# Séquence 14 : Grandeurs simples et composées

✐ ✎ ✐ **OBJECTIFS :** ✎ ✐ ✎

| À la fin de cette Séquence 14, je dois **connaître**... | Pour m'entraîner : |
|---|---|
| Les principales grandeurs *simples* et leur tableau de conversion. | Cours partie A |
| Les principales grandeurs *produit* et leur tableau de conversion. | Cours partie B) 1 |
| Les principales grandeurs *quotient*. | Cours partie B) 2 |

| Je dois **savoir faire**... | Pour m'entraîner : ☆ | ☆☆ | ☆☆☆ |
|---|---|---|---|
| Convertir des grandeurs avec (ou sans) tableau de conversion. | n°1 | n°2 | |
| Utiliser des *grandeurs produit* dans des problèmes. | n°3 | n°4, 6 | |
| Résoudre des problèmes avec des vitesses moyennes. | n°7 | n°8, 9, 10 | |
| Utiliser des *grandeurs quotient* dans des problèmes. | n°5 | n°11, 12 | n°13 |
| Exercices type Brevet. | | | n°14 |

## A) Grandeurs simples

Vous connaissez déjà de nombreuses grandeurs simples :

- La **longueur**, exprimée en **mètres** (m)
- La **masse**, exprimée en **kilogramme** (kg)
- La **durée**, exprimée en **secondes** (s)
- L'**intensité électrique**, exprimée en **ampères** (A)
- La **température**, exprimée en **degrés Celsius** (°C) ou **Kelvin** (K)

Pour effectuer des conversions dans ces grandeurs, il suffit d'utiliser un tableau de conversion simple :

| **kilo**mètre | **hecto**mètre | **déca**mètre | mètre | **déci**mètre | **centi**mètre | **milli**mètre |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **k**m | **h**m | **da**m | m | **d**m | **c**m | **m**m |
| | | 1 | 2(,) | 3 | *0* | *0* |
| | *0,* | *0* | 3 | 5 | 4 | |

On trouve ainsi facilement que :

$$12,3 \text{ m} = \mathbf{12\ 300} \text{ mm} \qquad \text{ET} \qquad 354 \text{ cm} = \mathbf{0,035\ 4} \text{ hm}$$

## B) Grandeurs composées

### 1. Grandeurs produit

**Définition 1 : Grandeurs produit**

Les grandeurs produit sont des grandeurs obtenues en **multipliant** des grandeurs simples entre elles.

**Exemple(s) :**

- L'**aire**, exprimée en **mètres-carrés** ($\text{m}^2$) : $\mathcal{A}_{\text{carré}} = \text{côté (m)} \times \text{côté (m)}$
- Le **volume**, exprimé en **mètres-cubes** ($\text{m}^3$) : $\mathcal{V}_{\text{cube}} = \text{côté (m)} \times \text{côté (m)} \times \text{côté (m)}$

Pour convertir des aires et des longueurs, il faut penser à utiliser un tableau de conversion avec **le nombre de colonnes adapté à la dimension** :

| Tableau de conversion des aires | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| km$^2$ | | hm$^2$ | | dam$^2$ | | m$^2$ | | dm$^2$ | | cm$^2$ | | mm$^2$ | |
| | $6_{(,)}$ | 5 | *0* | *0* | *0* | | | | | | | | |

| Tableau de conversion des volumes | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| km$^3$ | | | hm$^3$ | | | dam$^3$ | | | m$^3$ | | | dm$^3$ | | | cm$^3$ | | | mm$^3$ | | |
| | | | | | | | 4 | 2 | *0* | *0* | *0* | *0* | *0* | *0* | | | | | | |

On trouve ainsi facilement que :

$6,5$ km$^2$ $=$ **65 000** hm$^2$ ET 42 dam$^3$ $=$ **42 000 000** dm$^3$

## 2. Grandeurs quotient

**Définition 2 : Grandeurs quotient**

Les grandeurs quotient sont des grandeurs obtenues en **divisant** une grandeur simple par une autre.

**Exemple(s) :**

- La **vitesse moyenne** $= \dfrac{\text{distance (en km ou m)}}{\text{durée (en h ou s)}}$ s'exprime donc en **km/h** ou **m/s**
- Le **débit** $= \dfrac{\text{volume (en m}^3\text{ ou L)}}{\text{durée (en h ou s)}}$ s'exprime donc en **m$^3$/s** ou **L/s** par exemple

**Méthode 1 : Convertir des vitesses (« par cœur »)**

$$\text{Vitesse en } \mathbf{km/h} \xrightarrow{\div 3,6} \text{Vitesse en } \mathbf{m/s}$$

$$\text{Vitesse en } \mathbf{m/s} \xrightarrow{\times 3,6} \text{Vitesse en } \mathbf{km/h}$$

Exemples :

- 450 km/h = **450 ÷ 3,6 = 125** m/s
- 100 m/s = **100 × 3,6 = 360** km/h
- 25 200 km/h = **25 200 ÷ 3,6 = 7 000** m/s

**Méthode 2 : Convertir des vitesses (« en réfléchissant »)**

Exemple : Un avion parcourt 1 350 km en 1,5 h. Quelle est sa vitesse en *km/h* ? La convertir ensuite en *m/s*.

D'après la formule de la vitesse on a :

$$v = \frac{d}{t} = \frac{1\ 350\text{ km}}{1,5\text{ h}} = 900\text{ km/h}$$

Convertissons ensuite cette vitesse en m/s :

- L'avion vole à **900 km/h**, il parcourt donc 900 km en 1h.
- Or **1 km = 1 000 m** donc il parcourt 900 000 m en 1 h. Sa vitesse est donc de **900 000 m/h** (×1 000).
- Enfin, **1 h = 3600 s**, donc il parcourt 900 000 ÷3 600 = 250 m en 1 s (÷3 600).

Sa vitesse est donc de **250 m/s**.

# Exercices

## Exercice 1 : ☆

Convertir les unités suivantes :

$5 \text{ m} = \mathbf{500} \text{ cm}$ $6 \text{ dm} = \mathbf{60} \text{ cm}$ $9 \text{ cm} = \mathbf{90} \text{ mm}$ $80 \text{ m} = \mathbf{8\ 000} \text{ cm}$ $9 \text{ hm} = \mathbf{900} \text{ m}$

$5,4 \text{ m} = \mathbf{540} \text{ cm}$ $3\ 263 \text{ m} = \mathbf{3,263} \text{ km}$ $504,2 \text{ cL} = \mathbf{5,042} \text{ L}$ $5,68 \text{ L} = \mathbf{5\ 680} \text{ mL}$ $0,07 \text{ m} = \mathbf{0,7} \text{ dm}$

$10 \text{ dm} = \mathbf{100} \text{ cm}$ $34 \text{ m} = \mathbf{3\ 400} \text{ cm}$ $105 \text{ dm} = \mathbf{10\ 500} \text{ mm}$ $78 \text{ hm} = \mathbf{78\ 000} \text{ dm}$ $23 \text{ m} = \mathbf{23\ 000} \text{ mm}$

## Exercice 2 : ☆☆

1) Convertir les aires suivantes :

$3 \text{ m}^2 = \mathbf{30\ 000} \text{ cm}^2$ $105 \text{ m}^2 = \mathbf{1\ 050\ 000} \text{ cm}^2$ $0,6 \text{ m}^2 = \mathbf{0,006} \text{ dam}^2$ $2,5 \text{ dam}^2 = \mathbf{250} \text{ m}^2$

$7\ 342 \text{ cm}^2 = \mathbf{0,734\ 2} \text{ m}^2$ $3,82 \text{ hm}^2 = \mathbf{38\ 200} \text{ m}^2$ $23 \text{ dm}^2 = \mathbf{230\ 000} \text{ mm}^2$ $4,572 \text{ km}^2 = \mathbf{4\ 572\ 000} \text{ m}^2$

2) Convertir les volumes suivants :

$59\ 487 \text{ mm}^3 = \mathbf{0,059\ 487} \text{ dm}^3$ $4\ 900\ 000 \text{ mm}^3 = \mathbf{4,9} \text{ dm}^3$ $135 \text{ dm}^3 = \mathbf{0,135} \text{ m}^3$ $4\ 000 \text{ cm}^3 = \mathbf{4\ 000\ 000} \text{ mm}^3$

$59\ 487 \text{ mm}^3 = \mathbf{0,000\ 059\ 487} \text{ m}^3$ $25,323 \text{ hm}^3 = \mathbf{25\ 323\ 000} \text{ m}^3$ $0,984 \text{ m}^3 = \mathbf{984} \text{ dm}^3$ $3,5 \text{ m}^3 = \mathbf{3\ 500} \text{ dm}^3$

## Exercice 3 : ☆

1) Un champ rectangulaire mesure 455 mètres de long et 8 décamètres de large.

a. Quelle est sa superficie en mètres-carrés ?

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= L \times l \\ &= 455 \text{ m} \times 8 \text{ dam} \\ &= 455 \text{ m} \times 80 \text{ m} \\ &= \mathbf{36\ 400\ m^2} \end{aligned}$$

b. En décamètres-carrés ?

$100 \text{ m}^2 = 1 \text{ dam}^2$ donc :

$\mathcal{A} = 36\ 400 \text{ m}^2 = \mathbf{364\ dam^2}$

c. En hectomètres carrés ?

$100 \text{ dam}^2 = 1 \text{ hm}^2$ donc :

$\mathcal{A} = 36\ 400 \text{ m}^2 = \mathbf{3,64\ hm^2}$

2) Donner également la superficie de ce champ en **ares** et en **hectares** :

$1 \text{ are} = 100 \text{ m}^2 = 1 \text{ dam}^2$ donc :
$\mathcal{A} = \mathbf{364\ dam^2} = \mathbf{364\ ares}$.

$1 \text{ hectare} = 100 \text{ ares} = 1 \text{ hm}^2$ donc :
$\mathcal{A} = \mathbf{3,64\ hm^2} = \mathbf{3,64\ hectares}$.

## Exercice 4 : ☆☆

Calculer une valeur approchée à l'unité près du volume d'air, en $\text{m}^3$, contenu dans un tunnel de 1,5 km de long et dont l'entrée peut être assimilée a un disque de rayon 210 cm.

La première étape est de convertir toutes les longueurs dans la même unité (en mètres vu qu'on veut le résultat final en $\text{m}^3$) :

$L = 1,5 \text{ km} = 1\ 500 \text{ m}$

$r = 210 \text{ cm} = 2,1 \text{ m}$

Il faut ensuite calculer le volume du cylindre :

$\mathcal{V} = \mathcal{A}_{\text{disque}} \times L = \pi \times r^2 \times L$

$\mathcal{V} = \pi \times 2,1^2 \times 1\ 500 \approx \mathbf{9\ 896\ m^3}$

**Le volume de ce tunnel est d'environ 9 896 $\mathbf{m^3}$.**

## Exercice 5 : ☆

Une bouteille de 2 L de soda contient l''équivalent de 42,5 morceaux de sucre de 5 g chacun. Calculer la concentration de sucre dans ce soda en g/L :

$$\text{Concentration} = \frac{\text{Masse de sucre (g)}}{\text{Contenance (L)}}$$

$$\text{Concentration} = \frac{42,5 \times 5 \text{ g}}{2 \text{ L}} = \frac{212,5 \text{ g}}{2 \text{ L}} = 106,25 \text{ g/L}$$

Ce soda a donc une concentration en sucre de **106,5 g/L**.

## Exercice 6 : ☆☆

Dans un collège, deux animateurs sont payés en fonction du nombre d'*heures-élèves*. 1 heure-élève correspond à 1 h d'animation donnée à 1 élève, 10 heures-élèves peuvent correspondre à 10 h pour 1 élève, ou 1 h pour 10 élèves, ou 5 h pour 2 élèves... Voicin le relevé des animations au 1er trimestre :

| Animateur | Nombre d'heures | Nombre d'élèves | Nombre d'heures-élèves |
|---|---|---|---|
| Anaïs | 2 | 7 | $\mathbf{2 \times 7 = 14}$ |
| Guillaume | 3 | 5 | $\mathbf{3 \times 5 = 15}$ |
| Guillaume | 4 | 8 | $\mathbf{4 \times 8 = 32}$ |
| Anaïs | 1 | 3 | $\mathbf{1 \times 3 = 3}$ |
| Anaïs | 4 | 5 | $\mathbf{4 \times 5 = 20}$ |

La collège a payé en tout 714 € à ces deux animateurs. Calculer le montant payé à chacun :

Si on additionne toutes les heures-élèves effectuées par les animateurs on trouve que **Anaïs a réalisé** $14 + 3 + 20 =$ **37 heures-élève**, que **Guillaume a réalisé** $15 + 32 =$ **47 heures-élève**, et donc au total les 2 animateurs on réalisé $37 + 47 =$ **84 heures-élèves**. On peut faire un tableau de proportionnalité :

| Animateur | Anaïs | Guillaume | TOTAL |
|---|---|---|---|
| Heures-élèves | 37 | 47 | 84 |
| Montant (€) | $\mathbf{\dfrac{37 \times 714}{84} = 314,5}$ | $\mathbf{\dfrac{47 \times 714}{84} = 399,5}$ | 714 |

**Anaïs a donc reçu 314,5 €, et Guillaume a reçu 399,5 €.**

## Exercice 7 : ☆

La vitesse des TGV est en moyenne de 300 km/h.

1) Combien de kilomètres un TGV parcourt-il en 10 min ?

10 min $= \dfrac{1}{6}$ h donc un TGV parcourt $\dfrac{300}{6} =$ **50 km en 10 min**.

2) Calcule la vitesse moyenne d'un TGV en km/min :

1 min $= \dfrac{1}{60}$ h donc un TGV parcourt $\dfrac{300}{60} = 5$ km en 1 min. Sa vitesse est dons de **5 km/min**.

3) Calcule cette vitesse en m/s (arrondis le résultat à l'unité) :

Un TGV parcourt 300 km = 300 000 m par heure. Il y a 3 600 s dans une heure. Sa vitesse est donc de :
$\dfrac{300\ 000}{3\ 600} \approx$ **83 m/s**.

(On peut aussi faire 300 km/h $\div\, 3,6$.)

## Exercice 8 : ☆☆

Cynthia est partie de chez elle à 8 h 30 et est arrivée à son lieu de vacances à 16 h 50 après avoir parcouru 625 km en voiture. Quelle a été la vitesse moyenne du trajet ?

Au total, le trajet a duré 8 h 20 min (8 h 30 $\to$ 16 h 30 : 8 h de trajet ; puis 16 h 30 $\to$ 16 h 50 : 20 min supplémentaires), soit $8 + \frac{20}{60} = 8 + \frac{1}{3} = \frac{25}{3}$ h.

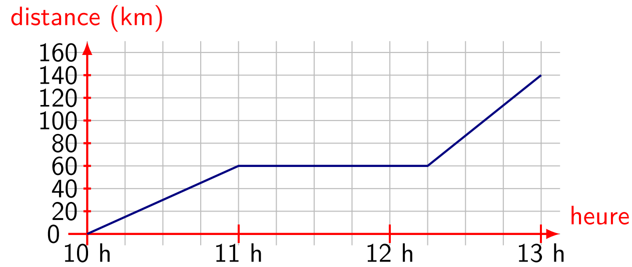
Sa vitesse moyenne est donc de :

$$\text{Vitesse (km/h)} = \frac{\text{distance (km)}}{\text{durée (h)}} = \frac{625}{\frac{25}{3}} = 75 \text{ km/h}$$

Cynthia a effectué son trajet à une vitesse moyenne de **75 km/h**.

## Exercice 9 : ☆☆

Un camion a effectué un trajet illustré par le graphique ci-dessous :




1) Quelle est la durée totale de son trajet ? Quelle distance totale a-t-il parcourue ?

Au total son trajet a duré **3 h** et il a parcouru **140 km**.

2) Calculer sa vitesse moyenne sur tout le trajet :

$$\text{Vitesse (km/h)} = \frac{\text{distance (km)}}{\text{durée (h)}} = \frac{140}{3} \approx 47 \text{ km/h}$$

Sa vitesse moyenne sur l'ensemble du trajet était de **47 km/h**.

## Exercice 10 : ☆☆

Une voiture parcourt 100 km à la vitessse de 80 km/h puis encore 100 km à la vitesse de 100 km/h. Alix affirme que sa vitesse moyenne sur les 200 km parcourus est de 90 km/h. A-t-elle raison ?

Elle a parcouru les 100 premiers km à 80 km/h. Il lui a donc fallu : $\text{durée (h)} = \dfrac{\text{distance (km)}}{\text{vitesse (km/h)}} = \dfrac{100}{80} = 1,25$ h.

Au total : vitesse $= \dfrac{200 \text{ km}}{1,25 \text{ h} + 1 \text{ h}} = \dfrac{200}{2,25} \approx$ **88,89 km/h**.

**La vitesse moyenne n'est pas la moyenne des vitesses !**

## Exercice 11 : ☆☆

1) La densité d'habitants en Namibie est de 2,6 hab/km$^2$. La superficie de ce pays est de 825 418 km$^2$. **Quelle est la population de ce pays ?** (Arrondir au milier.)

densité (hab/km$^2$) $= \dfrac{\text{Population}}{\text{Superficie (km}^2)}$ donc Population $=$ densité (hab/km$^2$) $\times$ Superficie (km$^2$) d'où :

$$\text{Population} = 2,6 \times 825\ 418 \approx 2\ 146\ 086 \approx \mathbf{2\ 146\ 000\ habitants}$$

La population de la Namibie est d'environ 2 146 000 habitants.

2) La ville de Hong-Kong a une densité d'habitants de 6 405 hab/km$^2$. Sa superficie est de 1 104 km$^2$. **Combien cette ville compte-t-elle d'habitants ?**

densité (hab/km$^2$) $= \dfrac{\text{Population}}{\text{Superficie (km}^2)}$ donc Population $=$ densité (hab/km$^2$) $\times$ Superficie (km$^2$) d'où :

$$\text{Population} = 6\ 405 \times 1\ 104 = \mathbf{7\ 071\ 120\ habitants}$$

La population de Hong-Kong est de 7 071 120 habitants.

## Exercice 12 : ☆☆

Rafik a une cave rectangulaire de longueur 15 m et de largeur 8 m. Il est descendu à la cave chercher des pommes de terre qu'il a lavées au robinet. Mais il a laissé le robinet ouvert et maintenant il y a 12 cm d'eau dans la cave ! Heureusement, Rafik possède une pompe vide cave qui débite 8 000 L/h. Combien de temps va-t-il lui falloir pour vider sa cave ?

Commençons par calculer le volume d'eau à évacuer :
$\mathcal{V} = L \times l \times h = 15\text{ m} \times 8\text{ m} \times 12\text{ cm} = 15\text{ m} \times 8\text{ m} \times 0,12\text{ m} = 14,4\text{ m}^3$

Il faut ensuite convertir ce volume en quantité d'eau :
$\mathcal{V} = 14,4\text{ m}^3 = 14\ 400\text{ dm}^3 = 14\ 400$ L. il a donc 14 400 L d'eau à évacuer avec sa pompe :

débit (L/h) $= \dfrac{\text{Quantité d'eau (L)}}{\text{durée (h)}}$ donc : durée (h) $= \dfrac{\text{Quantité d'eau (L)}}{\text{débit (L/h)}} = \dfrac{14\ 400}{8\ 000} = 1,8$

Il va donc lui falloir **1,8 h** pour vider sa cave, soit **1 h 48 min** $(0,8\text{ h} = 0,8 \times 60 = 48\text{ min})$.

Pour rappel : 1 L = 1 dm$^3$...

## Exercice 13 : ☆☆☆

André possède une douche qui débite 9,5 L/min. Il décide d'installer une pomme de douche à débit réduit de 6,5 L/min. Dans sa famille de 4 personnes, chacun prend une douche par jour, de 5 min en moyenne.

1) Quelle quantité d'eau André peut-il espérer économiser sur 1 an ?

Calculons le temps total de douche par an : 365 jours $\times$ 4 personnes $\times$ 5 min $=$ 7 300 min de douche par an. Calculons ensuite l'eau utilisée :

- Ancien : 7 300 min $\times 9,5$ L/min $=$ 69 350 L
- Nouveau : 7 300 min $\times 6,5$ L/min $=$ 47 450 L

**André va donc économiser** $69\ 350 - 47\ 450 =$ **21 900 L sur 1 an.**

2) Le m$^3$ d'eau coûte 2,80 €. Quelle économie peut-il espérer réaliser, sachant que le coût de la nouvelle pomme de douche est de 50 € ?
21 900 L = 21 900 dm$^3$ = 21,9 m$^3$.

Économies $= 21,9 \times 2,80 - 50 = 11,32$ €

**André va réaliser 11,32 € d'économies sur 1 an.**

## Exercice 14 : ☆☆☆

*D'après DNB Amérique du Nord 2011*

La vitesse de la lumière est de 300 000 km/s.

1) La lumière met $\frac{14}{5}$ de seconde pour aller d'un satellite à la Terre. Calculer la distance entre la Terre et ce satellite :

Vitesse (km/s) $= \dfrac{\text{distance (km)}}{\text{durée (s)}}$ donc distance (km) $=$ vitesse (km/s) $\times$ durée (s) d'où :

Distance $= 300\ 000 \times \dfrac{14}{5} =$ **840 000 km**.

**Ce satellite se trouve donc à 840 000 km de la Terre.**

2) La lumière met environ 8 min 30 s pour nous parvenir du Soleil. Calculer la distance nous séparant du Soleil. Donner ce résultat en écriture scientifique :

On a toujours distance (km) $=$ vitesse (km/s) $\times$ durée (s). De plus, 8 min 30 s $= 8 \times 60 + 30 = 510$ s. On a donc :

Distance $= 300\ 000 \times 510 =$ **153 000 000 km**.

Le Soleil se trouve donc environ à $\mathbf{1,53 \times 10^8}$ km de la Terre.

# Mises au Travail