

Séquence 13 : Cercles

   **OBJECTIFS :**   

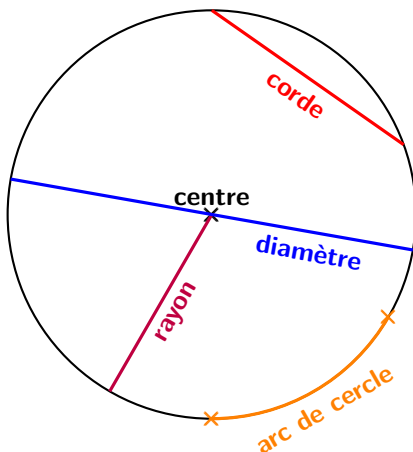
À la fin de cette Séquence 13, je dois connaître ...	Pour m'entraîner :
Le vocabulaire du cercle (dont définition).	Cours partie A
La définition et les propriétés d'une médiatrice.	Cours B

Je dois savoir faire ...	Pour m'entraîner :		
	☆	☆☆	☆☆☆
Tracer un cercle de rayon ou diamètre donné.	n°1	n°2	n°3
Utiliser correctement le vocabulaire du cercle.	n°4	n°5	
Tracer et utiliser une médiatrice.	n°6, 7	n°8	n°
Résoudre des problèmes impliquant des cercles et des médiatrices.		n°11, 12	n°9, 10
Suivre un programme de construction avec des cercles et des médiatrices.		n°12, 13	

A) Le cercle

🔗 Définition 1 : Cercle

Un **cercle** de **centre** O est constitué de tous les points qui se situent à une même distance du point O . Cette distance est appelée le **rayon** du cercle.



🔗 Propriété 1 : Rayon, diamètre et centre

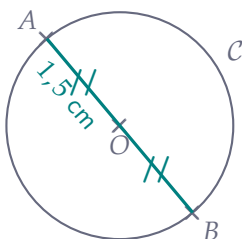
- ☞ **Diamètre = 2 × Rayon.**
- ☞ **Le milieu de n'importe quel diamètre est le centre du cercle.**

🔗 Définition 2 : LE rayon ou UN rayon ?

- ☞ « **LE rayon** » désigne la **distance** entre le centre du cercle et les points situés sur le cercle (il est donc unique!)
- ☞ « **UN rayon** » désigne un **segment** reliant le centre à un point du cercle (il y en a donc une infinité, mais ils ont tous la même longueur...LE rayon)

Remarque : C'est la même chose pour UN ou LE diamètre.

🔗 Exemple(s) :



Dans le cercle C suivant :

- ☞ $[OA]$ est **UN rayon** du cercle C
- ☞ $OA = 1,5 \text{ cm}$ est **LE rayon** du cercle C
- ☞ $[OB]$ est **UN autre rayon** du cercle C
- ☞ $[AB]$ est **UN diamètre** du cercle C
- ☞ $AB = 2 \times 1,5 = 3 \text{ cm}$ est **LE diamètre** du cercle C

B) La médiatrice d'un segment

🔗 Définition 3 : Médiatrice d'un segment

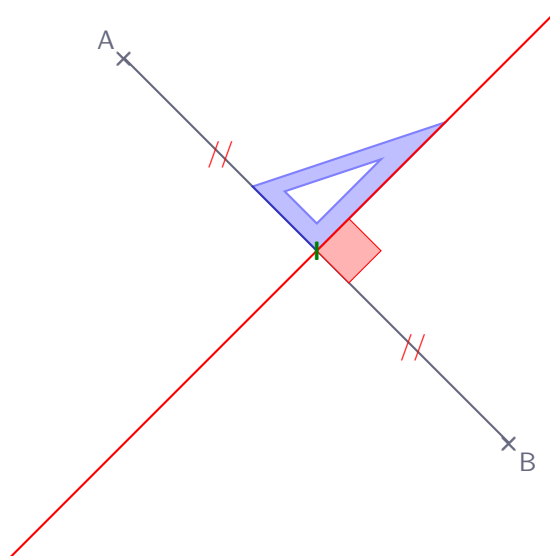
La médiatrice d'un segment est la droite **perpendiculaire** à ce segment et qui passe par son **milieu**.

👉 Méthode 1 : Tracer une médiatrice avec une équerre

1. Commencer par mesurer le segment et **placer son milieu**.
2. Avec l'équerre, tracer la **perpendiculaire** au segment passant par son milieu.
3. **Ne pas oublier de coder le dessin !**

🔗 Exemple(s) :

Tracer la médiatrice du segment $[AB]$ ci-dessous en utilisant une équerre :



🔗 Propriété 2 : Médiatrice et équidistance

- 🔗 Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, ALORS il est **équidistant** (= à la même distance) des extrémités du segment.
- 🔗 Si un point est **équidistant** des extrémités du segment, ALORS il appartient à la médiatrice d'un segment.

Rappel : Comment sont les points d'un cercle par rapport à son centre ?

Tous les points d'un cercle sont **équidistants** du centre du cercle.

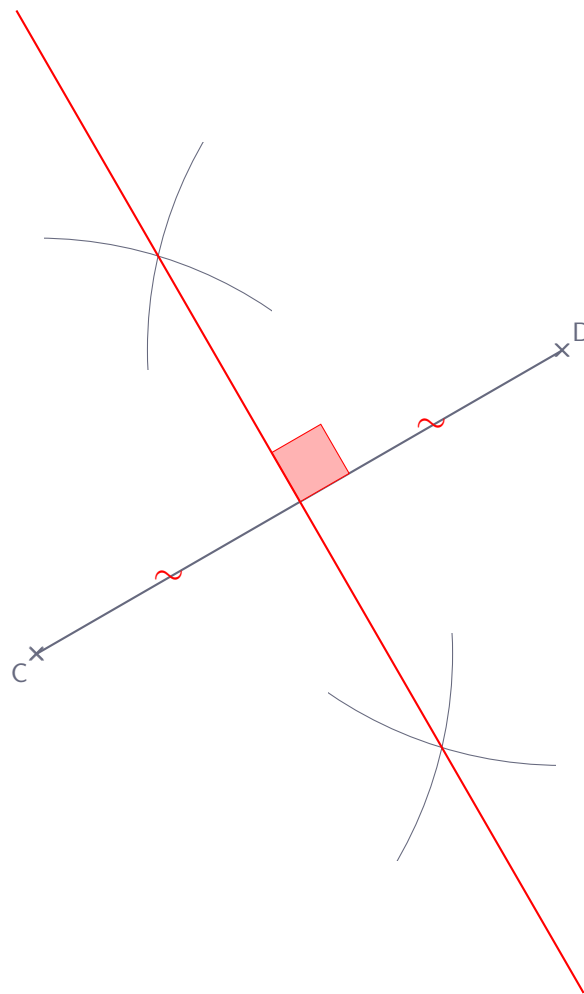
Pour tracer une médiatrice, on peut donc tracer 2 cercles **de même rayon** dont les centres sont les extrémités du segment et utiliser les points d'intersection.

➡ Méthode 2 : Tracer une médiatrice avec un compas

1. Ouvrir le compas d'une ouverture assez grande (plus de la moitié du segment).
2. Placer la pointe du compas sur une des extrémités du segment, puis tracer un petit arc de cercle de chaque côté du segment.
3. **Sans changer l'écartement du compas**, faire la même chose en mettant la pointe du compas sur l'autre extrémité du segment. Normalement, les arcs de cercle doivent former 2 « croix ».
4. Tracer la droite passant par les deux « croix » formées par les arcs de cercle.
5. **Ne pas oublier de coder le dessin !**

🔗 Exemple(s) :

Tracer la médiatrice du segment [CD] ci-dessous en utilisant un compas :

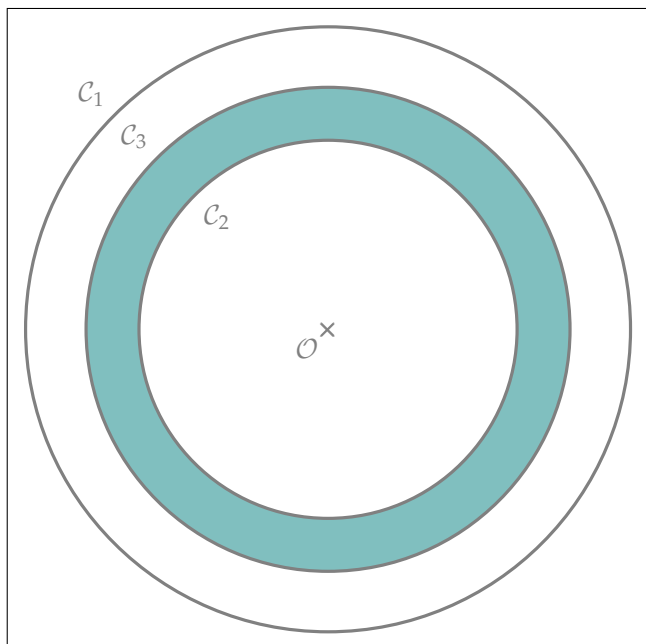


Exercices

🔗 Exercice 1 : ☆

Dans le cadre ci-dessous, placer un point O puis construire :

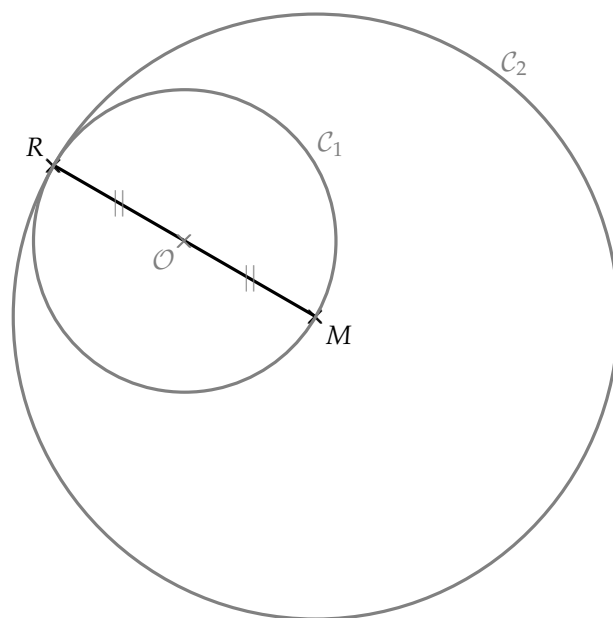
- 1) Le cercle \mathcal{C}_1 de centre O et de rayon 4 cm.
- 2) Le cercle \mathcal{C}_2 de centre O et de diamètre 5 cm.
- 3) Le cercle \mathcal{C}_3 de centre O et de rayon 3,2 cm.



- 4) Colorier la zone comprise dans le disque \mathcal{C}_3 mais pas dans le disque \mathcal{C}_2 .

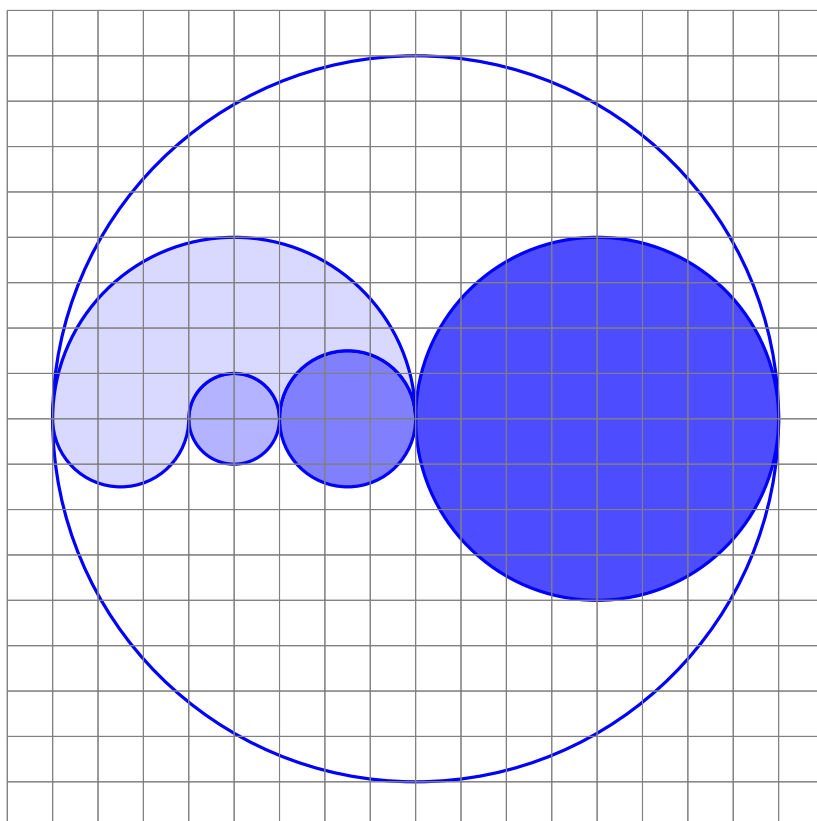
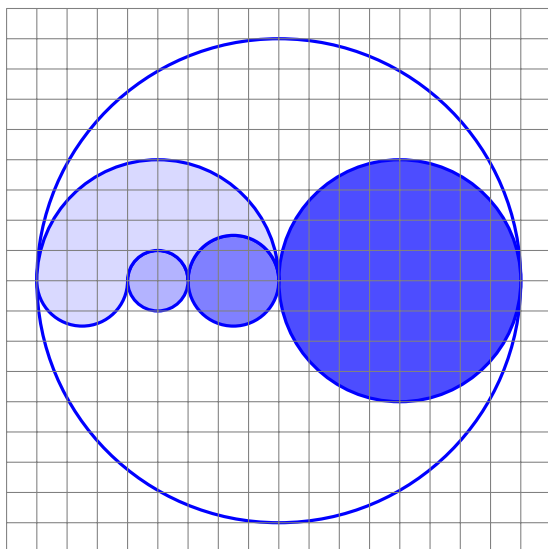
🔗 Exercice 2 : ☆☆☆

- 1) Tracer le cercle \mathcal{C}_1 de rayon $[RM]$ et de centre M .
- 2) Tracer le cercle \mathcal{C}_2 de diamètre $[RM]$.

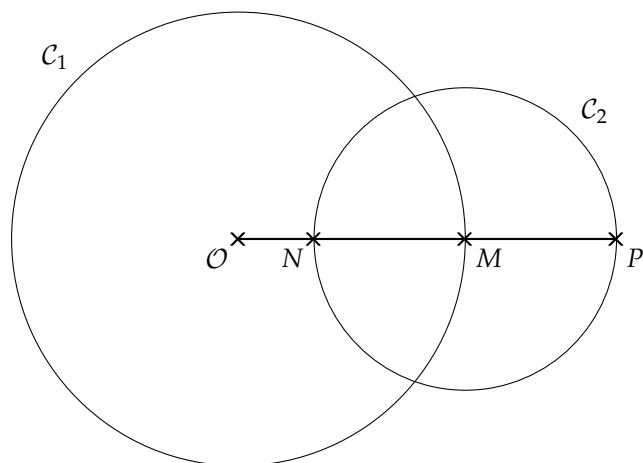


🔗 Exercice 3 : ☆☆☆

Reproduire la figure ci-dessous sur la grille ci-contre :



Exercice 4 : ☆



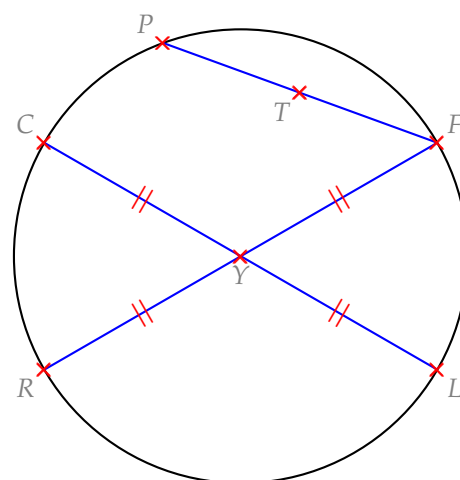
Sur le dessin ci-contre, les points O , M , N et P sont alignés. Complète les phrases suivantes :

- ☞ O est le **centre** du cercle C_1 .
- ☞ $[NP]$ est un **diamètre** du cercle C_2 .
- ☞ 3 cm est le **rayon** du cercle C_1 .
- ☞ $[OM]$ est un **rayon** du cercle C_1 .
- ☞ N est un **point** du cercle C_2 .
- ☞ 4 cm est le **diamètre** du cercle C_2 .
- ☞ $[MP]$ est un **rayon** du cercle C_2 .
- ☞ $[NM]$ est un **rayon** du cercle C_2 .

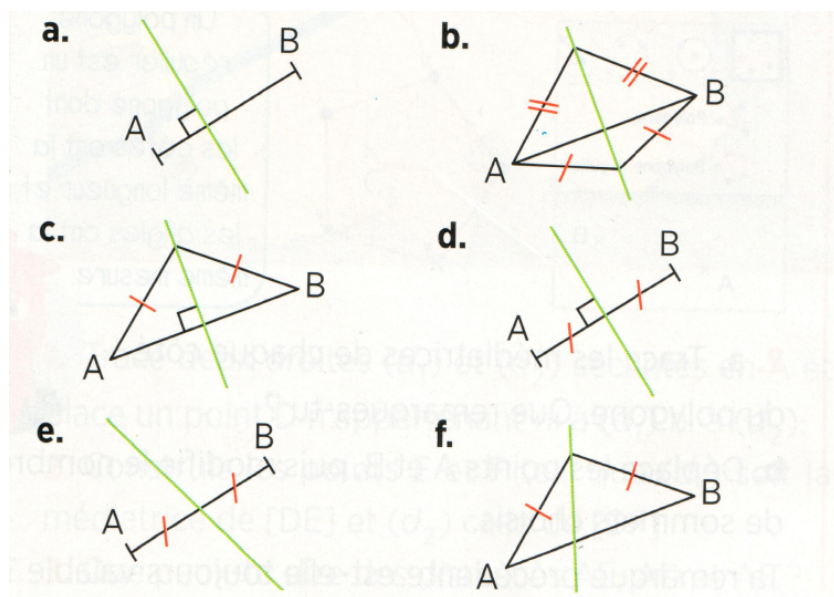
Exercice 5 : ☆☆

Sur la figure ci-contre, replacer tous les points qui ont été effacés en utilisant les notes de Lucien :

- ☞ Y est le centre du cercle ;
- ☞ P , T et F sont alignés ;
- ☞ R et F sont **diamétralement** opposés ;
- ☞ $[CL]$ est un diamètre du cercle ;
- ☞ $YR = YP$ et $YR > YT$.



Exercice 6 : ☆



Parmi les figures ci-contre, dans quel(s) cas la droite tracée correspond bien à une médiatrice ?

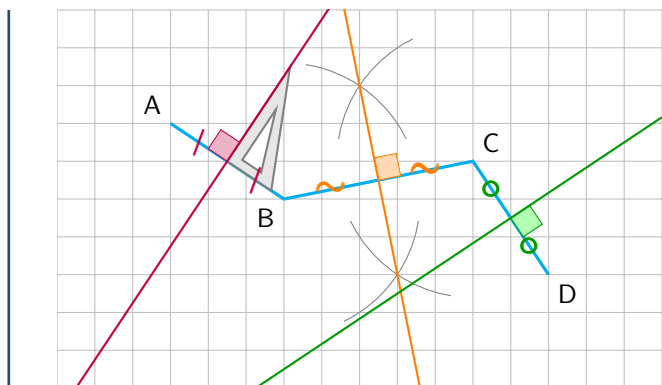
La droite tracée est bien une médiatrice dans les figures **b, c et d** seulement.

Dans la figure a, elle est perpendiculaire mais ne passe pas par le milieu du segment.

Dans la figure e, elle passe par le milieu du segment mais n'est pas perpendiculaire au segment.

Dans la figure f, elle passe bien par un point équidistant des extrémités du segment mais *un seul*, elle n'est donc pas perpendiculaire au segment.

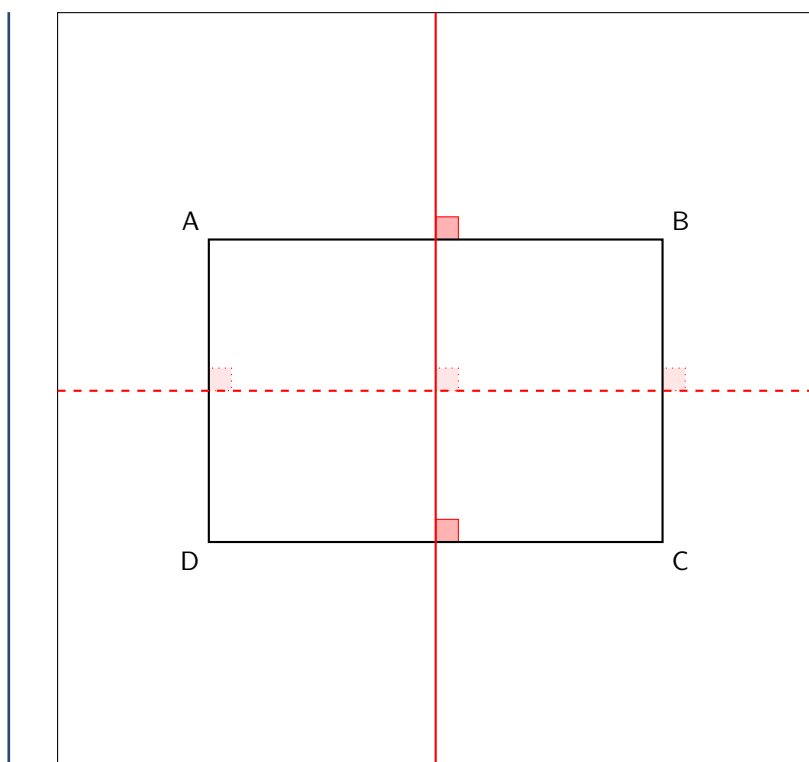
👉 Exercice 7 : ☆



Sur la figure ci-contre :

- 1) Trace **avec l'équerre** la médiatrice du segment $[AB]$.
- 2) Trace **avec le compas** la médiatrice du segment $[BC]$.
- 3) Trace avec la méthode de ton choix la médiatrice du segment $[CD]$.

👉 Exercice 8 : ☆☆☆



Dans le cadre ci-contre :

- 1) Construis un rectangle $ABCD$ de longueur 6 cm et de largeur 4 cm.
- 2) Construis la médiatrice du côté $[AB]$ et celle du côté $[CD]$.

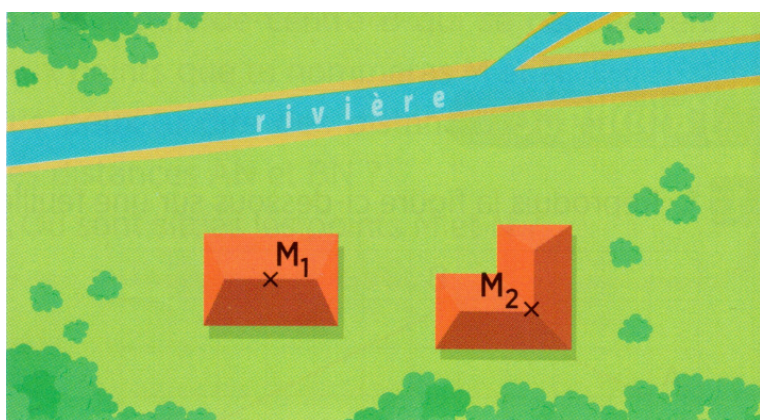
3) Que remarques-tu ?

Elles sont confondues.

4) Que peux-tu prévoir sur les médiatrices des côtés $[BC]$ et $[AD]$?

Elles seront également confondues, et perpendiculaires à celles déjà tracées.

👉 Exercice 9 : ☆☆☆



Deux maisons, notées M_1 et M_2 , sont situées à proximité d'une rivière.

1) Où doit-on construire un embarcadère pour qu'il soit à égale distance des deux maisons ?

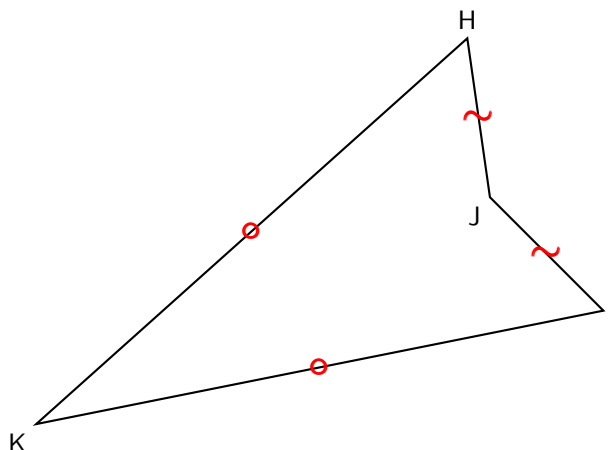
Pour que l'embarcadère soit situé à égale distance des deux maisons, il faut qu'il se trouve sur la médiatrice du segment $[M_1M_2]$. De plus, c'est un embarcadère, donc il doit être sur la rive de la rivière. Il faut donc que l'embarcadère soit situé à **l'intersection de la médiatrice de $[M_1M_2]$ et de la rivière !**

2) Les parents de Sergio veulent faire construire une maison à la même distance de l'embarcadère que les deux autres maisons. Où doit être située leur maison ?

Tous les points d'un cercle sont équidistants du centre de ce cercle. La maison des parents de Sergio doit donc se situer **sur le cercle dont le centre est l'embarcadère et passant par les points M_1 et M_2 .**

Exercice 10 : ☆☆☆

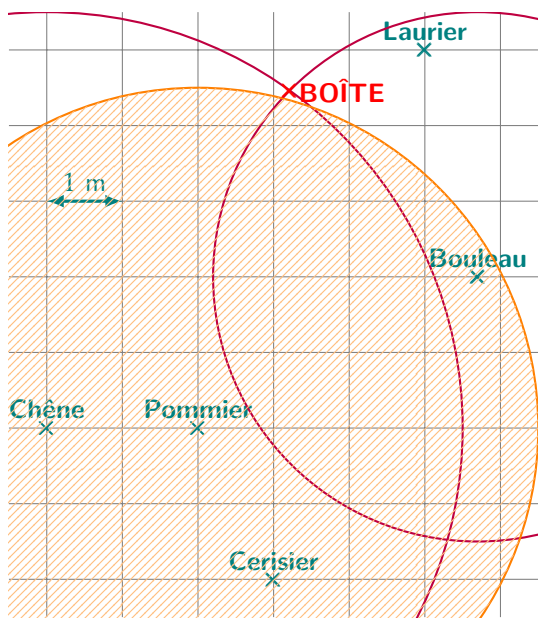
Peux-tu expliquer pourquoi, sur la figure ci-dessous, les droites (HI) et (JK) sont perpendiculaires ?



La droite (JK) passe par les points J et K . Or d'après les codages on a $KI = KH$ et $JI = JH$, c'est-à-dire que les points J et K sont équidistants de I et de H . La droite (JK) est donc la **médiatrice** du segment $[IH]$. Et donc les droites (HI) et (JK) sont bien perpendiculaires.

Exercice 11 : ☆☆

Nina, de retour chez ses grands-parents, recherche sa boîte à secrets qu'elle avait enterrée dans le jardin aux dernières vacances. Elle se souvient l'avoir placée à 5,5 m du chêne et à 3,5 m du bouleau. Voici le plan du jardin de ses grands-parents :



1) Les souvenirs de Nina lui permettent-ils de localiser précisément sa boîte à secrets ? **Justifier.**

Si on trace le cercle de rayon 5,5 m centré sur le chêne, et celui de rayon 3,5 m centré sur le bouleau, on constate qu'ils ont 2 points d'intersection. **Il y a donc 2 possibilités pour Nina.**

2) Elle se souvient à présent l'avoir enterré à plus de 4,5 m du pommier. Peut-elle alors trouver la position exacte de sa boîte ? Si oui, la noter sur le plan.

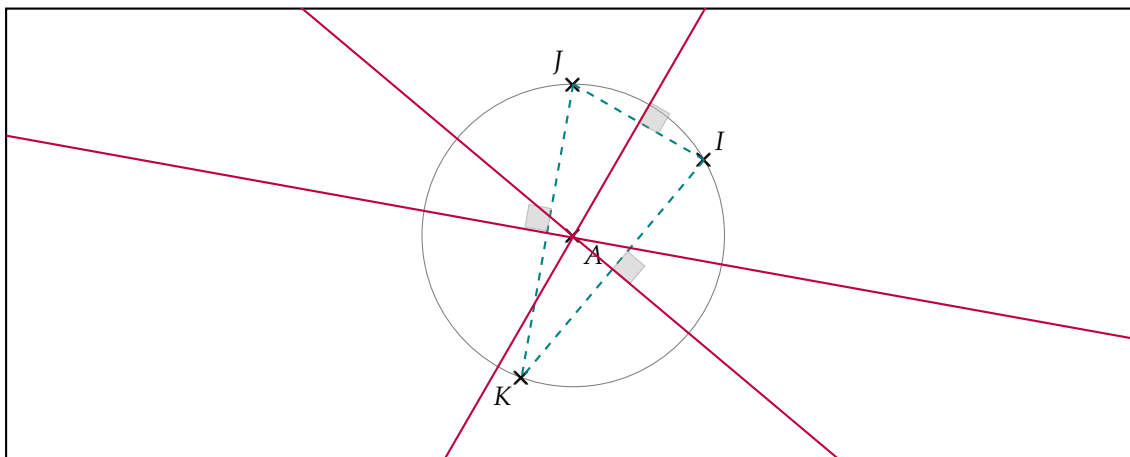
Il suffit de rajouter un cercle de rayon 4,5 m centré sur le pommier. La position de la boîte est un de ces deux points, on peut donc la marquer sur le plan.

3) Parmi ces objets, que va-t-elle emporter avec elle pour récupérer sa boîte ?



🔗 **Exercice 12** : ☆☆☆

- 1) Suis le programme de construction dans le cadre ci-dessous :
 - a. Trace un cercle de centre A et place trois points I , J , et K sur ce cercle.
 - b. Trace les médiatrices des segments $[IJ]$, $[JK]$ et $[IK]$.



- 2) Que remarques-tu ? Pouvais-tu prévoir ce résultat ?

On observe que les 3 médiatrices se coupent au centre du cercle.

Ce résultat était prévisible car comme le point A est le centre du cercle, il est équidistant de tous les points du cercle, et en particulier il est équidistant de I , J et K .

Or la propriété de la médiatrice nous dit que **SI un point est équidistant des extrémités du segment, ALORS il appartient à la médiatrice d'un segment**, donc A est forcément sur les 3 médiatrices.

Remarque/question bonus : Peux-tu en déduire comment faire pour retrouver le centre d'un cercle quand on l'a perdu ?

🔗 **Exercice 13** : ☆☆☆

Effectue le programme de calcul dans le cadre ci-contre :

- 1) Trace un segment $[ST]$ de longueur 4 cm.
- 2) Trace le cercle de centre S et de rayon 3 cm.
- 3) Trace le cercle de centre T et de rayon 2 cm.
- 4) Colorie la région constituée des points situés à plus de 3 cm de S et à moins de 2 cm de T .

