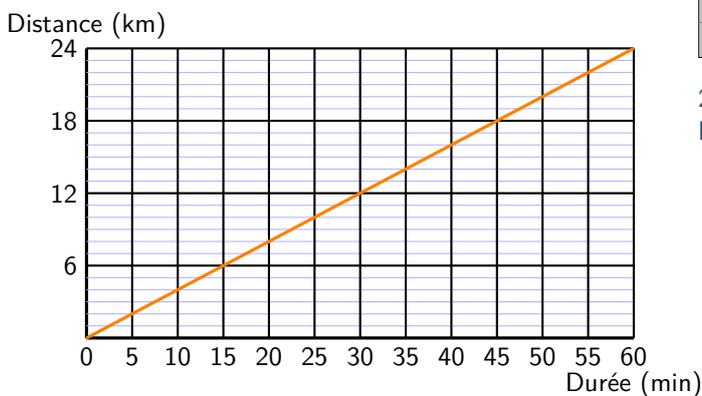
Marc se promène à vélo dans son quartier et compte le nombre de tours que fait sa roue avant. Voici ce qu'il a relevé :

| | | | |
|----------------------|----|----|-----|
| Nombre tours de roue | 21 | 42 | 63 |
| Distance (en m) | 40 | 80 | 120 |

La distance parcourue est-elle proportionnelle au nombre de tours de roue ? Justifier.

Exercice 6 : ☆☆☆

Sur le graphique ci-dessous, on a représenté la distance parcourue par un cycliste en fonction de la durée de son trajet :



1) Complète le tableau ci-dessous à l'aide du graphique :

| | | | | | | | |
|---------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Durée (min) | 10 | 20 | ... | 35 | ... | ... | 60 |
| Distance (km) | ... | ... | 12 | ... | 20 | 22 | ... |

2) Ce tableau représente-t-il une situation de proportionnalité ? Justifier.

B) Calculer une quatrième proportionnelle

Exercice 7 : ☆

Complète les tableaux de proportionnalité :

| | | | |
|-------|-------|-------|-----|
| 5 | 8 | 9 | ... |
| | | | 70 |

×7

| | | | |
|-------|-------|----|-------|
| | 6 | 8 | 10,5 |
| 18 | | 32 | |

×.....

| | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| 4 | 7 | | 12 |
| | | 15 | |

×1,5

| | | | |
|-----|-------|-------|-------|
| 4 | 5,5 | | 7,2 |
| 2,4 | | 3,9 | |

×.....

Exercice 8 : ☆

1) Sur le stand de M. Marchand, les patates douces sont vendues au kilogramme. On peut y voir les étiquettes suivantes :

« 3 kg pour 8,10 € » et « 2 kg pour 5,40 € »

Réponds aux questions ci-dessous en faisant un tableau de proportionnalité :

- Combien coûtent 5 kg de patates douces ?
- Combien coûtent 10 kg de patates douces ?
- Combien coûte 1 kg de patates douces ?
- Combien coûtent 500 g de patates douces ?

⚠ L'exercice 8 continue en p.7 ⚠

2) À la station-service, dix litres d'essence coûtent 12,50 €. **Quel est le prix d'un litre d'essence ?**

.....

.....

3) Quatre matelas identiques empilés les uns sur les autres forment une pile d'un mètre de haut.

a. Si on empile douze de ces matelas, quelle hauteur aura cette pile ?

.....

.....

b. Si on empile treize de ces matelas, quelle hauteur aura cette pile ?

.....

.....

 **Exercice 9** : ☆

1) Ludo boit 2 L d'eau par jour. **Combien boit-il en 4 jours ?**

.....

.....

2) Trois beignets pèsent 315 g. **Combien pèsent neuf beignets ?**

.....

.....

3) Alain récolte 74 tonnes de blé sur 10 hectares. **Combien récolte-t-il sur 5 hectares ?**

.....

.....

 **Exercice 10** : ☆☆☆

Le film *Le Hobbit* a été tourné à 48 images par seconde.

1) Combien d'images compte 1 minute du film ?

.....

.....

2) Même question pour 1 heure de film.

.....

.....

3) Le film dure 2 h 49 min. De combien d'images est-il constitué ?

.....

.....

 **Exercice 11** : ☆☆☆

Un robinet a un débit d'eau régulier de trois litres par minute.

Combien de litres d'eau s'écoulent en 2 minutes ? en 1 heure ? en 1 h 30 min ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

🔑 **Exercice 12** : ☆☆☆

Un magasin vend des bonbons à 0,60 € l'un. Elwan achète 13 bonbons, Nathalie en achète 24, et Nadia en achète 37.

Combien chacun va-t-il payer ?

.....

.....

.....

.....

.....

🔑 **Exercice 13** : ☆☆☆

Le robinet d'un lavabo fuit : il perd 10 cL par minute.

1) Quelle quantité d'eau, en cL, s'écoule en une heure ?

.....

.....

2) Quelle quantité d'eau, en cL, s'écoule en une journée ? Convertir ensuite ce résultat en L.

.....

.....

3) Combien de temps faudra-t-il pour que 1 m³ d'eau se soit écoulé de ce robinet ? (*Rappel : 1 m³ = 1 000 L*)

.....

.....

.....

.....

C) Appliquer la proportionnalité (échelles et pourcentages)

1. Échelles

🔑 **Exercice 14** : ☆

La chambre de Léo a la forme d'un rectangle qui mesure 4,3 m sur 5 m.

Combien mesure cette chambre sur le plan qu'il réalise à l'échelle $\frac{1}{50}$?

.....

.....

.....

.....

🔑 **Exercice 15** : ☆



La tour Eiffel mesure 324 m de haut. Louis affirme que s'il fait une maquette à l'échelle $\frac{1}{100}$, elle ne dépassera pas 3 m de haut.

A-t-il raison ? Justifier.

.....

.....

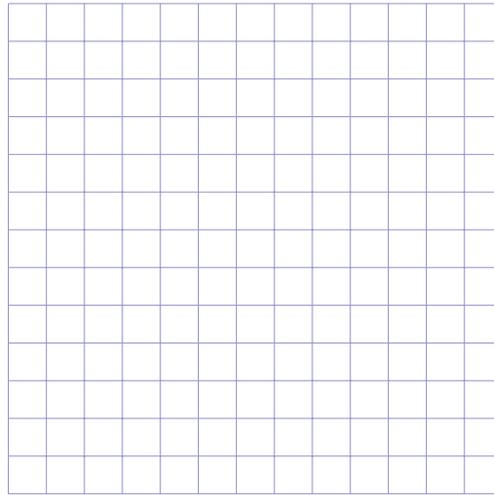
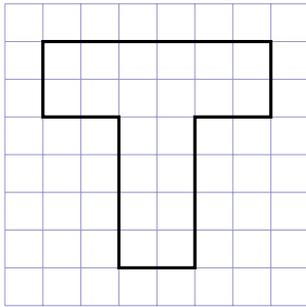
.....

.....

.....

👉 Exercice 16 : ☆☆☆

Construis un agrandissement de la figure ci-dessous, telle que la figure agrandie ait une hauteur de 9 carreaux :



Calculs, justification :

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

👉 Exercice 17 : ☆☆☆

Loïc possède une dédicace de son chanteur préféré sur un post-it carré de 8 cm de côté. Il en fait un agrandissement à l'échelle $\frac{3}{1}$ pour l'afficher dans sa chambre. **Quelle est l'aire de sa nouvelle dédicace ?**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

👉 Exercice 18 : ☆☆☆



La distance à vol d'oiseau (en ligne droite) entre Nancy et Strasbourg est d'environ 120 km.

1) Calculer l'échelle de cette carte :

.....
.....
.....
.....
.....

2) En déduire la distance à vol d'oiseau entre Strasbourg et Troyes :

.....
.....
.....
.....

2. Appliquer un pourcentage

👉 Exercice 19 : ☆

Effectue les calculs suivants :

- 👉 29 % de 93 =
- 👉 3 % de 5 000 =
- 👉 87 % de 625 =
- 👉 12 % de 500 =
- 👉 7 % de 2 000 =
- 👉 20 % de 720 =
- 👉 151 % de 80 =

👉 Exercice 20 : ☆

1) Anaïs a mangé une tablette entière de chocolat de 200 g. Sur l'emballage, elle lit « 55% de sucre ». **Quelle masse de sucre a-t-elle avalée ?**

.....
.....
.....
.....

2) Titouan a reçu 80 € pour son anniversaire, dont 25 % ont été donnés par sa tante. **Combien d'euros sa tante lui a-t-elle donnés ?**

.....
.....
.....
.....

3) Sur un paquet de 250 g de pâtes d'Alsace, il est écrit « œufs frais : 30% ». **Quelle est la masse d'œufs frais dans ce paquet ?**

.....
.....
.....
.....

👉 Exercice 21 : ☆☆☆

Au collège de Sissatroy, 65 % des 840 élèves sont demi-pensionnaires (DP).

1) Quel est le pourcentage d'élèves externes ?

.....
.....

2) Calcule le nombre d'élèves DP et externes :

.....
.....
.....

Exercice 22 : ☆☆

1) Un pantalon dont le prix initial était de 110 € est soldé avec 20 % de réduction. **Quel est son nouveau prix ?**

.....

.....

.....

.....

2) Esther a commandé son nouveau smartphone sur Internet, au prix de 235 €. Elle a dû verser un acompte de 10 % au moment de sa commande.

a. **Quel est le montant de cet acompte ?**

.....

.....

b. **Combien lui reste-t-il à payer ?**

.....

.....

Exercice 23 : ☆☆☆

Voici ce qu'affiche l'écran d'ordinateur portable d'Émeline :

 58 %

2 heures et 54 minutes restantes

Lorsque la batterie est entièrement chargée, combien de temps Émeline peut-elle se servir de son ordinateur sans le brancher sur secteur ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

