Séquence 17 : Probabilités

OBJECTIFS :

À la fin de cette Séquence 17, je dois **connaître**...	Pour m'entraîner :
Les définitions de : expérience aléatoire, issue, évènement	Cours partie A
Les définitions et propriétés des probabilités (dont équiprobabilité)	Cours partie B
Le vocabulaire des évènements : impossible, certain, incompatibles, contraire	Cours partie C

Je dois **savoir faire**...	Pour m'entraîner : ☆	☆☆	☆☆☆
Utiliser le vocabulaire des probabilités à bon escient	n°1	n°2, 3	
Donner les issues d'une expérience aléatoire		n°4, 5	
Calculer la probabilité d'une issue ou d'un évènement d'une expérience aléatoire	n°6, 7, 8	n°9, 10, 11, 12, 15	n°13, 14
Résoudre des problèmes de probabilités (dont DNB)		n°16, 17	n°18

A) Expérience aléatoire

Définition 1 :

- Une **expérience aléatoire** est une expérience dans laquelle intervient le hasard. Il est impossible d'en prévoir le résultat.
- Une **issue** est le résultat d'une expérience aléatoire.
- Un **évènement** est un ensemble d'issues d'une expérience aléatoire.

Exemple(s) :

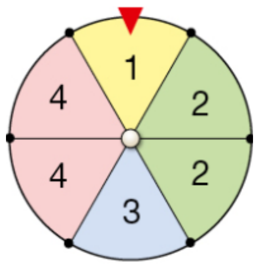
1) Expérience aléatoire : lancé d'un dé à 6 faces équilibré.

a. Quel est le nombre d'issues possibles ? ⇒ **6 issues possibles** ($1, 2, 3, 4, 5, 6$)

b. Donner deux exemples d'évènements possibles :

- **« avoir un résultat pair »**
- **« obtenir un nombre supérieur ou égal 5 »**

2) Expérience aléatoire : on fait tourner la roue ci-contre et on relève le numéro.



a. Quel est le nombre d'issues possibles ? ⇒ **4 issues possibles** ($1, 2, 3, 4$)

b. Donner deux exemples d'évènements possibles :

- **« avoir un résultat pair »**
- **« obtenir un nombre inférieur ou égal 3 »**

3) Expérience aléatoire : on lance une pièce de monnaie et on regarde la face obtenue.

a. Quel est le nombre d'issues possibles ? ⇒ **2 issues possibles (pile ou face)**

B) Probabilité d'un évènement

Définition 2 : Probabilité

La **probabilité** d'une issue ou d'un évènement est un nombre compris entre 0 et 1 (compris). La somme des probabilités de toutes les issues d'une expérience aléatoire est égale à 1.

Exemple(s) :

On lance un dé équilibré à 4 faces. Remplir le tableau ci-dessous :

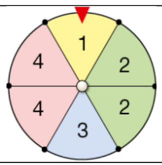
Face	1	2	3	4	TOTAL
Probabilité d'obtenir cette face	$\frac{1}{4} = 0,25$	$\frac{1}{4} = 0,25$	$\frac{1}{4} = 0,25$	$\frac{1}{4} = 0,25$	$4 \times \frac{1}{4} = 1$

Définition 3 : Équiprobabilité

Dans une expérience aléatoire, lorsque toutes les issues ont la même probabilité de se réaliser, on parle alors d'**équiprobabilité**.

Exemple(s) :

Dans le tableau ci-dessous, quelles sont les situations d'équiprobabilité ?

Situation	Équiprobable ?		Justification
Lancer d'un dé équilibré à 6 faces.	☑ VRAI	☐ FAUX	**Chaque face à la même probabilité d'être obtenue (car le dé est équilibré) : $\frac{1}{6}$.**
 Nombre obtenu sur cette roue.	☐ VRAI	☑ FAUX	**Il y a plus de chances d'obtenir 2 ou 4 que d'obtenir 1 ou 3.**
Tirer une lettre au hasard dans l'alphabet et obtenir une voyelle ou une consonne.	☐ VRAI	☑ FAUX	**Il y a 6 voyelles (a, e, i, o, u, y) et 20 consonnes, donc il est plus probable d'obtenir une consonne qu'une voyelle.**
Lancer d'une pièce équilibrée.	☑ VRAI	☐ FAUX	**Il y a autant de chances de faire pile que face (car elle est équilibrée) : $\frac{1}{2}$.**

Propriété 1 : Calcul de la probabilité d'un évènement $\mathcal{A}$ dans une expérience équiprobable :

$$p(\mathcal{A}) = \frac{\text{nombre d'issues } \textbf{favorables}}{\text{nombre d'issues } \textbf{possibles}}$$

Exemple(s) :

1) On lance un dé équilibré à 6 faces. Calculer la probabilité d'obtenir un nombre pair :

$$\left.\begin{array}{l}\text{Nombre d'issues possibles : } \mathbf{6}(1,2,3,4,5,6)\\ \text{Nombre d'issues favorables : } \mathbf{3}(2,4,6)\end{array}\right\} \Longrightarrow \text{Probabilité d'obtenir un nombre pair : } \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{6}}$$

2) Dans un jeu de cartes (de 52 cartes), on tire une carte au hasard. Calculer la probabilité d'obtenir un valet :

$$\left.\begin{array}{l}\text{Nombre d'issues possibles : } \mathbf{52} \text{ (toutes les cartes)}\\ \text{Nombre d'issues favorables : } \mathbf{4} \text{ (valets de chaque couleur)}\end{array}\right\} \Longrightarrow \text{Probabilité d'obtenir un valet : } \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{52}}$$

C) Cas particuliers

Certains évènements ont une probabilité particulière :

Définition 4 : Évènement impossible

Un évènement $\mathcal{A}$ est **impossible** lorsqu'il **n'est réalisé par aucune issue de l'expérience.**

Propriété 2 : Probabilité de $\mathcal{A}$:

$$p(\mathcal{A}) = \mathbf{0}$$

Exemple(s) :

$\mathcal{A} =$ « Obtenir 7 » avec un dé à 6 faces.

Définition 5 : Évènement certain

Un évènement $\mathcal{B}$ est **certain** lorsqu'il **est réalisé par toutes les issues de l'expérience.**

Propriété 3 : Probabilité de $\mathcal{B}$:

$$p(\mathcal{B}) = \mathbf{1}$$

Exemple(s) :

$\mathcal{B} =$ « Obtenir un nombre inférieur ou égal à 6 » avec un dé à 6 faces.

Définition 6 : Évènements incompatibles

Deux évènements $\mathcal{C}$ et $\mathcal{D}$ sont **incompatibles** lorsqu'ils **ne peuvent être réalisés en même temps.**

Propriété 4 : Probabilité de $\mathcal{C}$ ou $\mathcal{D}$:

$$p(\mathcal{C} \text{ ou } \mathcal{D}) = \mathbf{p}(\mathcal{C}) + \mathbf{p}(\mathcal{D})$$

Exemple(s) :

Dans une urne se trouvent des boules bleues, vertes et rouges. On tire une boule et on regarde sa couleur :

- $\mathcal{C}$: « tirer une boule verte »
- $\mathcal{D}$: « tirer une boule rouge »

Définition 7 : Évènement contraire

$\overline{\mathcal{E}}$ est l'évènement **contraire** de $\mathcal{E}$ si $\overline{\mathcal{E}}$ **est réalisé quand $\mathcal{E}$ ne l'est pas.**

Propriété 5 : Probabilité de $\overline{\mathcal{E}}$:

$$p(\overline{\mathcal{E}}) = \mathbf{1} - \mathcal{E}$$

Exemple(s) :

On choisit un élève au hasard dans la classe :

- $\mathcal{E}$: « choisir une fille »
- $\overline{\mathcal{E}}$: « choisir un garçon »

Exercices

☞ **Exercice 1 :** ☆

On lance un dé équilibré à 20 faces.

1) Quelles sont les issues de cette expérience aléatoire ?

$1\,;\,2\,;\,3\,;\,4\,;\,5\,;\,6\,;\,7\,;\,8\,;\,9\,;\,10\,;\,11\,;\,12\,;\,13\,;\,14\,;\,15\,;\,16\,;\,17\,;\,18\,;\,19\,;\,20$.

2) Donner la probabilité de chacune de ces issues :

Elles ont toutes une probabilité de $\dfrac{1}{20}$.

☞ **Exercice 2 :** ☆☆

Les expériences ci-dessous sont-elles des expériences aléatoires ?

1) On choisit au hasard un élève dans une classe et on s'intéresse à son âge. $\Longrightarrow$ **OUI**

2) On pioche une boule dans une urne ne contenant que des boules jaunes et on note sa couleur. $\Longrightarrow$ **NON**

3) La note obtenue lors d'un contrôle de mathématiques. $\Longrightarrow$ **NON**

☞ **Exercice 3 :** ☆☆

1) On lance un dé à six faces. « Obtenir 2 » est-il un évènement impossible, certain ou aucun des deux ?

Aucun des deux : il peut se réaliser, n'est mais pas non plus systématiquement réalisé.

2) On choisit au hasard un élève de la classe :

a. Donner un évènement **impossible** : « Choisir un cheval. »

b. Donner un évènement **certain** : « Choisir un(e) adolescent(e). »

c. Donner un évènement **constitué d'exactement deux issues** : « Regarder si c'est une fille ou un garçon. »

d. Donner deux évènements contraires :

☞ « L'élève choisit est né entre Janvier et Avril (compris). »

☞ « L'élève choisit est né entre Mai et Décembre (compris). »

3) On lance un dé à six faces. Donner le nombre d'issues réalisant chacun des évènements suivants :

a. « Obtenir 5. » $\Longrightarrow$ 1 seule issue favorable (5).

b. « Obtenir un numéro pair. » $\Longrightarrow$ 3 issues favorables (2, 4, 6)

c. « Obtenir un numéro strictement compris entre 3 et 6. » $\Longrightarrow$ 2 issues favorables (4 et 5)

☞ **Exercice 4 :** ☆☆

On dispose d'un jeu de 32 cartes (commence à 7). On tire au hasard une carte dans ce jeu.

Dans chacune des situations ci-dessous, donner l'ensemble des issues :

1) On s'intéresse à la couleur de la carte :

Il y a 4 issues possibles : pique, cœur, trèfle, carreau.

2) On s'intéresse à la valeur de la carte :

Il y a 8 issues possibles : 7, 8, 9, 10, valet, dame, roi, as.

Exercice 5 : ☆☆

Pour chacune des situations suivantes, donner toutes les issues possibles de l'expérience aléatoire indiquée :

1) Une urne contient dix boules numérotées de 1 à 10. On tire une boule de l'urne et on note son numéro.

Il y a 10 issues possibles : $1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10$.

2) Lors de l'expérience précédente, on a tiré la boule n°7. On la met de côté, et on procède à un deuxième tirage, en notant également son numéro.

Il n'y a plus que 9 issues possibles : $1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8 ; 9 ; 10$.

3) On écrit les lettres du mot « CACHALOT » une à une sur un dé à huit faces. On le lance et on note la lettre obtenue.

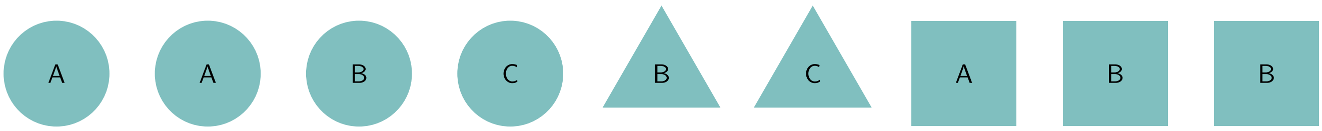
Il y a 6 issues possibles : C ; A ; H ; L ; O ; T.

4) On lance une pièce de monnaie équilibrée à trois reprises et on s'intéresse au nombre de « pile » obtenu.

Il y a 4 issues possibles : $0 ; 1 ; 2 ; 3$.

Exercice 6 : ☆

Une boîte contient les jetons suivants :



On choisit un jeton au hasard dans la boîte.

1) Quelle est la probabilité d'obtenir un jeton portant la lettre A ?

$$\left.\begin{array}{l}\text{Nombre d'issues possibles : } 9\\ \text{Nombre d'issues favorables : } 3\end{array}\right\} \Longrightarrow \text{Probabilité d'obtenir un jeton portant la lettre A : } \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

2) Quelle est la probabilité d'obtenir un jeton rond ?

$$\left.\begin{array}{l}\text{Nombre d'issues possibles : } 9\\ \text{Nombre d'issues favorables : } 4\end{array}\right\} \Longrightarrow \text{Probabilité d'obtenir un jeton rond : } \frac{4}{9}$$

3) Quelle est la probabilité d'obtenir un jeton carré portant la lettre B ?

$$\left.\begin{array}{l}\text{Nombre d'issues possibles : } 9\\ \text{Nombre d'issues favorables : } 2\end{array}\right\} \Longrightarrow \text{Probabilité d'obtenir un jeton carré portant la lettre B : } \frac{2}{9}$$

Exercice 7 : ☆

Les océans recouvrent 71 % de la surface de la terre et contiennent 97,2 % du volume d'eau de notre planète. On bande les yeux à un élève et on lui demande de planter une épingle sur un globe terrestre.

Quelle est la probabilité que l'épingle soit plantée dans un océan ?

La probabilité est donnée directement par le premier pourcentage de l'énoncé :

$$p(\text{épingle dans océan}) = 71\ \% = \frac{71}{100} = 0{,}71.$$

Exercice 8 : ☆

Dans un jeu de cartes, il y a quatre catégories : cœur, carreau, pique et trèfle. Dans chaque catégorie il y a 13 cartes : 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; valet ; dame ; roi ; as. On tire une carte au hasard dans un jeu de 52 cartes.

1) Quelle est la probabilité d'obtenir une carte rouge ?

$$\left.\begin{array}{l}\text{Nombre d'issues possibles : } 52\\ \text{Nombre d'issues favorables : } 2\times 13 = 26\end{array}\right\} \Longrightarrow \text{Probabilité d'obtenir une carte rouge : } \mathbf{\frac{26}{52}} = \mathbf{\frac{1}{2}} = \mathbf{0,5} = \mathbf{50}\ \%$$

2) Quelle est la probabilité d'obtenir un valet ?

$$\left.\begin{array}{l}\text{Nombre d'issues possibles : } 52\\ \text{Nombre d'issues favorables : } 4\end{array}\right\} \Longrightarrow \text{Probabilité d'obtenir un valet : } \mathbf{\frac{4}{52}} = \mathbf{\frac{1}{4}} = \mathbf{0,25} = \mathbf{25}\ \%$$

3) Quelle est la probabilité d'obtenir un valet rouge ?

$$\left.\begin{array}{l}\text{Nombre d'issues possibles : } 52\\ \text{Nombre d'issues favorables : } 2\end{array}\right\} \Longrightarrow \text{Probabilité d'obtenir un valet rouge : } \mathbf{\frac{2}{52}} = \mathbf{\frac{1}{26}}$$

Exercice 9 : ☆☆

1) On tire une carte dans un jeu de 32 cartes. A-t-on plus de chances d'obtenir un as ou d'obtenir une carte rouge ?

Dans un jeu de 32 cartes, il y a 16 cartes rouges ($32 \div 2 = 16$) mais seulement 4 as.

On a donc plus de chances d'obtenir une carte rouge que d'obtenir un rouge.

2) On tire une boule dans une urne contenant cinq boules rouges et trois boules vertes. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule verte ?

$$\left.\begin{array}{l}\text{Nombre d'issues possibles : } 5+3=8\\ \text{Nombre d'issues favorables : } 3\end{array}\right\} \Longrightarrow \text{Probabilité d'obtenir une boule verte : } \mathbf{\frac{3}{8}} = \mathbf{0,125} = \mathbf{12,5}\ \%$$

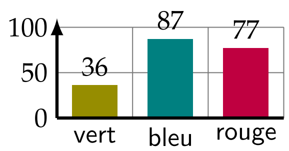
3) Un ordinateur choisit un nombre entier au hasard entre 9 et 23 inclus. Quelle est la probabilité que ce soit 17 ?

$$\left.\begin{array}{l}\text{Nombre d'issues possibles : } 15\ (9\ ;\ 10\ ;\ \ldots\ ;\ 23)\\ \text{Nombre d'issues favorables : } 1\end{array}\right\} \Longrightarrow \text{Probabilité d'obtenir 17 : } \mathbf{\frac{1}{15}}$$

4) On lance un dé équilibré à 20 faces (numérotées de 1 à 20 compris). Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre divisible par 7 ?

$$\left.\begin{array}{l}\text{Nombre d'issues possibles : } 20\\ \text{Nombre d'issues favorables : } 2(7,\text{ et } 14)\end{array}\right\} \Longrightarrow \text{Probabilité d'obtenir un nombre divisible par 7 : } \mathbf{\frac{2}{20}} = \mathbf{\frac{1}{10}} = \mathbf{0,1} = \mathbf{10}\ \%$$

Exercice 10 : ☆☆



Une roue équilibrée est partagée en cinq secteurs identiques : un vert, deux bleus, et deux rouges. On fait tourner 200 fois cette roue et on note à chaque fois le résultat obtenu. On obtient les résultats ci-contre.

1) Quelle est la fréquence d'apparition du secteur bleu ? $\Rightarrow f = \frac{87}{200} = \mathbf{0,435} = \mathbf{43,5}\ \%$

2) Quelle est la probabilité d'obtenir un secteur bleu lors d'un tour de roue ?

$$\left.\begin{array}{l}\text{Nombre d'issues possibles : 5 secteurs}\\ \text{Nombre d'issues favorables : 2 secteurs bleus}\end{array}\right\} \Longrightarrow \text{Probabilité d'obtenir un secteur bleu : } \mathbf{\frac{2}{5}} = \mathbf{0,4} = \mathbf{40}\ \%$$

☞ Exercice 11 : ☆☆

	Hommes	Femmes
Gironde	29	78
Lot-et-Garonne	17	34

Dans une journée de formation, la répartition des participants est comme ci-contre.

On choisit au hasard une personne de ce groupe et on note $\mathcal{A}$ l'évènement : « la personne choisie est un homme ».

1) Quelle est la probabilité de l'évènement $\mathcal{A}$?

$$\left.\begin{array}{l}\text{Nombre d'issues possibles : } 158(29+17+78+34)\\ \text{Nombre d'issues favorables : } 46(29+17)\end{array}\right\} \Longrightarrow p(\mathcal{A}) = \mathbf{\frac{46}{158}}$$

2) Décrire par une phrase l'évènement $\overline{\mathcal{A}}$ et donner sa probabilité :

$\overline{\mathcal{A}}$: « la personne choisie est une femme ».

$$p(\overline{\mathcal{A}}) = 1 - p(\mathcal{A}) = 1 - \frac{46}{158} = \frac{158-46}{158} = \mathbf{\frac{112}{158}}$$

3) On note $\mathcal{B}$ l'évènement : « la personne choisie est une femme originaire du Lot-et-Garonne ». Calculer $p(\mathcal{B})$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Nombre d'issues possibles : } 158(29+17+78+34)\\ \text{Nombre d'issues favorables : } 17\end{array}\right\} \Longrightarrow p(\mathcal{B}) = \mathbf{\frac{17}{158}}$$

4) Les évènements $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ sont-il incompatibles ? Sont-ils contraires ? Justifier.

Oui les évènements $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ sont incompatibles car dans $\mathcal{A}$ c'est un homme alors que dans $\mathcal{B}$ c'est une femme.

Non les évènements $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ ne sont pas contraires car les femmes originaires de Gironde ne sont dans aucun des 2 évènements, donc ils ne couvrent pas toutes les possibilités.

☞ Exercice 12 : ☆☆

On joue deux fois à « Pile ou Face » avec une pièce non truquée. Quelles sont les chances d'obtenir au moins une fois « Pile » lors de ces deux lancers ?

$$\left.\begin{array}{l}\text{Nombre d'issues possibles : 4 } (\mathbf{P}/\text{F} ; \mathbf{P}/\text{P} ; \text{F}/\mathbf{P} ; \text{F/F})\\ \text{Nombre d'issues favorables : 3}\end{array}\right\} \Longrightarrow p(\text{obtenir au moins une fois « Pile »}) = \mathbf{\frac{3}{4}} = \mathbf{0,75} = \mathbf{75}\ \%$$

☞ Exercice 13 : ☆☆☆

Au collège Jacques Brel, un élève, durant sa scolarité, peut partir une seule fois en voyage scolaire, à l'étranger ou sur le territoire français. Il a une chance sur cinq de partir en France et une chance sur dix de partir à l'étranger. On croise un élève qui entre en Seconde et a fait sa scolarité dans ce collège.

Quelle est la probabilité qu'il ne soit pas parti en voyage scolaire ?

Notons ainsi les différents évènements :

- ☞ $\mathcal{F}$: « l'élève est parti en France » : $p(\mathcal{F}) = \frac{1}{5}$
- ☞ $\mathcal{E}$: « l'élève est parti à l'étranger » : $p(\mathcal{E}) = \frac{1}{10}$
- ☞ $\mathcal{E}$ ou $\mathcal{F}$ ($\mathcal{E}$ et $\mathcal{F}$ sont incompatibles d'après l'énoncé) : « l'élève est parti en voyage scolaire » :

$$p(\mathcal{E} \text{ ou } \mathcal{F}) = p(\mathcal{E}) + p(\mathcal{F}) = \frac{1}{10} + \frac{1}{5} = \frac{1}{10} + \frac{2}{10} = \frac{3}{10}$$

- ☞ $\overline{\mathcal{E} \text{ ou } \mathcal{F}}$ est l'évènement contraire : « l'élève n'est pas parti en voyage scolaire » :

$$p(\overline{\mathcal{E} \text{ ou } \mathcal{F}}) = 1 - p(\mathcal{E} \text{ ou } \mathcal{F}) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

La probabilité que cet élève ne soit pas parti en voyage scolaire est donc de $\mathbf{\frac{7}{10}} = \mathbf{0,7} = \mathbf{70}\ \%$

☞ **Exercice 14 :** ☆☆☆

Une entreprise vend des bavoirs sur Internet. Les trois couleurs possibles sont rouge, bleu ou jaune. L'entreprise expédie les bavoirs de manière aléatoire et équiprobable.

Quelle est la probabilité pour un client commandant deux bavoirs de les recevoir de la même couleur ?

Notons $\mathcal{R}$ le fait de recevoir un bavoir rouge, $\mathcal{B}$ le fait de recevoir un bavoir bleu et $\mathcal{J}$ le fait de recevoir un bavoir jaune.

Listons toutes les possibilités :

$$\boxed{\mathcal{R}-\mathcal{R}} \quad / \quad \mathcal{R}-\mathcal{B} \quad / \quad \mathcal{R}-\mathcal{J}$$
$$\mathcal{B}-\mathcal{R} \quad / \quad \boxed{\mathcal{B}-\mathcal{B}} \quad / \quad \mathcal{B}-\mathcal{J}$$
$$\mathcal{J}-\mathcal{R} \quad / \quad \mathcal{J}-\mathcal{B} \quad / \quad \boxed{\mathcal{J}-\mathcal{J}}$$

On peut maintenant calculer la probabilité recherchée :

$$\left.\begin{array}{l}\text{Nombre d'issues possibles : } 9\\ \text{Nombre d'issues favorables : } 3\end{array}\right\} \Longrightarrow p(\text{2 bavoirs de même couleur}) = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{9}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} \approx \mathbf{0,33} \approx \mathbf{33}\ \%$$

☞ **Exercice 15 :** ☆☆

1) $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ sont deux évènements incompatibles tels que $p(\mathcal{A}) = 0,3$ et $p(\mathcal{B}) = 0,5$.

a. Que vaut $p(\mathcal{A} \text{ ou } \mathcal{B})$?

$\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ incompatibles $\Longrightarrow p(\mathcal{A} \text{ ou } \mathcal{B}) = p(\mathcal{A}) + p(\mathcal{B}) = 0,3 + 0,5 = \mathbf{0,8}$.

b. Que vaut $p(\overline{\mathcal{A}})$?

$p(\overline{\mathcal{A}}) = 1 - p(\mathcal{A}) = 1 - 0,3 = \mathbf{0,7}$.

2) Le tableau ci-dessous résume les données concernant les élèves d'un collège :

	Externes	Demi-pensionnaires	TOTAL
Filles	75	195	270
Garçons	105	225	330
TOTAL	180	420	600

On croise un élève du collège au hasard. On note :

☞ $\mathcal{F}$ l'évènement : « c'est une fille »

☞ $\mathcal{E}$ l'évènement : « c'est un(e) externe »

a. Que vaut $p(\mathcal{E})$? $\Rightarrow \quad p(\mathcal{E}) = \frac{180}{600}$

b. Que vaut $p(\overline{\mathcal{F}})$? $\Rightarrow \quad p(\overline{\mathcal{F}}) = \frac{330}{600}$

c. Quelle est la probabilité que ce soit une fille demi-pensionnaire ? $\Rightarrow \quad \frac{195}{600}$

☞ **Exercice 16 :** ☆☆

D'après DNB Métropole 2018.

Dans son lecteur audio, Théo a téléchargé 375 morceaux de musique. Parmi eux, il y a 125 morceaux de rap. Il appuie sur la touche « lecture aléatoire » qui lui permet d'écouter un morceau choisi au hasard parmi tous les morceaux disponibles.

1) Quelle est la probabilité qu'il écoute du rap ?

$$\left.\begin{array}{l}\text{Nombre d'issues possibles : } 375\\ \text{Nombre d'issues favorables : } 125\end{array}\right\} \Longrightarrow p(\text{écouter du rap}) = \frac{\mathbf{125}}{\mathbf{375}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$$

2) La probabilité qu'il écoute du rock est égale à $\frac{7}{15}$. Combien Théo a-t-il de morceaux de rock dans son lecteur audio ?

$\frac{7}{15} \times 375 = 175$ donc Théo a **175 morceaux de rock** dans son lecteur audio.

3) Alice possède 40 % de morceaux de rock dans son lecteur audio. Si Théo et Alice appuient tous les deux sur la touche « aléatoire » de leur lecteur audio, lequel a le plus de chances d'écouter un morceau de rock ?

$$p(\text{Alice écoute du rock}) = \mathbf{40}\ \% \qquad \text{et} \qquad p(\text{Théo écoute du rock}) = \frac{7}{15} \approx 0,467 \approx \mathbf{46,7}\ \%$$

Théo a donc plus de chances qu'Alice d'écouter du rock.

☞ Exercice 17 : ☆☆

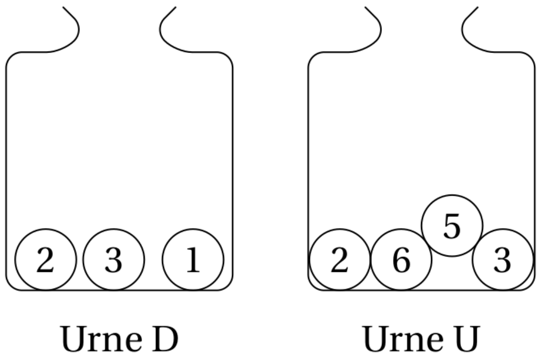
D'après DNB Amérique du Nord 2018.

Deux urnes contiennent des boules numérotées contiennent des boules numérotées indiscernables au toucher. Le schéma ci-contre représente le contenu de chacune des urnes.

On forme un nombre entier à deux chiffres en tirant au hasard une boule dans chaque urne :

- ☞ Le chiffre des dizaines est le numéro de la boule issue de l'urne D ;
- ☞ Le chiffre des unités est le numéro de la boule issue de l'urne U.

Par exemple, si on tire la boule « 1 » de l'urne D et ensuite la boule « 5 » de l'urne U, on forme alors le nombre 15.



1) A-t-on plus de chances de former un nombre pair que de former un nombre impair ?

Listons toutes les possibilités (cela nous servira aussi pour les questions suivantes) :

$$\begin{array}{ccccccc} 12 & ; & 13 & ; & 15 & ; & 16 \\ 22 & ; & 23 & ; & 25 & ; & 26 \\ 32 & ; & 33 & ; & 35 & ; & 36 \end{array}$$

Il y a 6 nombres pairs et 6 nombres impairs, donc **il y a autant de chances de former un nombre pair qu'un nombre impair**.

Remarque : on aurait pu savoir qu'il y aurait autant de chaque en regardant simplement l'urne U, et voir qu'il y avait 2 pairs et 2 impairs dans cette urne.

2) Sans justifier, indiquer les nombres premiers que l'on peut former lors de cette expérience :

On peut former les nombres premiers suivants : 13 et 23.

3) Montrer que la probabilité de former un nombre premier est égale à $\frac{1}{6}$:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Nombre d'issues possibles : } 12 \\ \text{Nombre d'issues favorables : } 2\end{array}\right\} \Longrightarrow p(\text{former un nombre premier}) = \mathbf{\frac{2}{12}} = \mathbf{\frac{1}{6}}$$

4) Définir un évènement dont la probabilité de réalisation est $\frac{1}{3}$:

Il suffit par exemple d'observer qu'il y a 3 boules dans l'urne D, donc on pourrait par exemple définir :

$\mathcal{A}$: « former un nombre avec 2 comme chiffre des dizaines ». On a alors bien $p(\mathcal{A}) = \frac{1}{3}$.

☞ **Exercice 18 :** ☆☆☆

D'après DNB Centres Étrangers, Juin 2021.

Partie 1 :

Dans cette partie, on lance un dé bien équilibré à six faces numérotées de 1 à 6, puis on note le numéro de la face du dessus.

1) Sans justification, donner les issues possibles : $\Longrightarrow$ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6

2) Sans justifier, quelle est la probabilité de l'évènement $\mathcal{A}$: « On obtient 2 » ? $\Longrightarrow \mathbf{p}(\mathcal{A}) = \mathbf{\frac{1}{6}}$

3) Sans justifier, quelle est la probabilité de l'évènement $\mathcal{B}$: « On obtient un nombre impair » ? $\Longrightarrow \mathbf{p}(\mathcal{B}) = \mathbf{\frac{3}{6}} = \mathbf{\frac{1}{2}}$

Partie 2 :

Dans cette deuxième partie, on lance simultanément deux dés bien équilibrés à six faces, un rouge et un vert. On appelle « score » la somme des numéros obtenus sur chaque dé.

4) Quelle est la probabilité de l'évènement $\mathcal{C}$: « Le score est 13 » ? Comment appelle-t-on un tel évènement ?

Le score maximal que l'on peut obtenir est $12 = 6 + 6$.

Donc $\mathbf{p}(\mathcal{C}) = \mathbf{0}$, c'est ce que l'on appelle un **évènement impossible**.

5) Dans le tableau à double entrée ci-dessous, on remplit chaque case avec la somme des numéros obtenus sur chaque dé.

a. Compléter, sans justifier, le tableau ci-dessous.

Dé vert / Dé rouge	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	**7**	8	9
4	5	**6**	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

b. Donner la liste des scores possibles : $\Longrightarrow$ 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12

6) a. Sans justifier, quelle est la probabilité de l'évènement $\mathcal{D}$: « Le score est 10 » ? $\Longrightarrow \mathbf{p}(\mathcal{D}) = \mathbf{\frac{3}{36}} = \mathbf{\frac{1}{12}}$

b. Déterminer la probabilité de l'évènement $\mathcal{E}$: « Le score est un multiple de 4 » :

Nombre d'issues possibles : 36
Nombre d'issues favorables : 9 (3 scores 4, 5 scores 8, 1 score 12) $\Big\} \Longrightarrow \mathbf{p}(\mathcal{E}) = \mathbf{\frac{9}{36}} = \mathbf{\frac{1}{4}} = \mathbf{0,25} = \mathbf{25}\ \%$

c. Démontrer que le score obtenu a autant de chances d'être un nombre premier qu'un nombre strictement supérieur à 7 :

$\mathcal{P}$: « Le score est un nombre premier » :

Nombre d'issues possibles : 36
Nombre d'issues favorables : 15 (1 score 2, 2 scores 3, 4 scores 5, 6 scores 7, 2 scores 11) $\Big\} \Longrightarrow \mathbf{p}(\mathcal{P}) = \mathbf{\frac{15}{36}} = \mathbf{\frac{5}{12}}$

$\mathcal{S}$: « Le score est un nombre strictement supérieur à 7 » :

Nombre d'issues possibles : 36
Nombre d'issues favorables : 15 (5 scores 8, 4 scores 9, 3 scores 10, 2 scores 11, 1 score 12) $\Big\} \Longrightarrow \mathbf{p}(\mathcal{S}) = \mathbf{\frac{15}{36}} = \mathbf{\frac{5}{12}}$

On a bien $p(\mathcal{P}) = p(\mathcal{S})$.

Mises au Travail