Séquence 2 : Parallélépipède rectangle

✐ ✎ ✐ **OBJECTIFS** : ✎ ✐ ✎

À la fin de cette Séquence 2, je dois **connaître**...	Pour m'entraîner :
Le vocabulaire des solides	Cours partie A)1.
Les différents solides	Cours partie A)2.
La définition d'un parallélépipède rectangle	Cours partie B)
Les règles de tracé et les propriétés d'une perspective cavalière	Cours partie B)1.
Les règles de tracé du patron d'un parallélépipède rectangle	Cours partie B)2.
Les unités de mesure des volumes	Cours partie C)

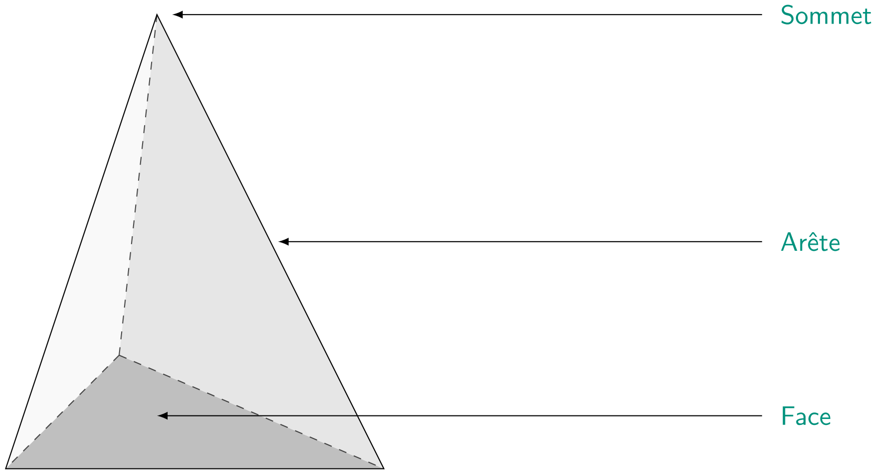
Je dois **savoir faire**...	Pour m'entraîner :		
	☆	☆☆	☆☆☆
Reconnaître et nommer les différents types de solides	n°1	n°3	
Utiliser correctement le vocabulaire des solides	n°2	n°4	
Tracer un parallélépipède rectangle en perspective cavalière	n°5	n°6	n°7
Reconnaître un patron de parallélépipède rectangle		n°8	
Tracer un patron de parallélépipède rectangle			n°9
Calculer le volume d'un parallélépipède rectangle	n°10	n°11	

A) Solides

❧ **Définition 1 : Solide**

Un solide est un objet en 3 dimensions.

1. Vocabulaire des solides

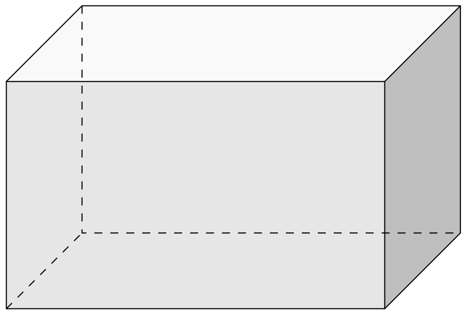


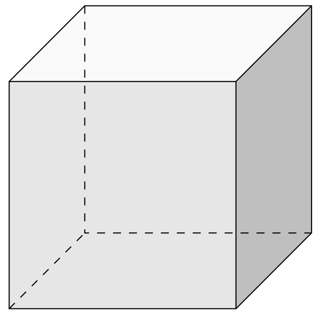
Remarque : Les arêtes dessinées en pointillés représentent les arêtes « cachées », c'est-à-dire celles qu'on ne devrait normalement pas pouvoir voir car elles sont à l'arrière du solide, à moins que celui-ci soit transparent.

2. Solides usuels

Tu connais déjà de nombreux solides ! Tout simplement car beaucoup d'objets que tu utilises au quotidien ont la forme d'un solide mathématique classique. Par exemple, ton pot de colle est un cylindre , l'armoire du fond de la salle est un pavé droit , ou encore ton ballon de foot est une sphère !

a. Pavés droits et cubes





Définition 2 : Parallélépipède rectangle

Un **parallélépipède rectangle** (ou **pavé droit**) est un solide dont toutes les faces sont des rectangles.

Définition 3 : Cube

Un **cube** est un solide dont toutes les faces sont des carrés.

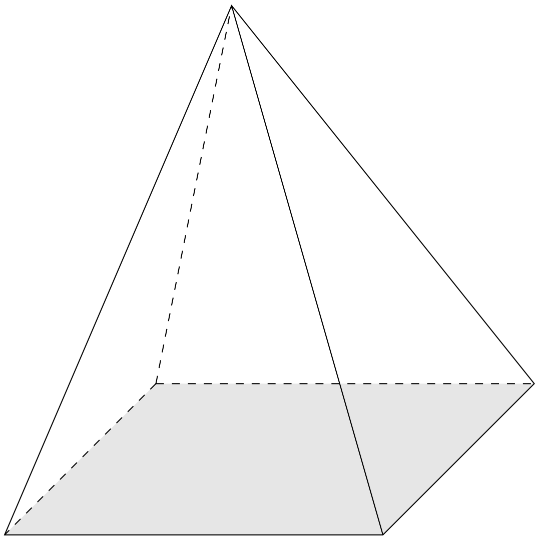
Propriété 1 :

Les cubes et les pavés droits ont toujours **6 faces**, **8 sommets** et **12 arêtes**.

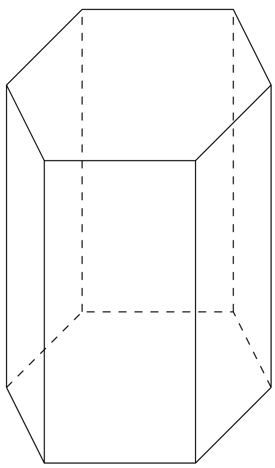
Propriété 2 :

Toutes les arêtes d'un cube sont de même longueur.

b. Pyramides et prismes droits

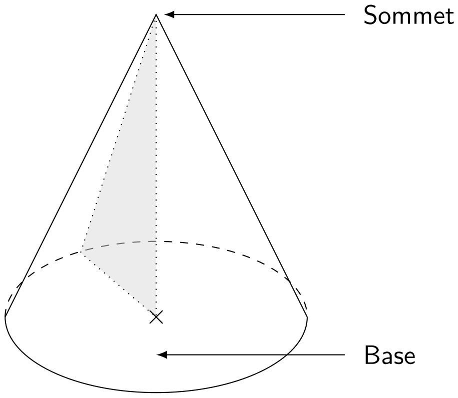


Pyramide à base carrée

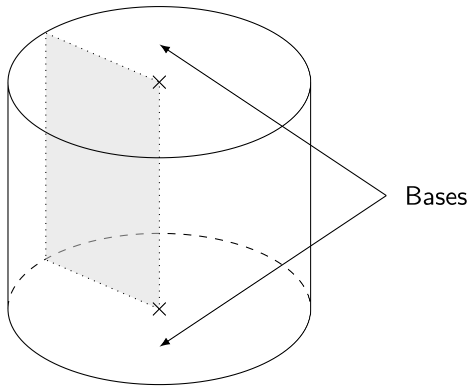


Prisme droit à base hexagonale

c. Cônes et cylindres



Cône de révolution



Cylindre de révolution

B) Parallélépipède rectangle

1. Perspective cavalière

Pour représenter un solide dans un plan, on utilise la **perspective cavalière**.

Propriété 3 : Les règles de la perspective cavalière

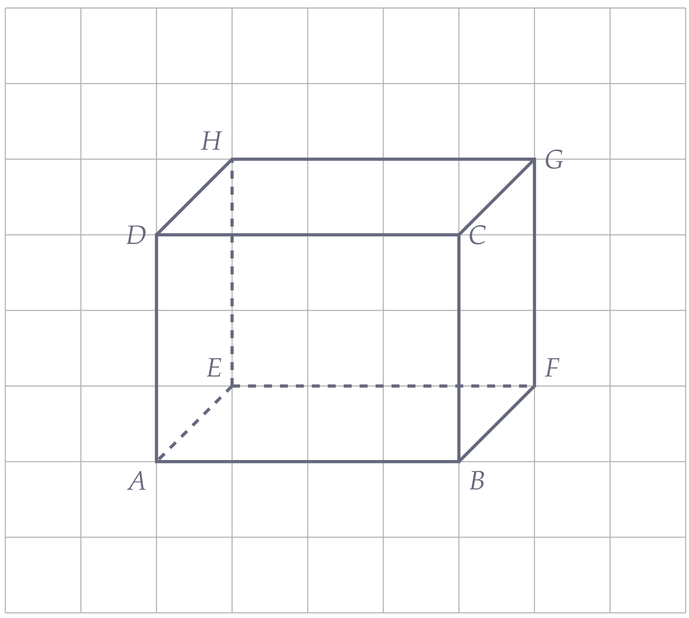
- Les arêtes cachées sont représentées en pointillés.
- Les arêtes parallèles dans la réalité le restent sur le dessin.
- Les arêtes de même longueur dans la réalité le restent sur le dessin, **si elles sont parallèles** !

Exemple(s) :

Dans la grille ci-contre (dont chaque carreau mesure 1 cm de côté), trace un parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ en perspective cavalière de mesures suivantes :

— Les rectangles de face $ABCD$ et $EFGH$ ont pour **longueur 4 cm** et pour **largeur 3 cm**.

— Les arêtes fuyantes $[AE]$, $[BF]$, $[CG]$ et $[DH]$ ont pour **longueur réelle 2 cm**. Sur le dessin on les fera donc plus petites ! Par exemple, sur la diagonale d'un carreau.

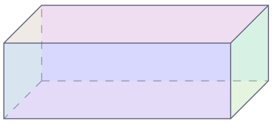


2. Patron

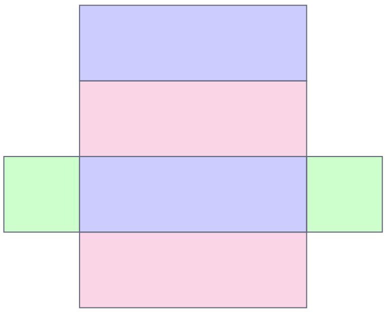
Définition 4 : Patron

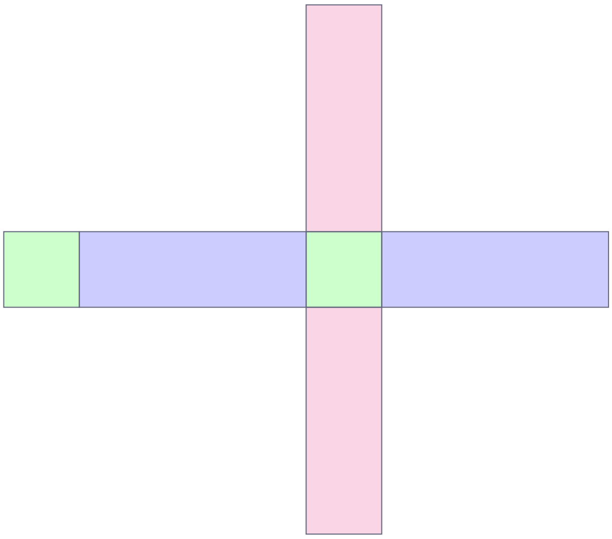
Le **patron** d'un solide est une figure *à plat* et en grandeur réelle, qui permet de construire le solide une fois découpé et plié.

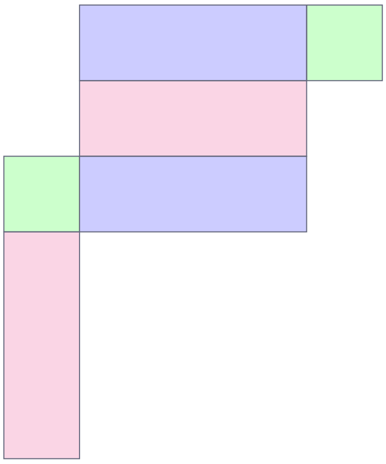
Exemple(s) :



Voici 3 patrons différents du pavé droit ci-dessus. Colorie d'une même couleur les faces parallèles dans la réalité !







C) Calculs de volumes

Définition 5 : Volume

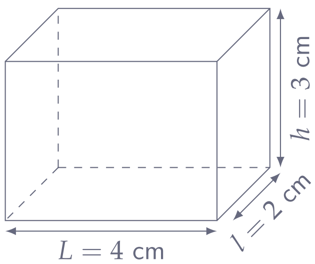
Le **volume** d'un solide est la mesure de son espace intérieur. L'unité de mesure des volumes est le **mètre cube**, noté m^3, qui correspond au volume d'un cube dont les arêtes mesurent 1 m de long.

Propriété 4 : Volume du pavé droit

Le volume d'un parallélépipède rectangle est égal à :

$$\mathcal{V} = \text{Longueur} \times l\text{argeur} \times h\text{auteur}$$

Exemple(s) :



Calcule le volume du parallélépipède rectangle ci-dessus :

$\mathcal{V} = L \times l \times h$

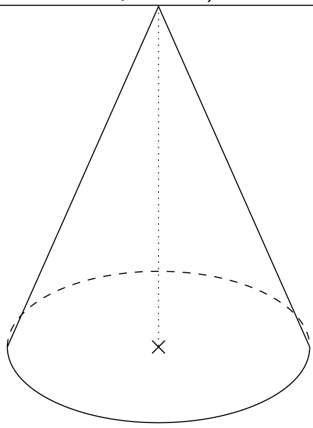
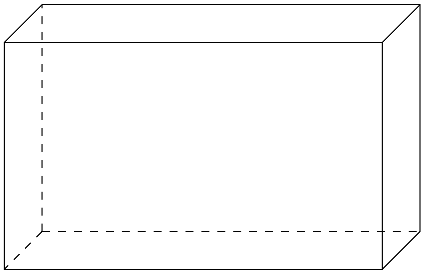
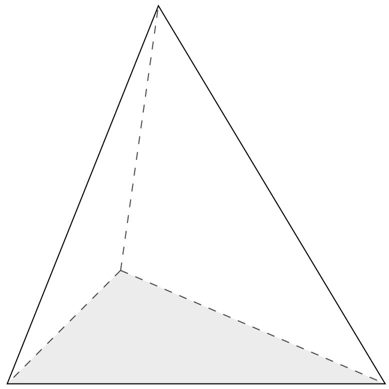
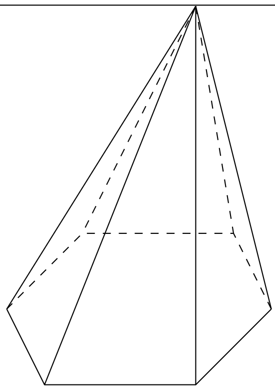
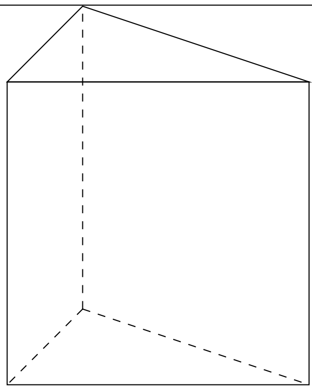
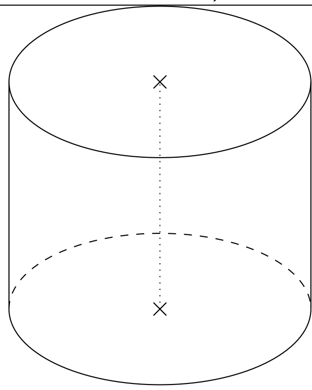
$\mathcal{V} = 4 \text{ cm } \times 2 \text{ cm } \times 3 \text{ cm}$

$\mathcal{V} = 24 \text{ cm}^3$

Exercices

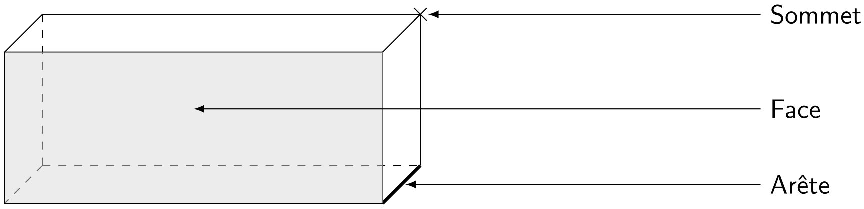
☞ Exercice 1 : ☆

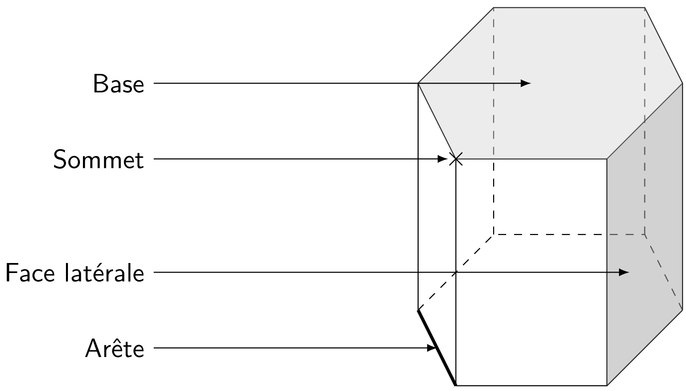
Donne la nature de chacun des solides suivants de la manière la plus précise possible (par exemple en précisant la forme de la base quand c'est possible) :

 Cône de révolution	 Pavé droit ou parallélépipède rectangle	 Pyramide à base triangulaire (ou *tétrahèdre*)
 Pyramide à base hexagonale	 Prisme droit à base triangulaire	 Cylindre de révolution

☞ Exercice 2 : ☆

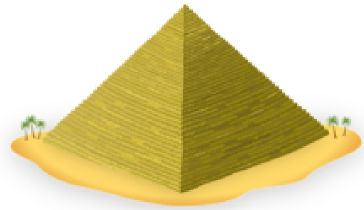
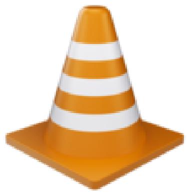
Complète les dessins suivants avec le vocabulaire approprié :





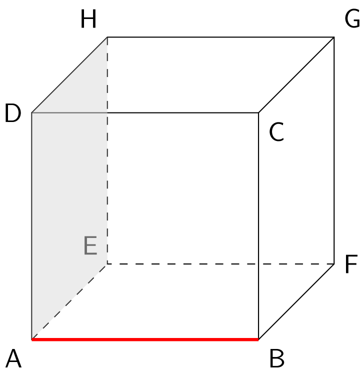
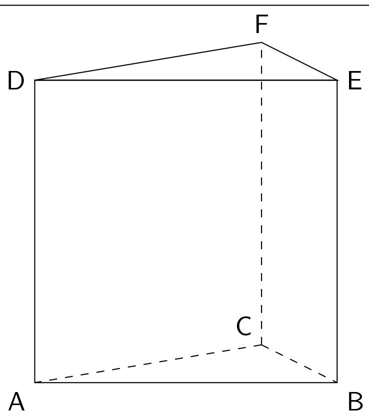
☞ Exercice 3 : ☆☆

Pour chacun des objets suivants, indique le solide auquel on peut l'assimiler :

 Un pavé droit ou un parallélépipède rectangle	 Un cylindre de révolution	 Ulne pyramide à base carrée
 Une boule (= une sphère pleine)	 Un cône	 Des cylindres de révolution

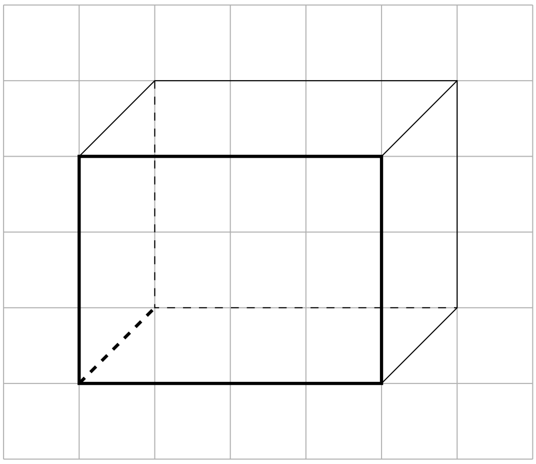
☞ Exercice 4 : ☆☆

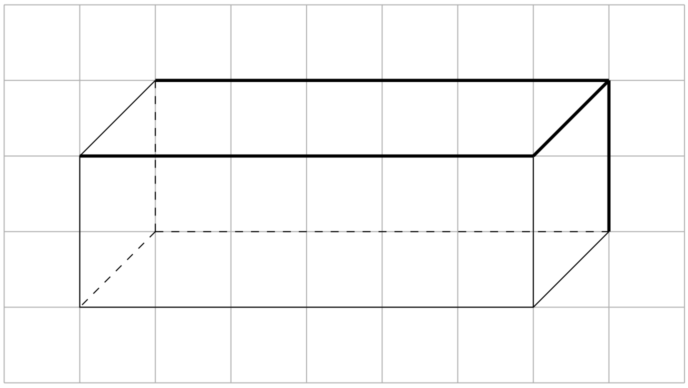
Complète les phrases suivantes :

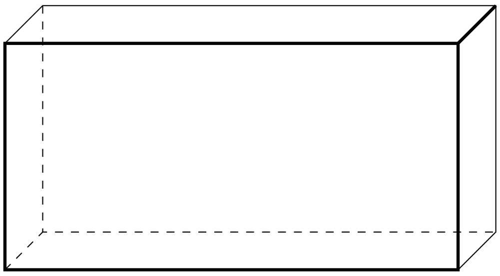
	☞ ABCDEFGH est **un cube** . ☞ [AB] est **une arête** de ABCDEFGH. ☞ C est **un sommet** de ABCDEFGH. ☞ AEHD est **une face** de ABCDEFGH. ☞ *Repasse [AB] en rouge et colorie AEHD sur le dessin !*
	☞ ABCDEF est **un prisme droit à base triangulaire** . ☞ [EB] est **une arête** de ABCDEF. ☞ ABC et DEF sont **les bases** de ABCDEF. ☞ ACFD est **une face latérale** de ABCDEF. ☞ F est **un sommet** de ABCDEF.

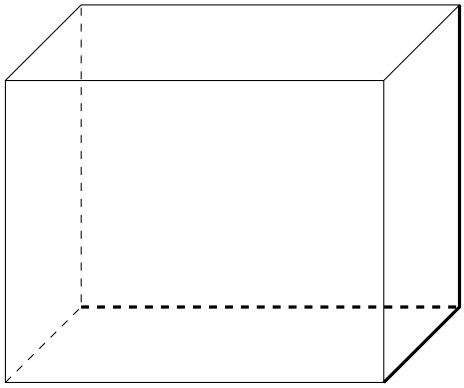
☞ Exercice 5 : ☆

Complète les dessins suivants afin qu'ils représentent un parallélépipède rectangle en persepective cavalière :



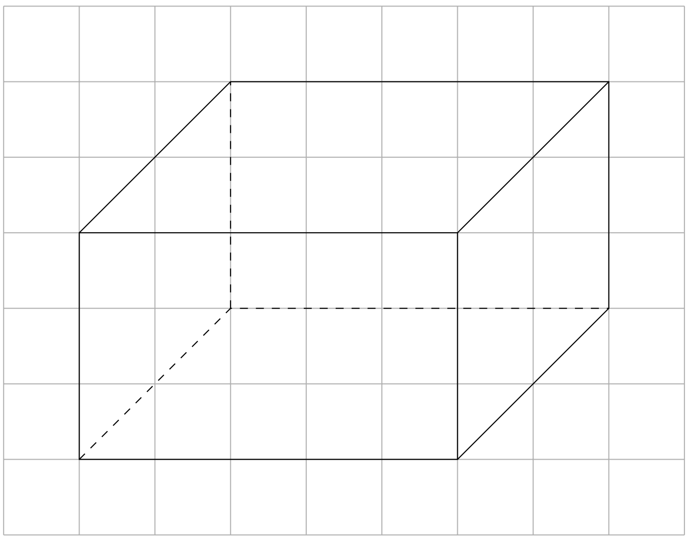




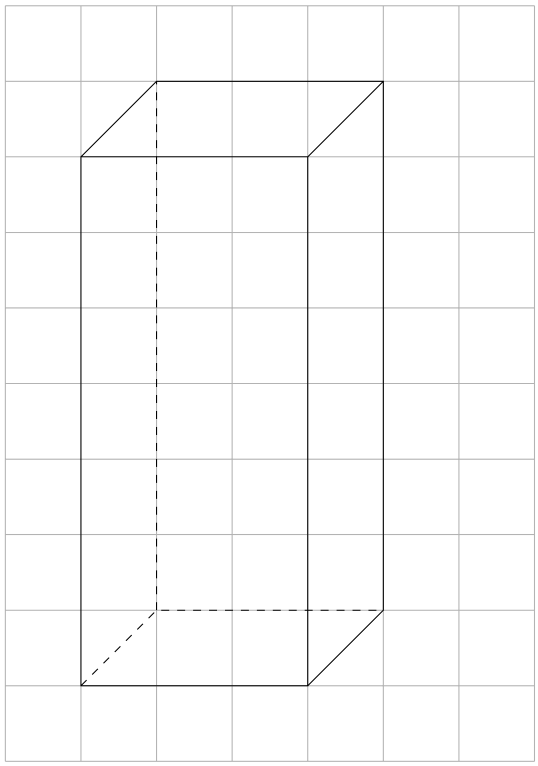


☞ Exercice 6 : ☆☆

Trace en perspective cavalière un pavé droit dont la face de devant mesure 5 cm sur 3 cm, et dont les arêtes fuyantes mesurent 2 carreaux de diagonale :

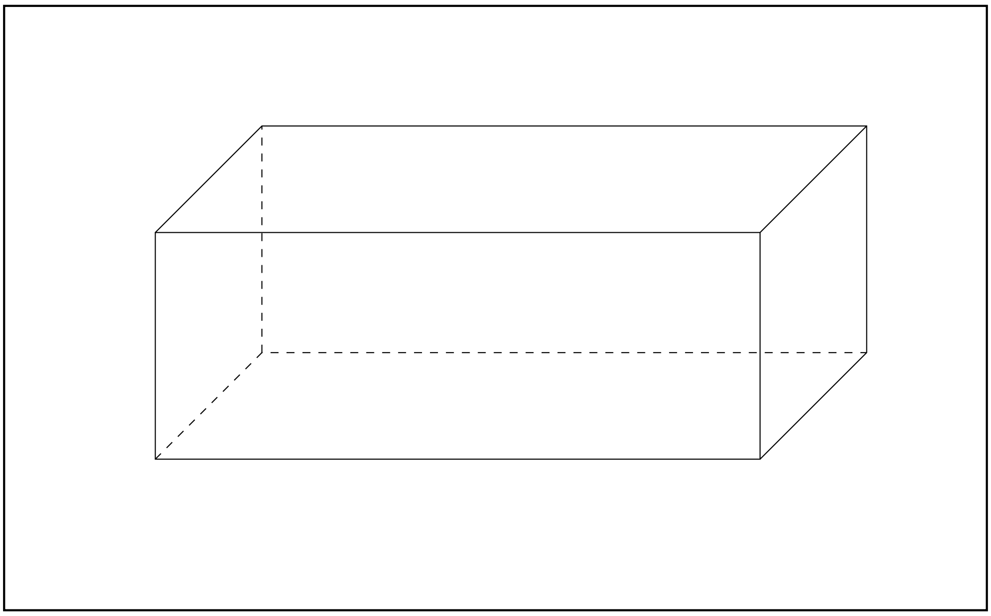


Trace en perspective cavalière un pavé droit dont la face de devant mesure 3 cm sur 7 cm, et dont les arêtes fuyantes mesurent 1 carreau de diagonale :



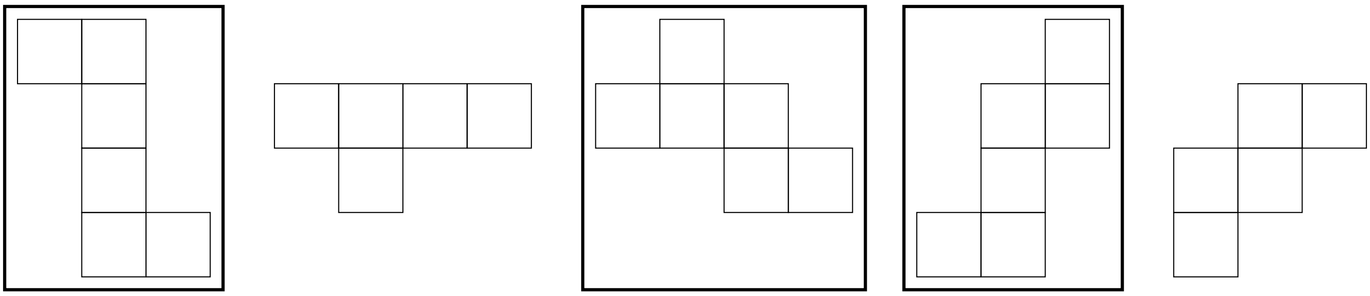
☞ Exercice 7 : ☆☆☆

Trace dans le cadre ci-dessous en perspective cavalière un parallélépipède rectangle ABCDEFGH tel que sa face de devant soit un rectangle de 8 cm sur 3 cm et que ses arêtes fuyantes mesurent 2 cm sur le dessin :

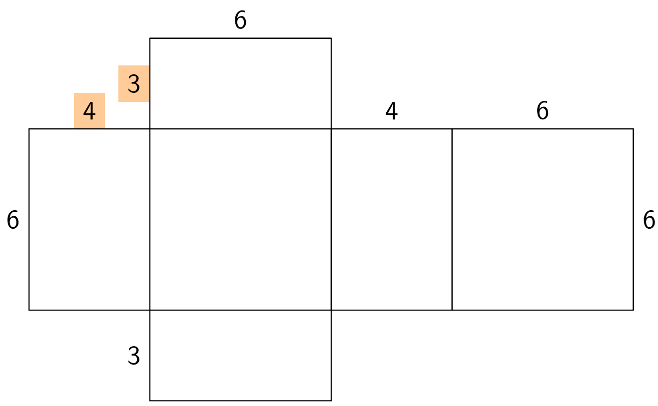


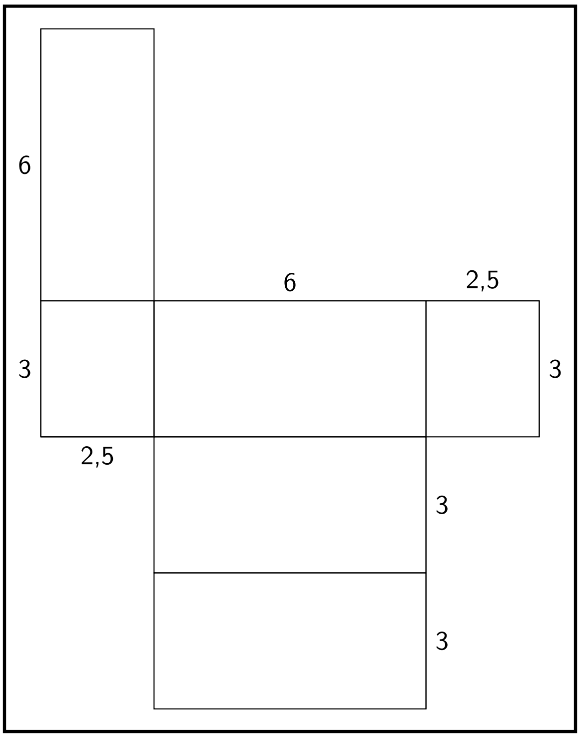
☞ Exercice 8 : ☆☆

1) Dans les figures ci-dessous, entourer celles qui sont bien les patrons d'un cube :



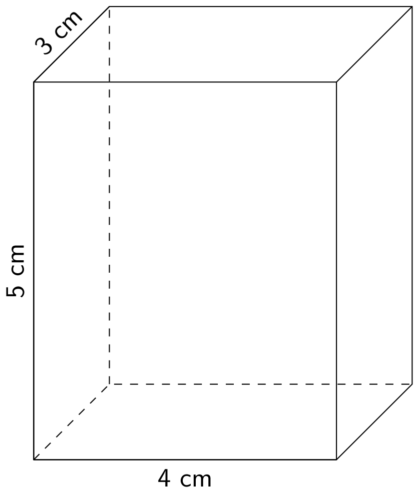
2) Parmi les figures ci-dessous, entourer celle qui est bien le patron d'un pavé droit :

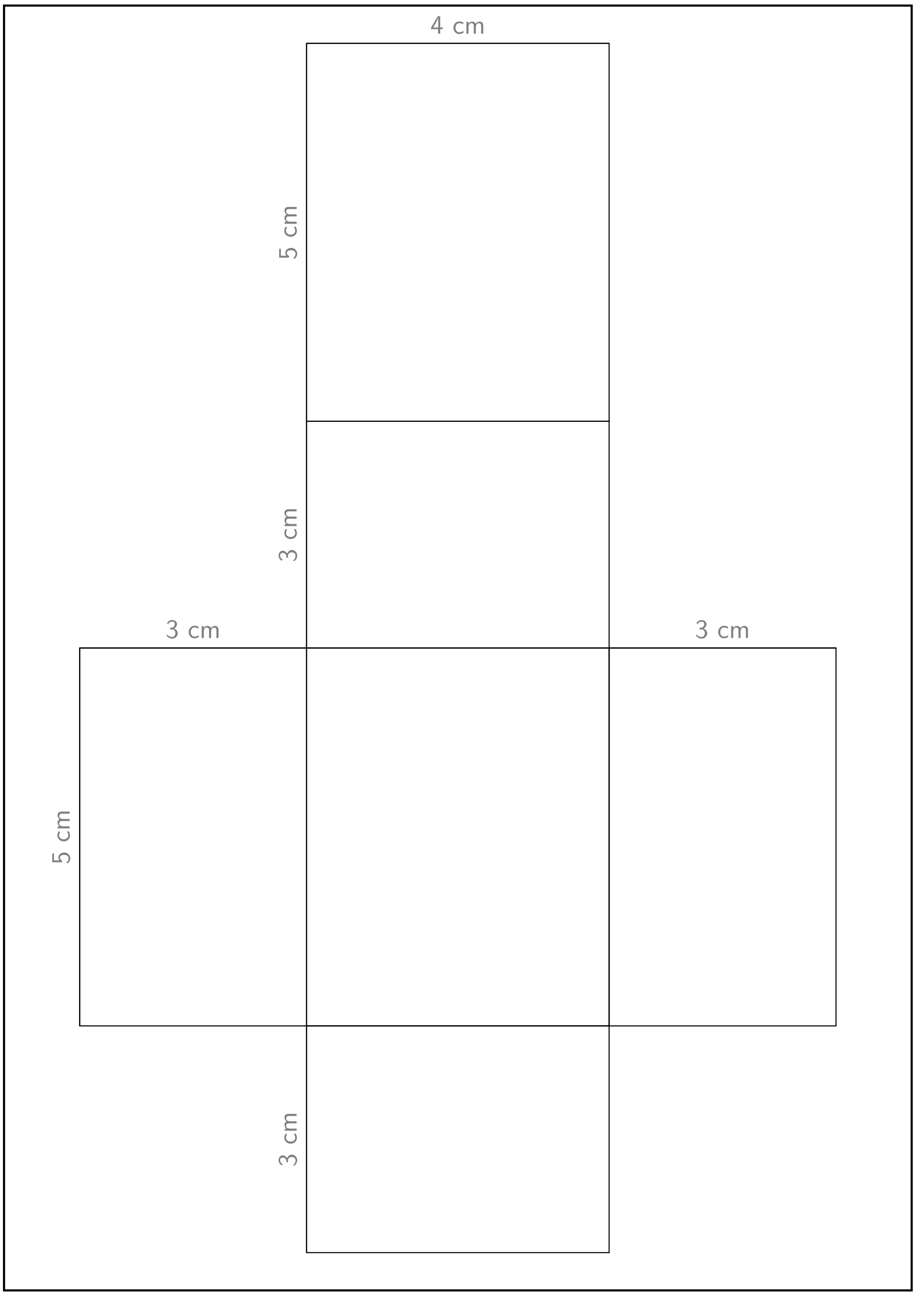




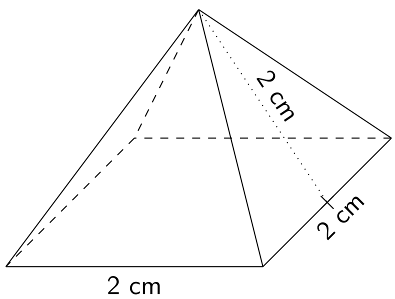
☞ **Exercice 9 :** ☆☆☆

1) Trace le patron du pavé droit dans le cadre (en respectant les longueurs !) :

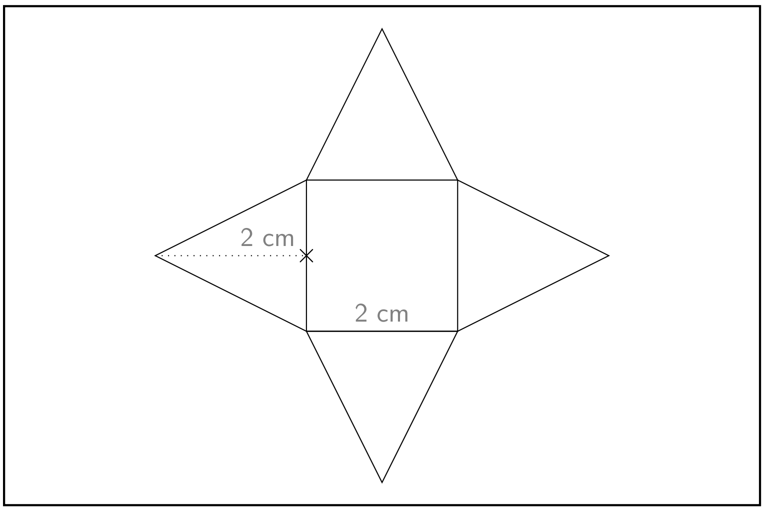




2) Trace le patron de la pyramide dans le cadre (en respectant les longueurs !) :



Attention : La figure a été agrandie pour des besoins de lisibilité ! Il faut considérer seulement les mesures **écrites** sur la figure !



Exercice 10 : ☆

Calculer le volume des pavés droits de dimensions suivantes :

1) 6 mm, 9 mm, 4 mm :

$$6 \text{ mm} \times 9 \text{ mm} \times 4 \text{ mm} = 216 \text{ mm}^3$$

2) 13 dm, 2 dm, 10 dm :

$$13 \text{ dm} \times 2 \text{ dm} \times 10 \text{ dm} = 260 \text{ dm}^3$$

3) 4 cm, 2 cm, 1 cm :

$$4 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 8 \text{ cm}^3$$

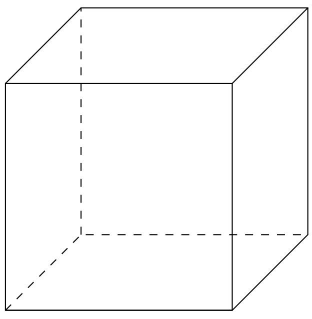
4) 2 m, 25 m, 3 m :

$$2 \text{ m} \times 25 \text{ m} \times 3 \text{ m} = 150 \text{ m}^3$$

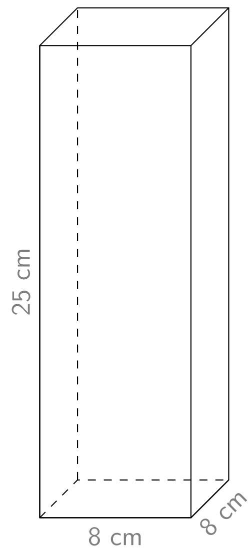
Exercice 11 : ☆☆

1) Voici deux vases :

Un vase A cubique :



Un vase B en forme de pavé droit :



Yasmine a entièrement rempli le vase B. Si elle verse tout son contenu dans le vase A, cela va-t-il déborder ? Justifie !

Il faut d'abord calculer le volume de chacun des vases :

$$\mathcal{V}_A = 12 \text{ cm} \times 12 \text{ cm} \times 12 \text{ cm} = 1728 \text{ cm}^3$$

$$\mathcal{V}_B = 8 \text{ cm} \times 8 \text{ cm} \times 25 \text{ cm} = 1600 \text{ cm}^3$$

Le vase B a un volume plus petit que celui du vase A, donc **non**, cela ne débordera pas si l'on verse le contenu du vase B dans le vase A.

2) Une entreprise de déménagement propose différent types de cartons à ses clients. Ranger ces volumes dans l'ordre croissant (*du plus petit au plus grand*) :

	Dimensions
Standard	55 cm ; 35 cm ; 30 cm
Multi-usages	50 cm ; 42 cm ; 30 cm
Spécial livres	45 cm ; 40 cm ; 32 cm

On commence par calculer le volume de chaque type de carton :

$$\mathcal{V}_{\text{Standard}} = 55 \text{ cm} \times 35 \text{ cm} \times 30 \text{ cm} = 57\ 750 \text{ cm}^3$$

$$\mathcal{V}_{\text{Multi-usages}} = 50 \text{ cm} \times 42 \text{ cm} \times 30 \text{ cm} = 63\ 000 \text{ cm}^3$$

$$\mathcal{V}_{\text{Spécial livres}} = 45 \text{ cm} \times 40 \text{ cm} \times 32 \text{ cm} = 57\ 600 \text{ cm}^3$$

Le plus petit carton est donc le **« Spécial livres »**, suivi du **« Standard »**, et enfin le plus grand est le **« Multi-usages »**.

Mises au Travail