

## Séquence 2

### **Leçon n°1 - Nombres et calculs : Calcul numérique**

| Notions à connaître :                               | Page(s) : |
|---|-----------|
| Les règles de calcul sur les fractions.             | 2         |
| L'égalité des produits en croix pour les fractions. | 2         |

Trace écrite : **Carte mentale n°1 : « Calcul numérique »**, partie « Fractions ».

| Code | Automatismes à maîtriser :  | Exercices : | Page(s) : |
|------|---|-------------|-----------|
| N04  | <input type="checkbox"/> Mettre des fractions sur le même dénominateur. | 1 à 3       | 3         |
| N05  | <input type="checkbox"/> Calculer (+, -, ×, ÷) avec les fractions.      | 4 à 5       | 3         |
| N06  | <input type="checkbox"/> Prendre une fraction d'une quantité.           | 6 à 7       | 4         |
| N07  | <input type="checkbox"/> Tester une égalité de fractions.               | 8 à 9       | 4         |

### **Leçon n°2 - Géométrie : Le triangle rectangle**

| Notions à connaître :                      | Page(s) : |
|--|-----------|
| Le sens indirect du théorème de Pythagore. | 5         |

Trace écrite : **Carte mentale n°2 : « Théorème de Pythagore »**, partie « Montrer qu'un triangle est rectangle ».

| Code | Automatismes à maîtriser :  | Exercices : | Page(s) : |
|------|---|-------------|-----------|
| G02  | <input type="checkbox"/> Utiliser Pythagore sens indirect pour vérifier si un triangle est rectangle. | 10 à 11     | 6         |

### **Leçon n°3 - Données : Pourcentages**

| Notions à connaître :   | Page(s) : |
|---|-----------|
| La propriété permettant de calculer $t$ % d'une quantité.         | 7         |
| La propriété permettant d'exprimer une proportion en pourcentage. | 7         |

Trace écrite : **Carte mentale n°3 : « Proportionnalité et pourcentages »**, partie « Pourcentages ».

| Code | Automatismes à maîtriser :                                       | Exercices : | Page(s) : |
|------|--|-------------|-----------|
| D03  | <input type="checkbox"/> Appliquer un pourcentage.               | 12 à 14     | 8         |
| D04  | <input type="checkbox"/> Exprimer une proportion en pourcentage. | 15 à 16     | 9         |

### **Mais aussi...**

Tâche complexe : La police verte ..... Page(s) 10

Vers le DNB : n°4 Métropole Septembre 2018 + n°5 Métropole Juin 2021 ..... Page(s) 11-13

### **Automatismes à réviser :**

N03 : Appliquer un programme de calcul. .... Voir séquence 1

G01 : Utiliser le théorème de Pythagore sens direct pour calculer une longueur. .... Voir séquence 1

D02 : Calculer une quatrième proportionnelle. .... Voir séquence 1

## Leçon n°1 : Calcul numérique

### A) Transformer une fraction (mettre sur le même dénominateur ou simplifier)

**Propriété 1 :** On ne change jamais une fraction si on multiplie ou si on divise son numérateur ET son dénominateur par un même nombre (différent de zéro!).

**Exemple(s) :**

$$\frac{3}{5} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{24}{18} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{24}{18} = \dots\dots\dots$$

### B) Addition et soustraction

**Propriété 2 :** Pour additionner ou soustraire deux fractions, il faut d'abord les mettre **sur le même dénominateur!**

Ensuite on additionne ou on soustrait les numérateurs entre eux. (△ On garde le dénominateur commun! △)

**Exemple(s) :**

$$\frac{4}{7} + \frac{2}{7} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{5}{2} - \frac{8}{2} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{5} = \dots\dots\dots$$

### C) Multiplication et division

**Propriété 3 :** Pour multiplier deux fractions entre elles, on multiplie les numérateurs entre eux ET les dénominateurs entre eux.

**Exemple(s) :**

$$\frac{2}{3} \times \frac{13}{8} = \dots\dots\dots$$

**Propriété 4 :** Diviser par une fraction revient à multiplier par son inverse.

**Exemple(s) :**

$$\frac{5}{6} \div \frac{2}{7} = \dots\dots\dots$$

### D) Fraction d'une quantité

**Propriété 5 :**

Pour calculer une fraction d'une quantité, on multiplie la fraction par cette quantité.

**Exemple(s) :**

$$\frac{3}{4} \text{ de } 36 \text{ €} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{7}{10} \text{ de } 60 \text{ g} = \dots\dots\dots$$

### E) Égalité des produits en croix

**Propriété 6 :**

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  revient à dire que  $a \times d = c \times b$

**Exemple(s) :**

$$\frac{3}{5} = \frac{21}{35} \text{ car } \dots\dots\dots$$

$$\text{Si } \frac{x}{8} = \frac{2}{3} \text{ alors } \dots\dots\dots$$

## Automatisme N04 : Mettre des fractions sur le même dénominateur.

### 👉 Exercice 1 :

Écrire les fractions avec 15 pour dénominateur :

$$a) \frac{1}{3} = \dots\dots\dots \quad b) \frac{7}{5} = \dots\dots\dots \quad c) \frac{44}{30} = \dots\dots\dots$$

### 👉 Exercice 2 :

Mettre les fractions suivantes sur le même dénominateur :

$$\frac{6}{30} \text{ et } \frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{9} \text{ et } \frac{9}{18}$$

$$\frac{7}{3} \text{ et } \frac{8}{12}$$

.....  
 .....

### 👉 Exercice 3 :

Mettre les fractions suivantes sur le même dénominateur :

$$\frac{2}{3} \text{ et } \frac{3}{4}$$

$$\frac{5}{4} \text{ et } \frac{6}{7}$$

$$\frac{11}{5} \text{ et } \frac{1}{9}$$

.....  
 .....  
 .....  
 .....

## Automatisme N05 : Calculer (+, -, ×, ÷) avec les fractions.

### 👉 Exercice 4 :

Effectue les calculs suivants :

$$A = \frac{2}{5} + \frac{7}{10}$$

$$B = \frac{2}{3} + \frac{5}{6}$$

$$C = \frac{7}{2} - \frac{21}{6}$$

$$A = \dots\dots\dots$$

$$B = \dots\dots\dots$$

$$C = \dots\dots\dots$$

$$A = \dots\dots\dots$$

$$B = \dots\dots\dots$$

$$C = \dots\dots\dots$$

$$D = \frac{1}{12} - \frac{1}{3}$$

$$E = \frac{2}{11} + \frac{4}{9}$$

$$F = 3 + \frac{5}{13}$$

$$D = \dots\dots\dots$$

$$E = \dots\dots\dots$$

$$F = \dots\dots\dots$$

$$D = \dots\dots\dots$$

$$E = \dots\dots\dots$$

$$F = \dots\dots\dots$$

### 👉 Exercice 5 :

Effectue les calculs suivants :

$$A = \frac{3}{4} \times \frac{-5}{2} = \dots\dots\dots \quad B = -\frac{12}{5} \times \frac{-10}{3} = \dots\dots\dots \quad C = \frac{10}{3} \times 3 = \dots\dots\dots$$

$$D = \frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \dots\dots\dots \quad E = \frac{-2}{7} \div \frac{3}{14} = \dots\dots\dots \quad F = \frac{20}{9} \div 8 = \dots\dots\dots$$

## Automatisme N06 : Prendre une fraction d'une quantité.

### 👉 Exercice 6 :

$$\frac{2}{3} \text{ de } 33 = \dots\dots\dots \quad \frac{9}{5} \text{ de } 128 = \dots\dots\dots \quad \frac{14}{15} \text{ de } 495 = \dots\dots\dots$$

$$\frac{7}{2} \text{ de } 21 = \dots\dots\dots \quad \frac{41}{42} \text{ de } 126 = \dots\dots\dots \quad \frac{8}{36} \text{ de } 9 = \dots\dots\dots$$

### 👉 Exercice 7 :

1) Manel boit les trois cinquièmes d'une bouteille d'eau de 50 cL.

**Quelle quantité d'eau boit-elle ?**

.....

2) Ce lundi,  $\frac{2}{3}$  des 1254 clients d'un site Internet sont des jeunes de moins de 25 ans. Parmi ces jeunes,  $\frac{1}{4}$  achètent des jeux vidéo.

**Combien de jeunes ont acheté un jeu vidéo ?**

.....

.....

3) Axel mange trois septièmes d'un cake, sa sœur prend deux cinquièmes du reste.

**Quelle est la proportion du cake mangée par sa sœur ?**

.....

.....

4)  $\frac{5}{18}$  de la surface de la Terre sont recouverts de terres, dont  $\frac{66}{75}$  sont habités.

**Quelle fraction de la surface de la Terre est habitée ?**

.....

.....

.....

## Automatisme N07 : Tester une égalité de fractions.

### 👉 Exercice 8 :

Les fractions suivantes sont-elles égales ? Justifier :

$$\frac{38}{68} \stackrel{?}{=} \frac{40}{70}$$

$$\frac{9}{2} \stackrel{?}{=} \frac{36}{8}$$

$$\frac{3,4}{5,2} \stackrel{?}{=} \frac{20,4}{31,2}$$

.....

.....

### 👉 Exercice 9 :

Les fractions suivantes sont-elles égales ? Justifier :

$$\frac{7}{9} \stackrel{?}{=} \frac{14}{16}$$

$$\frac{13}{44} \stackrel{?}{=} \frac{52}{176}$$

$$\frac{95}{68} \stackrel{?}{=} \frac{475}{340}$$

.....

.....

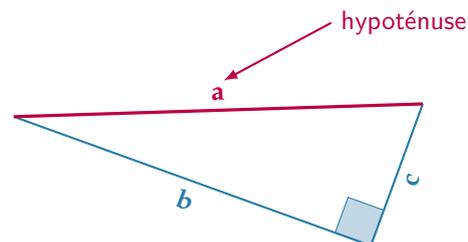
## Leçon n°2 : Le triangle rectangle

### 🔗 Propriété 1 : Égalité de Pythagore (rappel)

Dans un **triangle rectangle**, le **carré** de la longueur de l'**hypoténuse** est égal à la **somme des carrés** des longueurs des deux autres côtés.

Dans l'exemple ci-contre on a donc :

$$a^2 = b^2 + c^2$$



Remarque : Cette propriété est une « équivalence ». Cela signifie qu'elle fonctionne dans les deux sens. Autrement dit :

**Si un triangle est rectangle, alors l'égalité de Pythagore est vérifiée.**

Et réciproquement :

**Si les longueurs d'un triangle respectent l'égalité de Pythagore, alors ce triangle est rectangle.**

### 👉 Méthode 1 : Vérifier si un triangle est rectangle avec le théorème de Pythagore dans le sens indirect

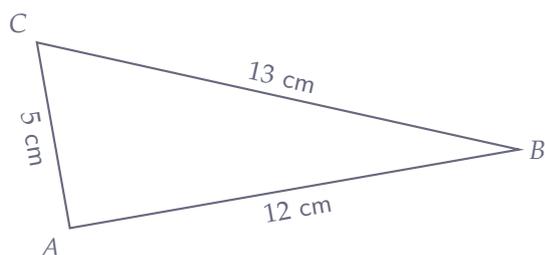
Le principe est de **vérifier si l'égalité de Pythagore est vérifiée**. Si c'est le cas, alors le triangle est rectangle, sinon il ne l'est pas.

**Attention** : Comme on ne sait pas si c'est égal ou pas au départ, on ne peut pas écrire l'égalité de Pythagore telle quelle !

1. On repère le **côté le plus long**. Si le triangle s'avère être rectangle, ce sera l'hypoténuse (mais on ne peut pas l'appeler comme ça tant qu'on ne sait pas si c'est rectangle!).
2. On calcule **d'une part** ce côté au carré, et **d'autre part** la somme des deux autres côtés au carré.
3. On conclue : si l'égalité est vérifiée, le triangle est rectangle, sinon il n'est pas rectangle.

#### 🔗 Exemple(s) :

$ABC$  est-il un triangle rectangle ?



Dans le triangle  $ABC$ ,  $[BC]$  est le **côté le plus long**.

D'une part :

$$BC^2 = 13^2$$

$$BC^2 = 169$$

D'autre part :

$$AC^2 + AB^2 = 5^2 + 12^2$$

$$AC^2 + AB^2 = 25 + 144$$

$$AC^2 + AB^2 = 169$$

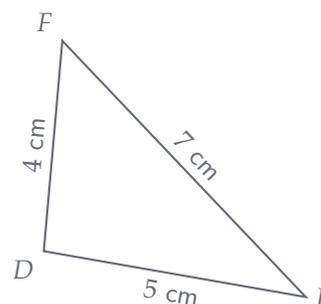
On constate que :

$$BC^2 = AC^2 + AB^2$$

**L'égalité de Pythagore est vérifiée, donc le triangle  $ABC$  est rectangle en  $A$ .**

#### 🔗 Exemple(s) :

$DEF$  est-il un triangle rectangle ?



.....

.....

.....

.....

.....

.....

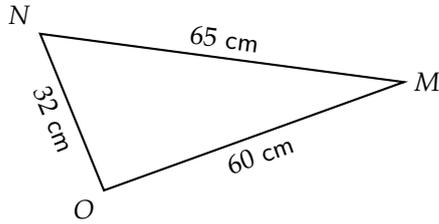
.....

.....

## Automatisme G02 : Utiliser le théorème de Pythagore dans le sens indirect pour vérifier si un triangle est rectangle.

### Exercice 10 :

MNO est-il un triangle rectangle ?



.....

.....

.....

.....

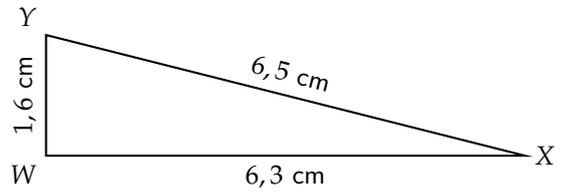
.....

.....

.....

.....

WXY est-il un triangle rectangle ?



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

### Exercice 11 :

1) Le triangle WXY est tel que  $WY = 4$  cm,  $WX = 5$  cm, et  $XY = 3$  cm. Ce triangle est-il rectangle ?

.....

.....

.....

.....

.....

2) Le triangle MNO est tel que  $NO = 5,4$  cm,  $MO = 7,2$  cm et  $MN = 8,9$  cm. Ce triangle est-il rectangle ?

.....

.....

.....

.....

.....

3) Le triangle JKL est tel que  $JK = 3,5$  cm,  $JL = 2,8$  cm et  $KL = 2,1$  cm. Ce triangle est-il rectangle ?

.....

.....

.....

.....

.....

## Leçon n°3 : Pourcentages

### 🔑 Propriété 1 : Pourcentage d'une quantité

Pour calculer  $t\%$  d'une quantité, il suffit de multiplier cette quantité par  $\frac{t}{100}$ .

#### 🔑 Exemple(s) :

🔊 12 % de 150 = .....

🔊 16 % de 284 = .....

🔊 1 500 personnes assistent à un concert. 60 % sont des femmes. Quel est le nombre de femmes dans le public ?

.....

🔊 Dans un gâteau de 350 g, il y a 30 % de chocolat. Quelle est la masse de chocolat dans ce gâteau ?

.....

### 🔑 Propriété 2 : Exprimer une proportion en pourcentage

Pour exprimer une proportion en pourcentage, il faut la mettre sous forme d'une fraction de dénominateur 100. On peut pour cela s'aider d'un tableau de proportionnalité.

#### 🔑 Exemple(s) :

Un gâteau de 160 g contient 50 g de chocolat. Quel est le pourcentage de chocolat dans ce gâteau ?

*Cela revient tout simplement à se demander combien il y a de chocolat dans 100 g du gâteau !*

|                 |  |  |
|-----------------|--|--|
| Chocolat (en g) |  |  |
| Gâteau (en g)   |  |  |

.....

.....

.....

.....

## Automatisme D03 : Appliquer un pourcentage.

### 🔑 Exercice 12 :

Calculer :

☞ 50 % de 40 = .....

☞ 40 % de 42 = .....

☞ 90 % de 56 = .....

☞ 25 % de 60 = .....

☞ 50 % de 50 = .....

☞ 10 % de 4 = .....

☞ 20 % de 7 = .....

☞ 30 % de 3 = .....

☞ 26 % de 57 = .....

☞ 86 % de 71 = .....

### 🔑 Exercice 13 :

Calculer :

☞ 40 % de 40 = .....

☞ 90 % de 6 = .....

☞ 25 % de 72 = .....

☞ 50 % de 32 = .....

☞ 10 % de 81 = .....

☞ 32 % de 60 = .....

☞ 99 % de 10 = .....

☞ 30 % de 70 = .....

☞ 75 % de 3 = .....

☞ 15 % de 21 = .....

### 🔑 Exercice 14 :

1) Le cadeau commun que nous souhaitons faire à Nadia coûte 150 €. Je participe à hauteur de 14 % du prix total. Combien ai-je donné pour le cadeau de Nadia ?

.....  
 .....

2) Dans une entreprise de 350 salariés, il y a 26 % de cadres. Combien y a-t-il de cadres dans cette entreprise ?

.....  
 .....

3) Une pomme est constituée à 85 % d'eau. Quelle masse d'eau est contenue dans une pomme de 150 g ?

.....  
 .....

4) Parmi les 93 élèves de 3<sup>e</sup> de l'année dernière qui ont passé le DNB, 82,8 % l'ont obtenu. Combien d'élèves cela représente-t-il ?

.....  
 .....

## Automatisme D04 : Exprimer une proportion en pourcentage.

### 👉 Exercice 15 :

1) Cinq adultes sur huit boivent du café le matin. Exprimer cette proportion en pourcentage :

.....

.....

.....

2) Dans le collège Paul Bert, il y a 455 élèves, dont 123 font espagnol en seconde langue. Calculer le pourcentage des élèves de ce collège faisant espagnol LV2 ?

.....

.....

.....

3) Le cadeau commun que nous souhaitons faire à Rose coûte 140 €. Je participe à hauteur de 49 €. Calculer la proportion en pourcentage de ma participation sur le prix total du cadeau.

.....

.....

.....

### 👉 Exercice 16 :

On donne la répartition des élèves d'un club :

|         | Filles | Garçons |
|---------|--------|---------|
| Enfants | 23     | 17      |
| Adultes | 67     | 68      |

1) Parmi les enfants, quel est le pourcentage de filles ?

.....

.....

.....

2) Quel est le pourcentage d'enfants de ce club ?

.....

.....

.....

3) Trois collégiennes de 12 ans viennent de s'inscrire dans ce club. Quel est désormais le pourcentage d'enfants filles dans ce club ?

.....

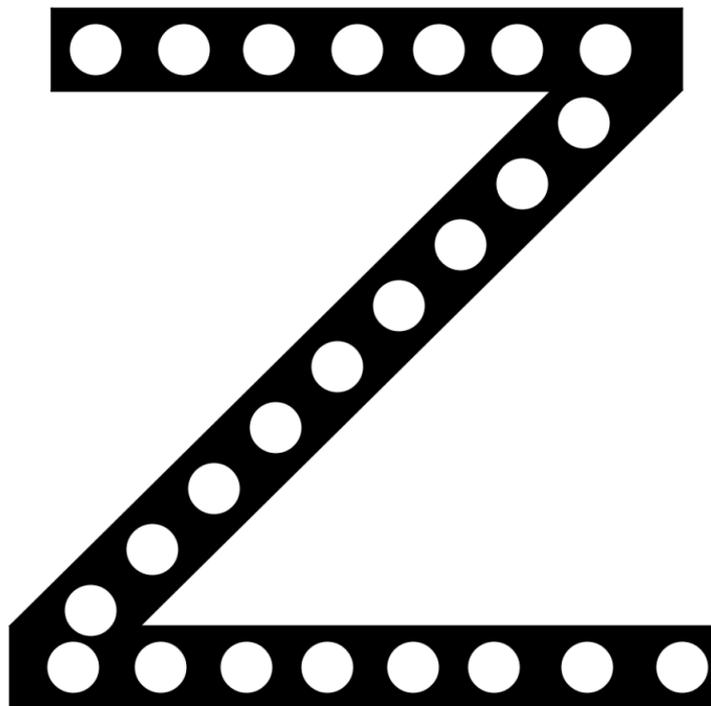
.....

.....

## Tâche complexe : La police verte

L'encre utilisée pour imprimer les documents est un polluant qui nécessite d'avoir recours à des procédés coûteux lors du recyclage. Hervé a trouvé un moyen surprenant mais efficace d'économiser de l'encre, lorsqu'il est vraiment obligé d'imprimer un document : il utilise une police dont les caractères sont troués !

Exceptionnellement, la lettre Z de cette police est agrandie ci-dessous :



Pour cette lettre quel est à peu près le pourcentage d'économie ?

Mes recherches :

Ma conclusion :

## Vers le DNB

## ☞ Exercice 17 - d'après Métropole Septembre 2019 (exercice n°4 - 16 points) :

Pour le mariage de Dominique et Camille, le pâtissier propose deux pièces montées constituées de gâteaux de tailles et de formes différentes.

|  |   |
|--|---|
| <p><b>La tour de Pise :</b></p> <p>La première pièce montée est constituée d'un empilement de 4 gâteaux de forme cylindrique, de même hauteur et dont le diamètre diminue de 8 cm à chaque étage.</p> <p>Le gâteau du bas a pour diamètre 30 cm et pour hauteur 6 cm.</p>                                |  |
| <p><b>La tour Carrée :</b></p> <p>La deuxième pièce montée est constituée d'un empilement de 3 pavés droits à base carrée de même hauteur. La longueur du côté de la base diminue de 8 cm à chaque étage.</p> <p>La hauteur des gâteaux est 8 cm ; le côté de la base du gâteau du bas mesure 24 cm.</p> |  |

Tous les gâteaux ont été confectionnés à partir de la recette ci-dessous :

**Recette du gâteau pour 100 g de chocolat :**

- ☞ 65 g de sucre
- ☞ 2 oeufs
- ☞ 75 g de beurre
- ☞ 30 g de farine

1) Quel est le ratio (masse de beurre : masse de chocolat) ? Donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

.....

.....

2) Calculer la quantité de farine nécessaire pour 250 g de chocolat noir suivant la recette ci-dessus.

.....

.....

.....

3) Calculer la longueur du côté de la base du plus petit gâteau de la tour Carrée.

.....

On rappelle que le volume  $\mathcal{V}$  d'un cylindre de rayon  $r$  et de hauteur  $h$  est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \pi \times r^2 \times h$$

L'exercice continue en page 12.

4) Quelle est la tour qui a le plus grand volume ? Justifier votre réponse en détaillant les calculs.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Exercice 18 - d'après Métropole Juin 2021 (exercice n°5 - 20 points) :**

La production annuelle de déchets par Français était de 5,2 tonnes par habitant en 2007.  
 Entre 2007 et 2017, elle a diminué de 6,5 %.

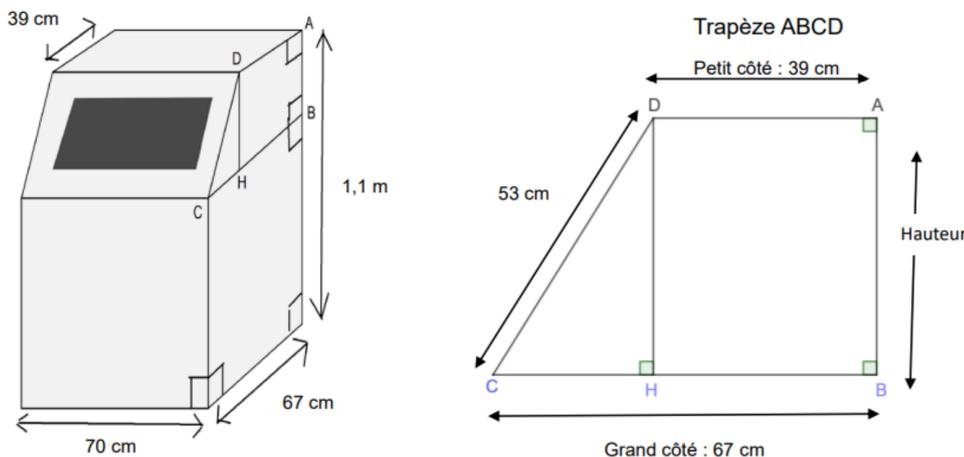
1) De combien de tonnes la production annuelle de déchets par Français en 2017 a-t-elle diminué par rapport à l'année 2007 ?

.....

.....

.....

2) Pour continuer à diminuer leur production de déchets, de nombreuses familles utilisent désormais un composteur. Une de ces familles a choisi le modèle ci-dessous, composé d'un pavé droit et d'un prisme droit (la figure du composteur n'est pas à l'échelle). Le descriptif indique qu'il a une contenance d'environ 0,5 m<sup>3</sup>. On souhaite vérifier cette information.



a. Dans le trapèze  $ABCD$ , calculer la longueur  $CH$ .

.....

.....

b. Montrer que la longueur  $DH$  est égale à 45 cm.

.....

.....

.....

.....

L'exercice continue en page 13.



Brouillon

Handwriting practice area with a vertical margin line and horizontal dotted lines.



