Séquence 16 : Trigonométrie

OBJECTIFS :

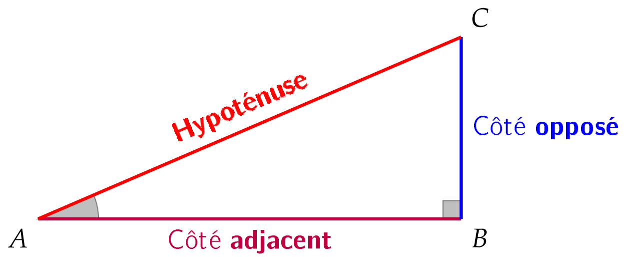
À la fin de cette Séquence 16, je dois **connaître**…	Pour m'entraîner :
Les formules de sinus, cosinus et tangente.	Cours partie A
Les méthodes de résolution des problèmes de trigonométrie.	Cours partie B

Je dois **savoir faire**…	Pour m'entraîner : ☆	☆☆	☆☆☆
Calculer le sinus, le cosinus et la tangente d'un angle aigu dans un triangle rectangle.	n°1, 2	n°3	n°4
Utiliser la trigonométrie pour calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle.	n°5	n°6, 7, 8	
Utiliser la trigonométrie pour calculer la mesure d'un angle dans un triangle rectangle.	n°9, 10	n°11	
Résoudre des problèmes de trigonométrie (dont DNB).	n°12	n°13, 14, 15	n°16, 17

A) Calculer le sinus, le cosinus et la tangente d'un angle

Définition 1 : Vocabulaire du triangle rectangle

Dans un triangle rectangle, si on considère un des deux angles aigus (ici l'angle $\widehat{BAC}$), on peut alors nommer l'ensemble des côtés du triangle ainsi :



Définition 2 : Les formules de trigonométrie

Dans un triangle rectangle :

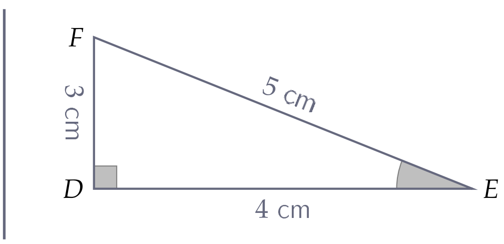
- Le **sinus** d'un angle aigu est le quotient : $\dfrac{\text{Côté opposé}}{\text{Hypoténuse}}$ $\left(S = \dfrac{O}{H}\right)$
- Le **cosinus** d'un angle aigu est le quotient : $\dfrac{\text{Côté adjacent}}{\text{Hypoténuse}}$ $\left(C = \dfrac{A}{H}\right)$
- La **tangente** d'un angle aigu est le quotient : $\dfrac{\text{Côté opposé}}{\text{Côté adjacent}}$ $\left(T = \dfrac{O}{A}\right)$

Remarques importantes : Ces trois quotients ne dépendent que de la valeur de l'angle considéré !
Et **sinus** et **cosinus** sont toujours compris **entre 0 et 1**.

Propriété 1 : Moyen mnémotechnique

....

Exemple(s) :



- $\sin(\widehat{DEF}) =$ ....
- $\cos(\widehat{DEF}) =$ ....
- $\tan(\widehat{DEF}) =$ ....

B) Utiliser la trigonométrie pour résoudre des problèmes

1. Calculer la longueur d'un côté quand on connaît un côté et un angle aigu :

Méthode 1 :
1. Faire un **schéma du triangle** en plaçant dessus toutes les informations connues.
2. Chercher (côté opposé, adjacent ou hypoténuse ?) **le côté connu** et **le côté recherché**.
3. Écrire **le bon rapport** (sinus, cosinus ou tangente ?) qui fait intervenir les deux côtés ciblés.
4. Résoudre l'égalité.

Exemple(s) :

Soit ABC un triangle rectangle en A. On a $AB = 7$ cm et $\widehat{ACB} = 35°$. Calculer CB :

1. Schéma :	2. On connaît .... On cherche .... 3. On utilise donc .... 4. On résoud : ....

2. Calculer la mesure d'un angle quand on connaît deux côtés :

Méthode 2 :
1. Faire un **schéma du triangle** en plaçant dessus toutes les informations connues.
2. Chercher (côté opposé, adjacent ou hypoténuse ?) **les deux côtés connus**.
3. Écrire **le bon rapport** (sinus, cosinus ou tangente ?) qui fait intervenir les deux côtés ciblés.
4. Résoudre l'égalité en utilisant selon le cas **arcsin**, **arcos** ou **arctan**, qui permettent de **retrouver un angle à partir de son sinus, cosinus ou tangente**.

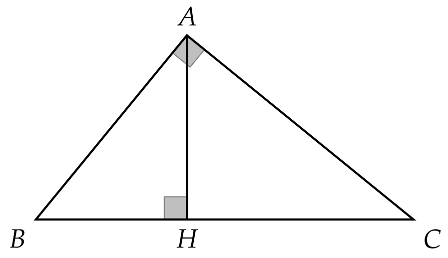
Exemple(s) :

Soit RST un triangle rectangle en S. On a $RS = 9$ cm et $TS = 5$ cm. Calculer la mesure de $\widehat{RTS}$:

1. Schéma :	2. On connaît .... On connaît .... 3. On utilise donc .... 4. On résoud avec .... : ....

Exercices

Exercice 1 : ☆

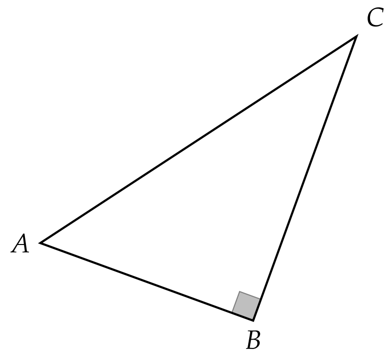


À partir de la figure ci-contre, donner :

- Le côté adjacent à l'angle $\widehat{ABC}$ dans le triangle ABH : ....
- Le côté opposé à l'angle $\widehat{ABC}$ dans le triangle ABH : ....
- L'hypoténuse dans le triangle ABH : ....
- Le côté adjacent à l'angle $\widehat{ABC}$ dans le triangle ABC : ....
- Le côté opposé à l'angle $\widehat{ABC}$ dans le triangle ABC : ....
- L'hypoténuse dans le triangle ABC : ....

Exercice 2 : ☆

On considère le triangle suivant :



Associer chaque nombre de la colonne de gauche à une fraction :

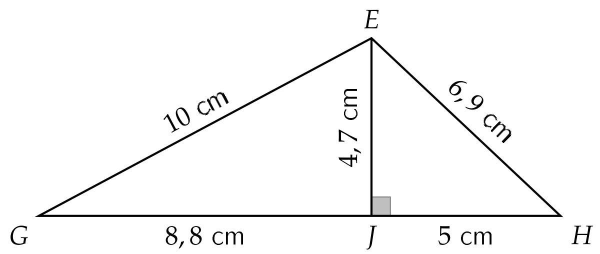
$\cos(\widehat{ACB})$ ∘ ∘ $\dfrac{AB}{BC}$

$\sin(\widehat{ACB})$ ∘ ∘ $\dfrac{AB}{AC}$

$\tan(\widehat{ACB})$ ∘ ∘ $\dfrac{CB}{CA}$

Exercice 3 : ☆☆

1) On considère un triangle EGH où (EJ) est une hauteur de ce triangle (les longueurs sont approchées) :



a. Compléter les égalités suivantes par des fractions :

$\sin(\widehat{GEJ}) =$ ....

$\cos(\widehat{JHE}) =$ ....

$\tan(\widehat{GEJ}) =$ ....

$\tan(\widehat{JHE}) =$ ....

b. Est-il possible d'exprimer $\cos(\widehat{GEH})$? Pourquoi ?

....

c. Est-il possible d'exprimer $\tan(\widehat{GJE})$? Pourquoi ?

....

2) Timothée a fini son exercice de trigonométrie et écrit $\cos(\widehat{ABC}) = 2{,}7$. Sans faire aucun calcul, Paola lui assure qu'il a commis une erreur. Comment a-t-elle fait ?

....

....

☞ Exercice 4 : ☆☆☆

Dans un triangle RST rectangle en R, est-il vrai que $\sin(\widehat{RTS}) = \cos(\widehat{RST})$? Justifier.

....

....

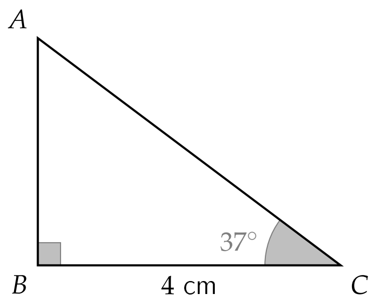
....

....

....

....

☞ Exercice 5 : ☆



1) Dans le triangle ABC rectangle en B ci-contre, calculer la longueur AB. Arrondir le résultat au millimètre.

....

....

....

....

....

2) Dans le triangle ABC rectangle en B ci-contre, calculer la longueur AC. Arrondir le résultat au dixième près.

....

....

....

....

....

☞ Exercice 6 : ☆☆

1) Un triangle GHI est rectangle en H tel que $GH = 4$ cm et $\widehat{HGI} = 48°$. Calculer la longueur HI, arrondir au millimètre.

....

....

....

....

....

2) Un triangle JKL est rectangle en K tel que $JL = 12$ cm et $\widehat{LJK} = 22°$. Calculer la longueur KL, arrondir au centième.

....

....

....

....

....

☞ **Exercice 7 :** ☆☆

1) Un triangle MNP est rectangle en N tel que $MN = 7$ cm et $\widehat{NMP} = 63°$. Calculer la longueur MP, arrondir au millimètre.

....

....

....

....

....

....

2) Un triangle RST est rectangle en T tel que $RT = 9$ cm et $\widehat{TRS} = 75°$. Calculer toutes les longueurs de ce triangle, arrondir au dixième.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

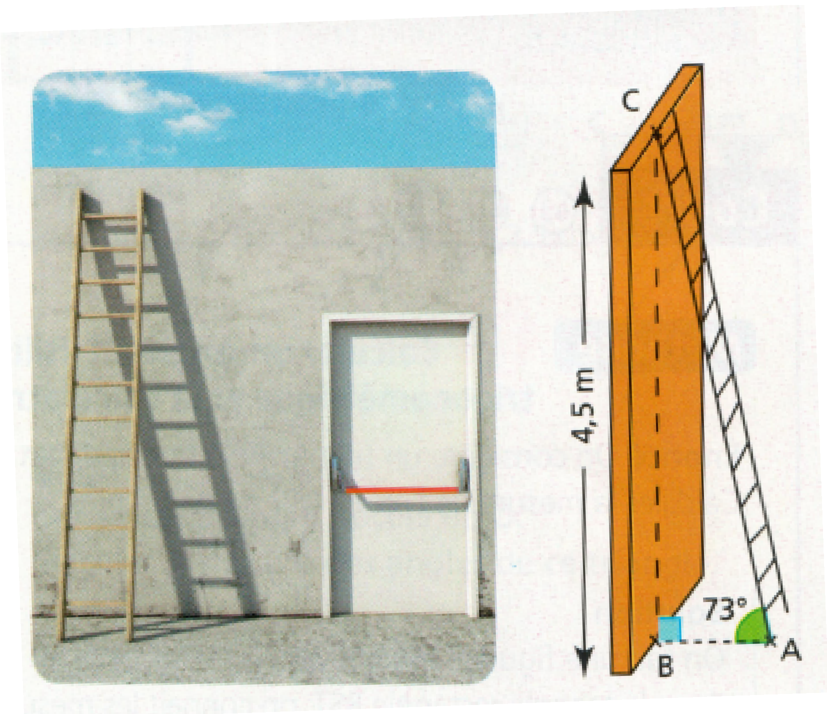
....

....

....

....

☞ **Exercice 8 :** ☆☆



L'échelle d'un maçon est posée sur un mur de 4,5 m de haut. L'angle entre le sol et l'échelle est de 73° comme le montre le schéma.
Calculer la longueur de l'échelle au cm près.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

☞ **Exercice 9 :** ☆

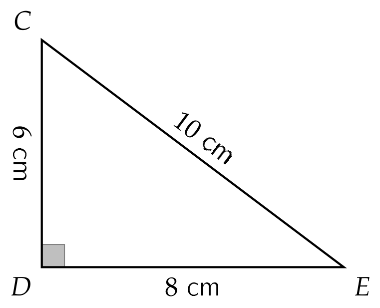
À l'aide de la calculatrice, déterminer la mesure de l'angle x au degré près :

1) $\sin(x) = 0,49 \implies$ .... 4) $\sin(x) = 0,57 \implies$ ....

2) $\cos(x) = 0,49 \implies$ .... 5) $\cos(x) = 0,2 \implies$ ....

3) $\tan(x) = 0,49 \implies$ .... 6) $\tan(x) = 0,38 \implies$ ....

☞ **Exercice 10 :** ☆



Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{DEC}$ au degré près :

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

☞ **Exercice 11 :** ☆☆

Le triangle ABC est rectangle en B tel que $AC = 8$ cm et $AB = 7$ cm. Déterminer, au degré près, la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$:

....
....
....
....
....
....
....
....
....

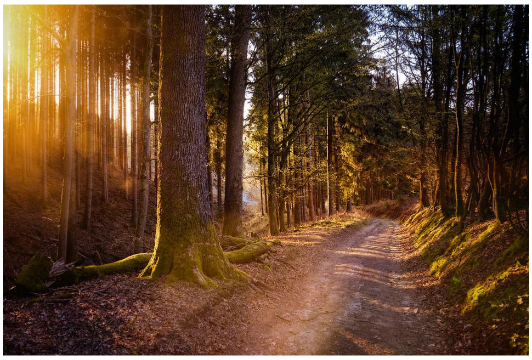
Le triangle GHI est rectangle en H tel que $GI = 8$ cm et $IH = 6$ cm. Déterminer, au degré près, la mesure de l'angle $\widehat{HGI}$:

....
....
....
....
....
....
....
....
....

☞ Exercice 12 : ☆

On cherche à déterminer la longueur de l'ombre d'un arbre de 15 m de haut projetée sur le sol lorsque le Soleil fait un angle de 42° avec l'horizontale.

1) Faire une figure à main levée de la situation :



2) Déterminer la longueur de l'ombre projetée. Arrondir à l'unité :

....

....

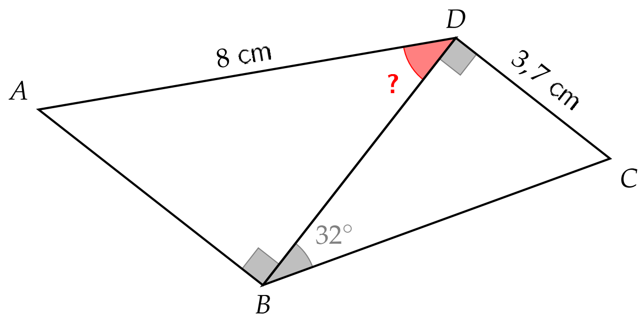
....

....

....

☞ Exercice 13 : ☆☆

On considère la figure suivante :



Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ADB}$ au degré près :

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Exercice 14 : ☆☆

D'après DNB Nouvelle-Calédonie, février 2020.

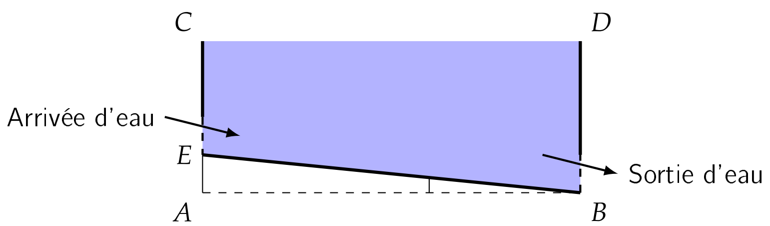
On a schématisé ci-dessous un bassin d'aquaculture par une vue de côté.

Le fond du bassin, représenté par le segment $[EB]$, doit être en pente.

Le bassin est « bien construit » quand l'angle $\widehat{EBA}$ est compris entre $0,1°$ et $0,0°$.

Voici les mesures effectuées sur le bassin :

$CE = 2,8$ m ; $BD = CA = 3,2$ m ; $AB = 150$ m



La figure n'est pas à l'échelle.

Ce bassin est-il bien construit ? Justifier.

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

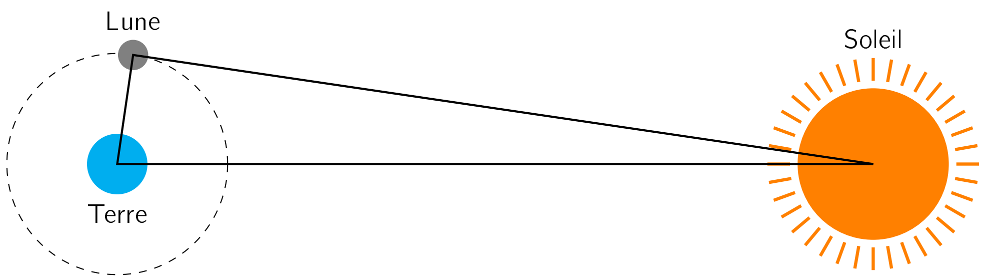
. . . .

. . . .

. . . .

Exercice 15 : ☆☆

L'astronome grec Hipparque a mis au point, au II^{ème} siècle av. J.-C., une méthode pour mesurer le rapport des distances entre la Terre, le Soleil et la Lune. Lorsque la Lune est exactement à l'un de ses quartiers, c'est-à-dire lorsqu'on en voit exactement la moitié, l'angle formé par le Soleil, la Terre et la Lune est de $89,85°$ environ. On connaît la distance entre la Terre et de Soleil : elle est de 149 597 870 km. C'est ce que l'on nomme l'UA (Unité Astronomique).



En s'aidant du schéma ci-dessus et des informations données, déterminer la distance Terre-Lune lorsque la Lune est exactement à l'un de ses quartiers :

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

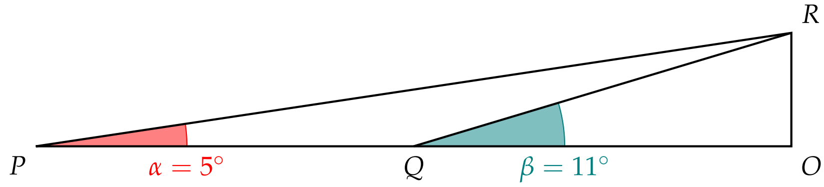
. . . .

. . . .

. . . .

☞ **Exercice 16 :** ☆☆☆

Raiponce est enfermée tout en haut de la tour du donjon, au point R. Le prince arrive à vive allure sur le dos de son cheval afin de la délivrer. Le cheval galope à la vitesse constante de 84 km/h. Au point P, la mesure de l'angle $\widehat{OPR}$ est de 5°. Au point Q, la mesure de l'angle $\widehat{OQR}$ est de $11°$.



1) Le prince, sur son cheval au galop, parcourt la distance entre les points P et Q en une minute. Déterminer la distance parcourue.

. . . .

. . . .

. . . .

2) Écrire, en fonction de la hauteur OR de la tour, une expression de la distance OP :

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

3) De la même manière, écrire, en fonction de la hauteur OR de la tour, une expression de la distance OQ :

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

4) Écrire, en fonction de OR, une expression de la distance PQ :

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

5) En déduire la hauteur de la tour que devra gravir le prince pour délivrer Raiponce. Arrondir au mètre près.

. . . .

. . . .

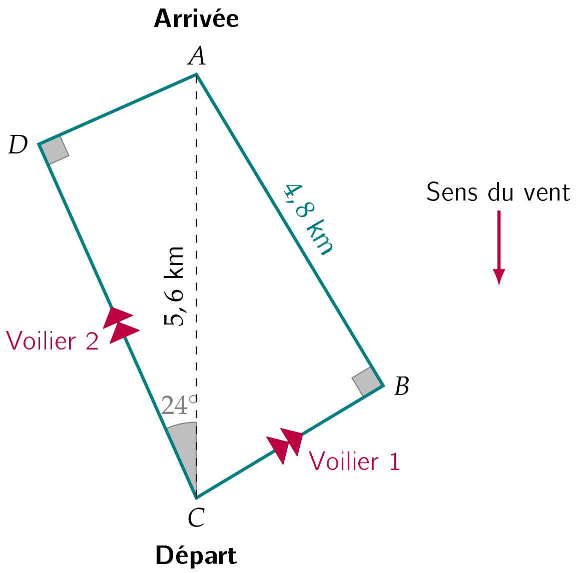
. . . .

. . . .

☞ Exercice 17 : ☆☆☆

D'après DNB Polynésie, juillet 2019.

Lorsqu'un voilier est face au vent, il ne peut pas avancer. Si la destination choisie nécessite de prendre une direction face au vent, le voilier devra progresser en faisant des zigzags.



Comparer les trajectoires de ces deux voiliers en calculant la distance, en kilomètres et arrondie au dixième, que chacun a parcourue :

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Mises au Travail