

# Séquence 5 : Statistiques (1) - Fréquence et moyenne

   **OBJECTIFS :**   

À la fin de cette Séquence 5, je dois <b>connaître</b> ...	Pour m'entraîner :
Les définitions d' <b>effectif</b> et de <b>fréquence</b> .	Cours partie B
La formule de calcul d'une fréquence.	Cours partie B
La propriété sur la somme des fréquences.	Cours partie B
Les formules de calcul des moyennes simples et pondérées.	Cours partie C
Les formules à utiliser pour calculer fréquences et moyennes avec un <i>tableur</i> .	Encadrés « Code ».

Je dois <b>savoir faire</b> ...	Pour m'entraîner :		
	☆	☆☆	☆☆☆
Remplir un tableau de fréquences. Transformer une fréquence <i>simple</i> en pourcentage.	n°1 et 2	n°3 et 4	
Calculer une moyenne simple.	n°5 et 6		
Calculer une moyenne pondérée.	n°7 et 8	n°9 et 10	
Résoudre des problèmes faisant appel aux fréquences et moyennes.			n°11
Exercices type Brevet.			n°12

## A) Présentation des données

### 1. Logiciel utilisé

Pour ce cours, nous allons travailler en nous aidant de l'ordinateur et plus précisément d'un logiciel appelé *tableur*. Ce sont des logiciels très utilisés en statistiques, mais aussi en comptabilité, ou pour réaliser des graphiques. Les deux plus courants (et présents sur les ordinateurs du collège) sont :

- 🖱 Excel de la suite Microsoft Office
- 🖱 Calc de la suite Libre Office

Le premier est un logiciel *propriétaire* payant et donc dépendant d'une entreprise. Nous préférons donc le second, LibreOffice Calc, qui est un logiciel libre et gratuit (les deux proposent sensiblement la même interface et les mêmes fonctionnalités).

### 2. Jeu de données

Nous utiliserons dans tout ce cours un jeu de données fictif, représentant les notes obtenues par les élèves d'une classe de Seconde à leur premier devoir de Mathématiques de l'année :

\* 13 \* 11 \* 11 \* 14 \* 10 \* 10 \* 15 \* 7 \* 17 \* 5 \* 2 \* 13 \*  
\* 13 \* 20 \* 17 \* 16 \* 16 \* 4 \* 13 \* 9 \* 5 \* 10 \* 12 \* 7 \*  
\* 16 \* 13 \* 12 \* 13 \* 7 \* 7 \* 18 \* 13 \* 15 \* 12 \* 7 \* 10 \*

## B) Fréquence

### 📌 Définition 1 : Effectif

L'effectif d'une valeur est le nombre de fois où elle apparaît dans la liste.

L'effectif total est la somme des effectifs.

### 📌 Définition 2 : Fréquence

La fréquence  $f$  d'une valeur est un **nombre compris entre 0 et 1** qui mesure la proportion de cette valeur dans l'effectif total :

$$f = \frac{\text{Effectif de la valeur}}{\text{Effectif total}}$$

On préfère souvent donner la fréquence en pourcentage.

### Code :

Les formules suivantes permettent d'effectuer ces opérations dans un tableur :

Calculer l'**effectif** : `=NB.SI(plage;critère)`

Calculer une **somme** : `=SOMME(plage)`

La division se fait avec le caractère « / » et la multiplication avec le caractère « \* ».

Pour fixer des cellules, on utilise le caractère « \$ ».

### Exemple(s) :

⇒ Dans la cellule D3 il faut écrire la formule `=NB.SI($A$2:$A$37;D2)` pour compter le nombre de 0 dans la liste de notes. Puis on peut cliquer dans le coin en bas à droite de la cellule D3 et faire glisser jusqu'à la cellule X3 pour avoir **tous les effectifs**.

⇒ Dans la cellule Y3 il faut écrire la formule `=SOMME(D3:X3)` pour calculer l'**effectif total**. Puis on peut cliquer dans le coin en bas à droite de la cellule Y3 et faire glisser jusqu'à la cellule Y14.

⇒ Dans la cellule D4 il faut écrire la formule `=D3/$Y$3` pour calculer la fréquence de 0 dans la liste de notes. Puis on peut cliquer dans le coin en bas à droite de la cellule D4 et faire glisser jusqu'à la cellule X4 pour avoir **toutes les fréquences**.

⇒ Dans la cellule D5 il faut écrire la formule `=D4*100` pour transformer la fréquence en pourcentage. Puis on peut cliquer dans le coin en bas à droite de la cellule D5 et faire glisser jusqu'à la cellule X5 pour avoir **toutes les fréquences en pourcentage**.

Tu dois normalement obtenir le tableau ci-dessous :

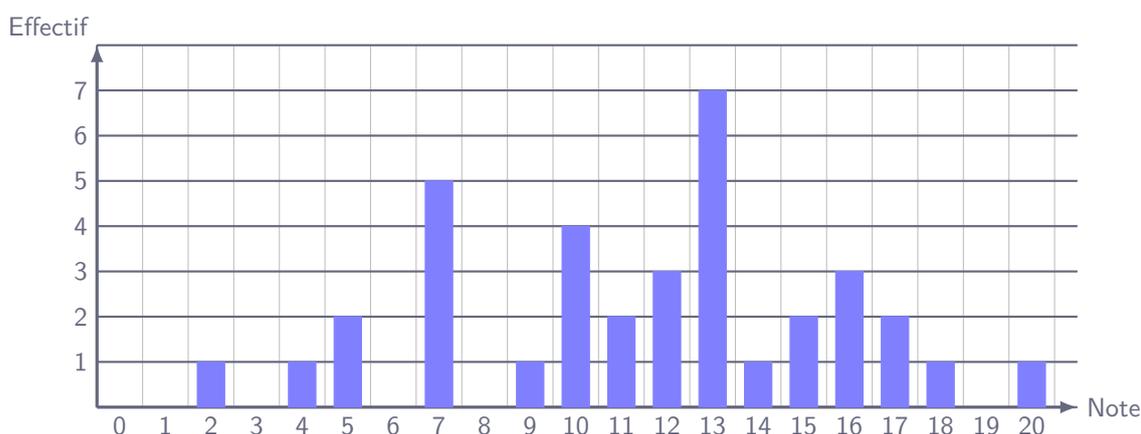
Notes	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Effectifs	0	0	1	0	1	2	0	5	0	1	4
Fréquences	0	0	0,03	0	0,03	0,06	0	0,14	0	0,03	0,11
Fréquences (en %)	0	0	2,78	0	2,78	5,56	0	13,9	0	2,78	11,1

Notes	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Total
Effectifs	2	3	7	1	2	3	2	1	0	1	36
Fréquences	0,06	0,08	0,19	0,03	0,06	0,08	0,06	0,03	0	0,03	1
Fréquences	5,56	8,33	19,4	2,78	5,56	8,33	5,56	2,78	0	2,78	100

On peut également utiliser le tableur pour tracer un diagramme « en bâtons » :

⇒ Sélectionne les 2 premières lignes du tableau (sauf la colonne TOTAL), donc de la cellule C2 à la cellule X3 puis clique sur `Insertion` puis `Diagramme...`, sélectionne `Colonne` et appuie sur `Suivant >`. Coche alors `Série de données en ligne` et coche les 2 cases `Première ligne comme étiquette` et `Première colonne comme étiquette` puis clique sur `Terminer`.

Reproduis ensuite le diagramme obtenu :



### 🔔 Propriété 1 : Somme des fréquences

La somme de toutes les fréquences est égale à 1.

#### 🔔 Exemple(s) :

Dans une classe, on a demandé aux élèves leur couleur préférée, et voici les résultats :

\* jaune \* vert \* rouge \* vert \* noir \* bleu \* bleu \* noir \* jaune \*  
 \* vert \* noir \* rose \* bleu \* jaune \* jaune \* noir \* rose \*  
 \* noir \* jaune \* bleu \* jaune \* jaune \* jaune \* rose \* rose \*

Remplis le tableau ci-dessous :

Couleur	BLEU	VERT	ROUGE	JAUNE	ROSE	NOIR	Total
Effectif	4	3	1	8	4	5	25
Fréquence	$\frac{4}{25} = 0,16$	$\frac{3}{25} = 0,12$	$\frac{1}{25} = 0,04$	$\frac{8}{25} = 0,32$	$\frac{4}{25} = 0,16$	$\frac{5}{25} = 0,2$	1
Fréquence (en %)	$0,16 \times 100 = 16$	$0,12 \times 100 = 12$	$0,04 \times 100 = 4$	$0,32 \times 100 = 32$	$0,16 \times 100 = 16$	$0,2 \times 100 = 20$	100

## C) Moyenne

### 1. Moyenne simple

#### 🔔 Propriété 2 : Moyenne simple

La moyenne d'une série de données est égale à la somme des valeurs de cette série divisée par l'effectif total :

$$\text{Moyenne simple} = \frac{\text{Somme des valeurs}}{\text{Effectif total}}$$

#### 🔔 Code :

La formule suivante permet de calculer une moyenne simple dans un tableur :

=MOYENNE(plage)

#### 🔔 Exemple(s) :

⇒ Dans la cellule D7 il faut écrire la formule `=MOYENNE(A2:A37)` pour calculer la **moyenne** des notes.

On trouve une moyenne d'environ **11,5** sur 20 pour la classe.

#### 🔔 Exemple(s) :

Voici les prix des bijoux portés par Marina : 12,5 € - 25 € - 30 € - 8 € - 52 €.

Quel est le prix moyen de ses bijoux ?

$$\text{Prix moyen} = \frac{12,5 + 25 + 30 + 8 + 52}{5} = \frac{127,5}{5} = 25,5$$

Le prix moyen des bijoux portés par Marina est de **25,5 €**.

## 2. Moyenne pondérée

Une moyenne pondérée va donner différents « poids » aux différentes valeurs d'une série de données dont on souhaite calculer la moyenne. C'est par exemple le cas lorsque tu calcules ta moyenne de maths avec différents coefficients ! Ou encore lorsque chaque valeur apparaît plusieurs fois, on peut alors pondérer par l'effectif de chaque valeur.

### Propriété 3 : Moyenne pondérée

La moyenne pondérée d'une série de données est égale à la somme de chaque valeur multipliée par son poids (effectif, fréquence, coefficient...), divisée par la somme de ses poids (effectif total par exemple) :

$$\text{Moyenne pondérée} = \frac{\text{Somme des valeurs} \times \text{poids}}{\text{Somme des poids}}$$

### Exemple(s) :

Dans une classe, on a demandé aux élèves leur nombre de frères et sœurs, et voici les résultats :

Nombre de frères et sœurs	0	1	2	3	4	5	6	Total
Effectif	3	11	4	3	1	1	2	25
Fréquence	0,12	0,44	0,16	0,12	0,04	0,04	0,08	1

On peut alors calculer le nombre moyen de frères et sœurs par élève de 2 manières différentes :

#### a. Avec les effectifs

$$\text{Moyenne pondérée} = \frac{\text{Somme des valeurs} \times \text{effectifs}}{\text{Effectif total}}$$

$$\text{Moyenne pondérée} = \frac{0 \times 3 + 1 \times 11 + 2 \times 4 + 3 \times 3 + 4 \times 1 + 5 \times 1 + 6 \times 2}{25} = \frac{49}{25} = 1,96$$

Chaque élève de la classe a donc en moyenne **1,96**  $\approx$  2 frères et sœurs.

#### b. Avec les fréquences

$$\text{Moyenne pondérée} = \frac{\text{Somme des valeurs} \times \text{fréquences}}{\text{Fréquence totale}}$$

Or la somme des fréquences est toujours égale à 1 ! Donc il suffit de multiplier les valeurs par leur fréquences pour avoir la moyenne pondérée :

$$\text{Moyenne pondérée} = \text{Somme des valeurs} \times \text{fréquences}$$

$$\text{Moyenne pondérée} = 0 \times 0,12 + 1 \times 0,44 + 2 \times 0,16 + 3 \times 0,12 + 4 \times 0,04 + 5 \times 0,04 + 6 \times 0,08 = 1,96$$

Chaque élève de la classe a donc en moyenne **1,96**  $\approx$  2 frères et sœurs (on retrouve bien la même valeur!).

## Exercices

### 👉 Exercice 1 : ☆

Les élèves d'une classe sont répartis de la façon suivante :

Sexe	Filles	Garçons
Effectif	16	9

1) Calculer la fréquence des filles dans la classe.

$$f = \frac{16}{16+9} = \frac{16}{25} = 0,64$$

La fréquence de filles dans la classe est de **0,64**.

2) **En déduire** celle des garçons.

On sait que la somme des fréquences vaut toujours 1.

On doit donc avoir :  $f_{\text{filles}} + f_{\text{garçons}} = 1$ , et donc  $0,64 + f_{\text{garçons}} = 1$ .

On a donc  $f_{\text{garçons}} = 1 - 0,64 = 0,36$  La fréquence de garçons dans la classe est de **0,36**.

### 👉 Exercice 2 : ☆

Dans un magazine on lit les données suivantes :

Destination préférée	Mer	Montagne	Campagne
Effectif	636	264	300

1) Calculer la fréquence de personnes préférant :

a. partir à la mer.

$$f = \frac{636}{636 + 264 + 300} = \frac{636}{1\ 200} = 0,53$$

La fréquence de personnes préférant partir à la mer est de **0,53**.

b. partir à la montagne.

$$f = \frac{264}{636 + 264 + 300} = \frac{264}{1\ 200} = 0,22$$

La fréquence de personnes préférant partir à la montagne est de **0,22**.

2) **En déduire** celle des personnes préférant partir à la campagne.

On sait que la somme des fréquences vaut toujours 1.

On doit donc avoir :  $f_{\text{mer}} + f_{\text{montagne}} + f_{\text{campagne}} = 1$ , et donc  $0,53 + 0,22 + f_{\text{campagne}} = 1$ .

On a donc  $f_{\text{campagne}} = 1 - (0,53 + 0,22) = 1 - 0,75 = 0,25$  La fréquence de personnes préférant partir à la campagne est de **0,25**.

### 👉 Exercice 3 : ☆☆☆

1) Dans une classe, on a fait un sondage pour connaître la matière préférée de chaque élève. Complète le tableau suivant :

MATIÈRE	Maths	Français	Histoire-Géo	SVT	P-C	Anglais	Espagnol	Arts Pla.	EPS	Musique	TOTAL
Effectif	6	3	1	2	0	4	5	1	2	1	<b>25</b>
Fréq. (0-1)	0,24	0,12	0,04	0,08	0	0,16	0,2	0,04	0,08	0,04	1
Fréq. (%)	24	12	4	8	0	16	20	4	8	4	100

⚠ L'exercice continue en p.6! ⚠

2) Dans une entreprise, la fréquence de femmes est de 0,56.

a. Quelle est la fréquence d'hommes ?

On sait que la somme des fréquences vaut toujours 1.

On doit donc avoir :  $f_{\text{femmes}} + f_{\text{hommes}} = 1$ , et donc  $0,56 + f_{\text{hommes}} = 1$ .

On a donc  $f_{\text{hommes}} = 1 - 0,56 = 0,44$  La fréquence d'hommes dans cette entreprise est de **0,44**.

b. S'il y a en tout 250 employés dans cette entreprise, combien sont des femmes ?

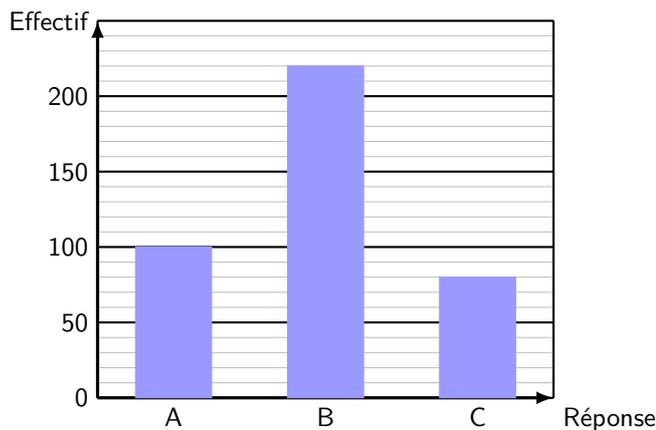
On sait que la fréquence de femmes dans cette entreprise est 0,56. Il y a donc 56 % de femmes.

$$56\% \text{ de } 250 = \frac{56}{100} \times 250 = 140$$

Il y a donc 140 femmes dans cette entreprise.

#### Exercice 4 : ☆☆

Au cours d'un jeu télévisé, le public répond à une question à choix multiple de la façon suivante :



1) Quelle est la fréquence de la réponse A exprimée en écriture décimale ?

$$f_A = \frac{100}{100 + 220 + 80} = \frac{100}{400} = 0,25$$

2) Quelle est la fréquence de la réponse B exprimée sous forme fractionnaire ?

$$f_B = \frac{220}{100 + 220 + 80} = \frac{220}{400} = \frac{55}{100} = \frac{11}{20}$$

3) Quelle est la fréquence de la réponse C exprimée en pourcentage ?

$$f_C = \frac{80}{100 + 220 + 80} = \frac{80}{400} = 0,2 = 20\%$$

#### Exercice 5 : ☆

Voici les tailles des sœurs d'une même famille :

175 cm	123 cm	155 cm	159 cm
--------	--------	--------	--------

Quelle est la moyenne de leurs tailles ?

$$\text{Moyenne} = \frac{175 + 123 + 155 + 159}{4} = \frac{612}{4} = 153$$

La taille moyenne des sœurs de cette famille est de **153 cm**.

#### Exercice 6 : ☆

Pour s'habiller, Tom a mis un jean à 25 €, un t-shirt à 7 €, un pull à 32 €, un bonnet à 13 € et des chaussures à 74 €. Quelle est la moyenne des prix des habits qui composent sa tenue ?

$$\text{Moyenne} = \frac{25 + 7 + 32 + 13 + 74}{5} = \frac{151}{5} = 30,2$$

Les habits qui composent la tenue de Tom coûtent en moyenne **30,20 €**.

#### Exercice 7 : ☆

Voici les notes obtenues par Étienne en mathématiques au premier trimestre :

Note	18	15	9	17	16
Coefficient	1	3	2	2	5

Calcule sa moyenne :

$$\text{Moyenne} = \frac{18 \times 1 + 15 \times 3 + 9 \times 2 + 17 \times 2 + 16 \times 5}{1 + 3 + 2 + 2 + 5} = \frac{195}{13} = 15$$

Étienne a **15 de moyenne** en mathématiques au premier trimestre.

### Exercice 8 : ☆

Calculer la moyenne de cette série :

Valeur	5	4
Fréquence	0,3	0,7

$$\text{Moyenne} = 5 \times 0,3 + 4 \times 0,7 = 4,3$$

### Exercice 9 : ☆☆☆

Voici la répartition des notes obtenus par une classe de 3<sup>ème</sup> à un contrôle :

Note	7	8,5	10	11	13	17
Fréquence	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{5}{27}$	$\frac{7}{27}$	$\frac{5}{27}$	$\frac{1}{27}$

Calculer la moyenne de cette classe à ce contrôle, arrondie au dixième :

$$\text{Moyenne} = \frac{1}{9} \times 7 + \frac{2}{9} \times 8,5 + \frac{5}{27} \times 10 + \frac{7}{27} \times 11 + \frac{5}{27} \times 13 + \frac{1}{27} \times 17$$

La moyenne de cette classe à ce contrôle est d'environ **10,4**.

### Exercice 10 : ☆☆☆

1) Voici les tailles moyennes (en cm) dans un collège par niveau :

Classe	6e	5e	4e	3e
Effectif	122	116	133	108
Taille	131	137	144	162

Calculer la taille moyenne des élèves de ce collège :

$$M = \frac{122 \times 131 + 116 \times 137 + 133 \times 144 + 108 \times 162}{122 + 116 + 133 + 108}$$

$$M = \frac{68\,522}{479} \approx 143$$

Les élèves de ce collège mesurent en moyenne **143 cm**.

2) Voici les fréquences des âges dans un club de sport :

Âge	17	23	35	47
Fréquence	0,46	0,15	0,21	0,18

Calculer l'âge moyen des membres de ce club :

$$M = 17 \times 0,46 + 23 \times 0,15 + 35 \times 0,21 + 47 \times 0,18 = 27,08$$

Les membres de ce club ont en moyenne **27 ans**.

### Exercice 11 : ☆☆☆

Chantal est en recherche d'emploi. Elle est intéressée par deux entreprises : Chic et Choc. Elle a obtenu les informations suivantes :

	Salaire moyen (€)		Fréquence H/F (%)	
	Homme	Femme	Homme	Femme
Chic	2 134	1 524	50	50
Choc	2 287	1 677	20	80

Son fils lui affirme : « En moyenne, un salarié est mieux payé chez Choc ».

**Chantal est sceptique, expliquer pourquoi :**

La première chose que l'on peut observer est que les femmes sont bien plus nombreuses (en proportion) et sous-payées chez Choc par rapport aux hommes.

Ensuite, on peut observer que le fil de Chantal a probablement effectué une moyenne simple pour chaque entreprise, il trouve donc :

$$M_{\text{Chic}} = \frac{2\,134 + 1\,524}{2} = 1\,829 \text{ €}$$

$$M_{\text{Choc}} = \frac{2\,287 + 1\,677}{2} = 1\,982 \text{ €}$$

Or en faisant ça, il ne tient pas compte de notre première remarque. Pour cela il faut effectuer une moyenne pondérée par les effectifs :

$$M_{\text{Chic}} = \frac{2\,134 \times 50 + 1\,524 \times 50}{50 + 50} = 1\,829 \text{ €}$$

$$M_{\text{Choc}} = \frac{2\,287 \times 20 + 1\,677 \times 80}{20 + 80} = 1\,799 \text{ €}$$

On trouve alors que les salariés sont en moyenne mieux payés dans l'entreprise **Chic**.

## 🔊 Exercice 12 : ☆☆☆

(D'après DNB Polynésie 2011)

Voici, pour la production de l'année 2009, le relevé des longueurs des gousses de vanille d'un cultivateur de Tahaa :

Longueur en cm	12	15	17	22	23
Effectif	600	800	1 800	1 200	600

1) Quel est l'effectif total de cette production ?

$$600 + 800 + 1\,800 + 1\,200 + 600 = 5\,000$$

Il a produit **5 000** gousses de vanille.

2) Le cultivateur peut seulement les conditionner dans des tubes de 20 cm de long. Quel pourcentage de cette production a-t-il pu conditionner sans plier les gousses ?

Il a pu mettre sans les plier :  $600 + 800 + 1\,800 = 3\,200$  gousses, soit un pourcentage de :

$$\frac{3\,200}{5\,000} \times 100 = \mathbf{64\%}$$

3) La chambre d'agriculture décerne une récompense (un « label de qualité ») aux agriculteurs si :

☞ la longueur moyenne des gousses de leur production est supérieure ou égale à 16,5 cm ;

☞ et plus de la moitié des gousses de leur production a une taille supérieure à 17,5 cm.

Ce cultivateur pourra-t-il recevoir ce « label de qualité » ?

Si plus de la moitié des gousses dépassent 16,5 cm, il n'a que 1 800 de gousses dépassant 17,5 cm, soit moins de la moitié. Il ne satisfait donc pas le deuxième critère et **n'aura pas le label**.







