Séquence 6

✐ ✎ ✐ Leçon n°1 - Nombres et calculs : Équations du premier degré ✎ ✐ ✎

Notions à **connaître** :	Page(s) :
Le vocabulaire des équations	3
Les méthodes de résolution d'une équation du premier degré	3 à 4

❏ Trace écrite : **Carte mentale n°7 : « Équations »**, partie « Premier degré ».

Code	**Automatismes** à maîtriser :	Exercices :	Page(s) :
N17	❏ Résoudre les équations de la forme « $ax + b = c$ »	3 à 7	5 à 6
N18	❏ Résoudre les équations du premier degré en général	8 à 12	6 à 7

✐ ✎ ✐ Leçon n°2 - Géométrie : En route vers Thalès... Les triangles semblables ✎ ✐ ✎

Notions à **connaître** :	Page(s) :
La propriété sur la somme des angles d'un triangle	8
Les **deux caractérisations** des triangles semblables	8
La méthode pour trouver une longueur avec les triangles semblables	9

❏ Trace écrite : **Carte mentale n°8 : « Triangles semblables »**, parties « Angler manquant » et « Calculer une longueur ».

Code	**Automatismes** à maîtriser :	Exercices :	Page(s) :
G06	❏ Calculer l'angle manquant dans un triangle	13 à 14	10
G07	❏ Calculer une longueur dans les triangles semblables	15 à 18	10 à 11

✐ ✎ ✐ Leçon n°3 - Fonctions : Vocabulaire et calcul d'image ✎ ✐ ✎

Notions à **connaître** :	Page(s) :
Les définitions de « image » et « antécédent »	12
La méthode de calcul d'une image	12

❏ Trace écrite : **Carte mentale n°9 : « Fonctions »**, partie « Vocabulaire ».

Code	**Automatismes** à maîtriser :	Exercices :	Page(s) :
F01	❏ Utiliser le vocabulaire des fonctions (image, antécédent...)	19 à 20	13
F02	❏ Calculer une image	21 à 24	13 à 14

✐ ✎ ✐ Mais aussi... ✎ ✐ ✎

❏ Tâche complexe : Piles de cubes .... Page(s) 2

❏ Vers le DNB : n°7 Pond. Mai 2018 + n°5 Asie Juin 2019 + n°3 N.-C. Décembre 2020 ... Page(s) 15-17

✐ ✎ ✐ Automatismes à réviser : ✎ ✐ ✎

❏ N14 : Factoriser un élément simple .... Voir séquence 5

❏ G05 : Calculer la mesure d'un angle avec la trigonométrie .... Voir séquence 5

❏ D05 : Calculer une augmentation ou une réduction .... Voir séquence 3

Tâche complexe : Piles de cubes

A) Vidéo et questions

Regarde attentivement la vidéo montrée en classe. **Quelles questions pourrait-on se poser ?**

. . . .

. . . .

. . . .

Voici la question choisie en classe :

. . . .

De quelles informations as-tu besoin pour répondre à cette question ?

. . . .

. . . .

B) À vous de jouer !

Vous avez toutes les cartes en main pour répondre à la question posée, au travail ! On fait chauffer le cerveau !

Mes recherches :

C) Conclusion

Qu'as-tu appris de cette activité ?

. . . .

. . . .

. . . .

Leçon n°1 : Équations

A) Vocabulaire et notions de base

Définition 1 : Vocabulaire des équations

- Équation : c'est une égalité comportant au moins un nombre dont la valeur n'est pas connue.
- Inconnue : c'est le nombre que l'on cherche, désigné par une lettre (souvent x).
- Solution : c'est la valeur de l'inconnue qui rend l'égalité vraie.
- Résoudre une équation : c'est trouver la (ou les) solution(s) de l'équation.

Remarque : une équation peut avoir plusieurs solutions, ou aucune !

Exemple(s) :

- « $x+1=3$ » est une équation avec **une seule inconnue** (x) et **une seule solution** qui est évidente : $x=2$, car $2+1=3$.
- « $y^2=4$ » est une équation avec **une seule inconnue** (y) mais avec **2 solutions !** En effet, $(-2)^2=4$ ET $2^2=4$

Méthode 1 : Principes généraux de résolution d'une équation

1. Une équation peut être considérée comme **une balance équilibrée** et qui doit **rester équilibrée** : si j'enlève 3 à un membre de l'équation, je dois enlever 3 aussi à l'autre. Si je divise un membre de l'équation par $2,5$, je dois aussi diviser l'autre membre de l'équation par $2,5$...
2. Pour résoudre une équation, on cherche à modifier son écriture (sans déséquilibrer la balance !) pour avoir **uniquement l'inconnue dans un membre de l'équation**, et **uniquement des constantes dans l'autre membre**.

B) Résoudre une équation

1. Équations « directes »

Propriété 1 : Addition et soustraction

Une égalité reste vraie si on **ajoute** ou **soustrait** un **même nombre** à chacun de ses membres :

$$\text{Si } A=B, \text{ alors : } \begin{cases} A+k=B+k \\ A-k=B-k \end{cases}$$

Exemple(s) :

$x+3=7$	$x-5=12$	$x+9=2$	$x-8=-11$	$2x-8=x-4$
....	....	....	....	....
....	....	....	....	....
....	....	....	....	....
....	....	....	....	....

Propriété 2 : Multiplication et division

Une égalité reste vraie si on **multiplie** ou **divise** chacun de ses membres par un **même nombre** (différent de 0 !) :

$$\text{Si } A = B \text{ et } k \neq 0, \text{ alors : } \begin{cases} A \times k = B \times k \\ A \div k = B \div k \end{cases}$$

Exemple(s) :

$x \div 3 = 7$	$x \times 5 = 15$	$\dfrac{x}{2} = -3$	$6x = 42$
....	....	....	....
....	....	....	....

Méthode 2 : Résolution des équations « directes »

Pour la plupart des équations, il suffit d'utiliser les deux propriétés ci-dessus, éventuellement plusieurs fois, jusqu'à **isoler la variable** dans un membre de l'égalité, et les constantes dans l'autre.

Pour savoir dans quel ordre effectuer les opérations, il faut **regarder les priorités opératoires** et les *dépiler*.

Exemple(s) :

$3x + 4 = 10$	$5y - 3 = 17$
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....
$7 + \dfrac{x}{3} = 9$	$\dfrac{2x - 5}{4} = 1{,}5$
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....

☞ Exercice 1 :

On considère l'équation $3x - 2 = 2 + 12$.

1) Quelle est l'inconnue ? ☞ ....

2) Que vaut le membre de gauche de cette équation pour $x = 7$? ☞ ....

3) Que vaut le membre de droite de cette équation pour $x = 7$? ☞ ....

4) Que peut-on en conclure ?

....

☞ Exercice 2 :

Vrai ou faux ? Justifie.

1) 10 est une solution de l'équation $2x + 1 = 11$. ❑ VRAI ❑ FAUX ☞ ....

2) 11 est une solution de l'équation $x^2 + 1 = 122$. ❑ VRAI ❑ FAUX ☞ ....

3) 5 est une solution de l'équation $2x + 1 = 11$. ❑ VRAI ❑ FAUX ☞ ....

4) -11 est une solution de l'équation $x^2 + 1 = 122$. ❑ VRAI ❑ FAUX ☞ ....

Automatisme N17 : Résoudre les équations de la forme « $ax + b = c$ »

☞ Exercice 3 :

Résoudre les équations suivantes :

$x + 2 = 3$ $\qquad$ $x + 1 = 11$

$y - 8 = 12$ $\qquad$ $z + 2 = -14$

☞ Exercice 4 :

Résoudre les équations suivantes :

$-10 + a = 23$ $\qquad$ $3 - h = 0$

$-5 + x = -9$ $\qquad$ $7 + t = -8$

☞ Exercice 5 :

Résoudre les équations suivantes :

$\dfrac{x}{5} = 11$ $\qquad$ $7y = 12$

$\dfrac{z}{11} = -5$ $\qquad$ $\dfrac{a}{-5} = 6$

☞ Exercice 6 :

Résoudre les équations suivantes :

$-9h = 5$ $\qquad$ $-\dfrac{y}{6} = -3$

☞ Exercice 7 :

Résoudre les équations suivantes :

$$4x+3=9 \qquad 3x+5=7 \qquad \frac{x}{3}-4=-2$$

....

....

....

....

Automatisme N18 : Résoudre les équations du premier degré en général

☞ Exercice 8 :

Résoudre les équations suivantes :

$$5x+3=2x-7 \qquad \frac{2x-3}{5}=7 \qquad 4x+5=3-3x$$

....

....

....

....

....

....

☞ Exercice 9 :

$$7x+1=3x-8 \qquad 13x+6=5x+9 \qquad \frac{4x+3}{2}=3x$$

....

....

....

....

....

$$x^2+5x-2=x^2+8 \qquad x^2+5x+3=x^2+x-5 \qquad 7x-11=x+7$$

....

....

....

....

....

Exercice 10 :

Marc achète une gomme à 2,35 € et 3 stylos. Il paye en tout 8,80 €. Déterminer le prix d'un stylo.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Exercice 11 :

Dans 42 ans, Chiara aura quatre fois son âge actuel. Quel est l'âge de Chiara ?

....

....

....

....

....

....

....

....

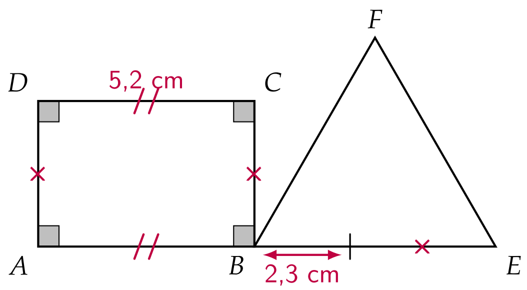
....

....

....

....

Exercice 12 :



Le rectangle $ABCD$ et le triangle équilatéral BEF ont le même périmètre.
Déterminer AD puis en déduire BE.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Leçon n°2 : Triangles semblables

A) Rappel sur les angles d'un triangle

Propriété 1 : Somme des angles d'un triangle

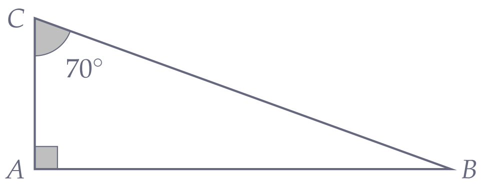
Dans un triangle, la somme des angles fait toujours 180°.

Exemple(s) :

Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ dans le triangle ci-contre :

....

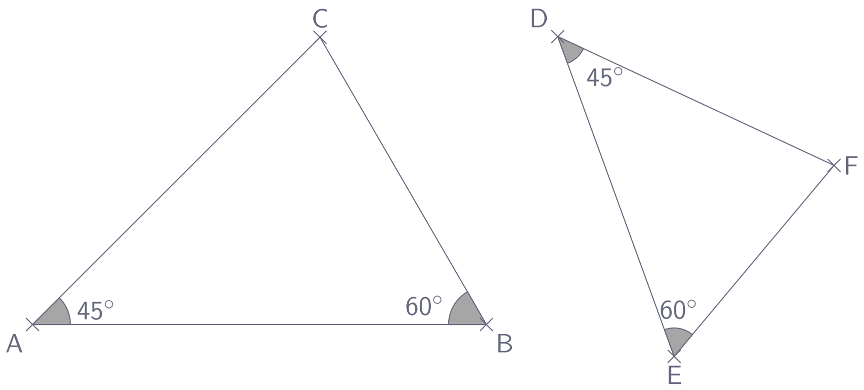
....



B) Caractérisations

Définition 1 : Caractérisation *par les angles* Deux triangles sont semblables si leurs angles sont **deux à deux égaux**.

Exemple(s) :

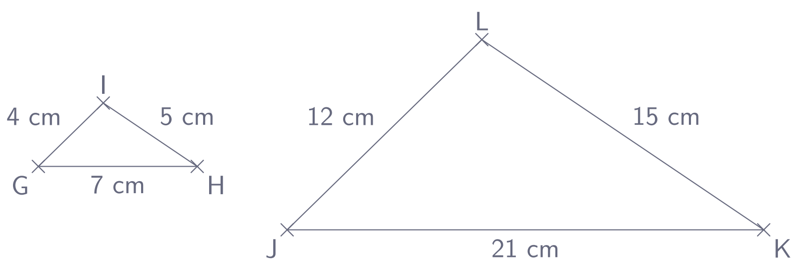


Triangle ABC	Triangle DEF
....	....
....	....
....	....

Les triangles ABC et DEF ont leurs angles égaux deux à deux, ce sont donc des triangles semblables.

Définition 2 : Caractérisation *par les longueurs* Deux triangles sont semblables si leurs longueurs sont **deux à deux proportionnelles**.

Exemple(s) :



Triangle GHI	GH = ...	HI = ...	IG = ...
Triangle JKL	JK = ...	KL = ...	JL = ...

....

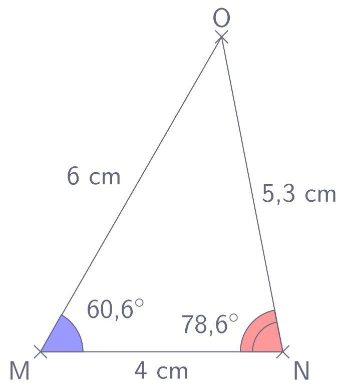
C'est bien un **tableau de proportionnalité** (de coefficient de proportionnalité . . .) donc les triangles GHI et JKL sont semblables.

C) Utiliser les triangles semblables pour démontrer

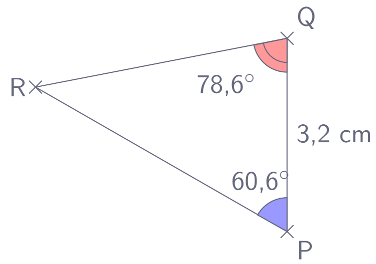
1. Trouver une longueur manquante dans des triangles semblables *grâce à leurs angles*.

Dans le cas où les angles sont connus et que l'on cherche l'une des longueurs, on utilise la **définition 1** pour démontrer que les triangles sont semblables, puis la **définition 2** pour dire que les longueurs sont proportionnelles et ainsi calculer la longueur manquante.

☞ **Exemple(s) :**



Calculer les longueurs RQ et RP dans le triangle ci-dessous :



Méthode 1 :

1) Montrer que les triangles sont semblables :

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

2) En déduire la (ou les) longueur(s) manquante(s) :

. . . .

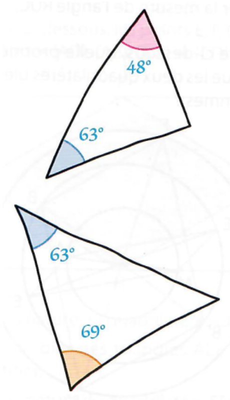
. . . .

. . . .

Angle « en face »	$\widehat{MON} = \widehat{PRQ}$	$\widehat{MNO} = \widehat{PQR}$	$\widehat{NMO} = \widehat{QPR}$
Triangle MNO	. . . .	. . . .	. . . .
Triangle PQR	. . . .	. . . .	. . . .

Automatisme G06 : Calculer l'angle manquant dans un triangle

Exercice 13 :



Les triangles ci-contre sont-ils semblables ? Justifier.

....
....
....
....
....
....
....
....

Exercice 14 :

Compléter les tableaux suivants avec la mesure de l'angle manquant et la nature du triangle. Écris tes calculs sous les tableaux :

$\widehat{BAL}$	$\widehat{ALB}$	$\widehat{LBA}$	Nature du triangle
$20°$	....	$87°$	....

....
....

$\widehat{BOA}$	$\widehat{OAB}$	$\widehat{ABO}$	Nature du triangle
$90°$	....	$45°$	....

....
....

$\widehat{FER}$	$\widehat{ERF}$	$\widehat{RFE}$	Nature du triangle
$90°$	$68°$	....	....

....
....

$\widehat{BOL}$	$\widehat{OLB}$	$\widehat{LBO}$	Nature du triangle
$60°$	....	$60°$	....

....
....

$\widehat{PIN}$	$\widehat{INP}$	$\widehat{NPI}$	Nature du triangle
....	$52°$	$76°$	....

....
....

$\widehat{AMI}$	$\widehat{MIA}$	$\widehat{IAM}$	Nature du triangle
....	$83°$	$14°$	....

....
....

Automatisme G07 : Calculer une longueur dans les triangles semblables

Exercice 15 :

Les triangles ABC et DEF sont semblables.

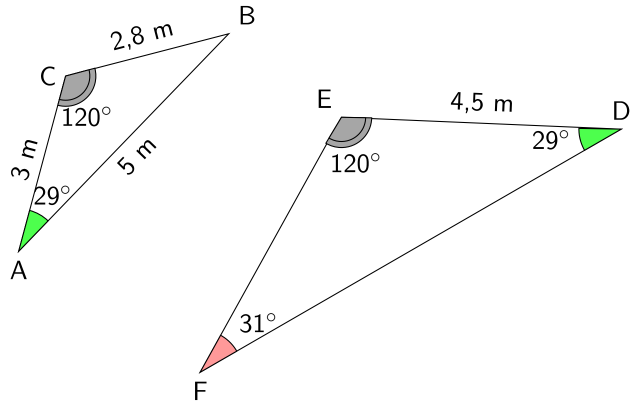
1) Que peut-on dire du tableau ci-contre ?

....
....
....

2) Calcule les longueurs manquantes :

ABC	$AB = 5$ cm	$AC = ...$ cm	$BC = 7$ cm
DEF	$DE = 15$ cm	$DF = 27$ cm	$EF = ...$ cm

☞ Exercice 16 :



1) Que peut-on dire des triangles ABC et DEF ? Justifier.

....

....

....

....

....

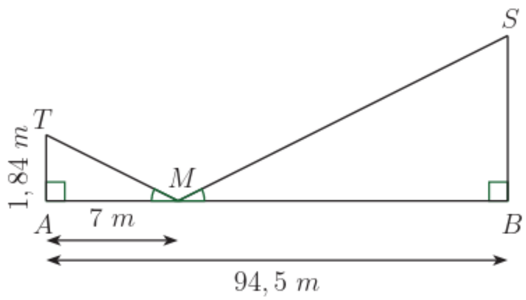
2) En déduire les longueurs EF et DF :

ABC	BC = 2,8 m	....	....
DEF	....	....	....

....

☞ Exercice 17 :

Pour estimer la hauteur de l'obélisque de la Concorde à Paris, un touriste mesurant 1,84 m regarde dans un miroir (M) dans lequel il arrive à voir le sommet (S) de l'obélisque. Les angles $\widehat{AMT}$ et $\widehat{BMS}$ ont la même mesure.
Calculer la hauteur de l'obélisque.



....

....

....

....

....

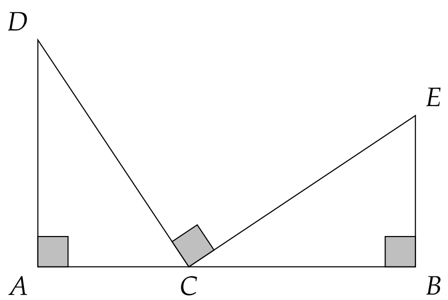
....

....

....

....

☞ Exercice 18 :



Les points A, C et B sont alignés.

1) Démontrer que $\widehat{ACD} = \widehat{BEC}$:

....

....

....

2) On donne $AC = 2$ cm, $AD = 4$ cm et $AB = 8$ cm. Calculer BC et BE :

....

....

....

....

Leçon n°3 : Notion de fonction

Les fonctions sont des objets mathématiques très importants. Elles servent à modéliser de nombreux phénomènes, qu'ils soient physiques, biologiques, technologiques ou économiques par exemple.

A) Définitions

Définition 1 : Fonction

Une **fonction** f est un *processus* qui à un nombre x associe un UNIQUE nombre $f(x)$ qui se lit « f de x ». On note :

$$f : x \mapsto f(x)$$

« La fonction f qui à x associe f de x. »

Exemple(s) :

1) Quelle est la fonction qui à un nombre x associe son double ?

....

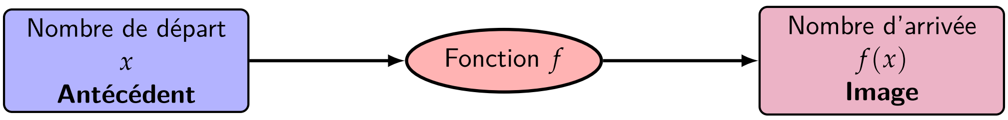
2) Quelle est la fonction qui à un nombre x associe la somme de son carré et de son triple ?

....

Définition 2 : Image/antécédent d'un nombre par une fonction

Soit la fonction $f : x \mapsto f(x)$. Alors :

- Le nombre $f(x)$ est l'**image de x par la fonction f.**
- Le nombre x est un **antécédent de $f(x)$ par la fonction f.**



Exemple(s) :

1) Soit la fonction $f : x \mapsto x^2 + 6$. Quelles sont les **images** de 0, de -2 et de -6 par f ?

....

2) Soit la fonction $g : x \mapsto x^2$. Quelles sont les **antécédents** de 0, de 9 et de -4 par g ?

....

Remarque : Un nombre a toujours **une seule image** par une fonction f. Par contre, un nombre peut avoir **aucun, un ou plusieurs antécédents** par une fonction f.

Méthode 1 : Calculer l'image d'un nombre par une fonction donnée

Pour calculer l'image d'un nombre par une fonction f donnée, il faut « faire passer le nombre dans la machine f ». Pour cela, on **remplace la variable (x) par le nombre choisi** dans l'expression de f.

Attention à ne pas oublier de rajouter les $\times$ omis dans l'écriture de la fonction ! $(2x = 2 \times x)$

Exemple(s) :

- Calculer l'image de 5 par la fonction $f : x \mapsto 4x - 2$:

....

- Calculer l'image de $1{,}9$ par $g : x \mapsto \dfrac{8x+3}{5x}$

....

Automatisme $\boxed{\text{F01}}$: Utiliser le vocabulaire des fonctions (image, antécédent...)

☞ **Exercice 19 :**

Une fonction f est telle que $f(-3) = 4$. Traduire cette égalité par une phrase contenant...

1) ... le mot « image » :

. . . .

2) ... le mot « antécédent » :

. . . .

☞ **Exercice 20 :**

Traduire les phrases suivantes par une égalité :

1) « L'image de 3 par la fonction f est -5 »

. . . .

2) « -4 est un antécédent de 7 par la fonction g »

. . . .

Automatisme $\boxed{\text{F02}}$: Calculer une image

☞ **Exercice 21 :**

Parmi les fonctions suivantes, entourer celle(s) qui, à un nombre x, associe son triple :

$f : x \mapsto x + 3$ $\quad$ $g(x) = 4x - x$ $\quad$ $h : x \mapsto 3x$

$j(x) = 3x^2$ $\quad$ $k(x) = 3x$ $\quad$ $l : x \mapsto -3x$

☞ **Exercice 22 :**

Calculer les images avec la méthode demandée (les questions sont indépendantes).

1) On donne le programme de calcul suivant qui correspond à une certaine fonction :

- ☞ Choisir un nombre.
- ☞ Multiplier ce nombre par 5.
- ☞ Ajouter 3 au résultat obtenu.

a. Appliquer ce programme de calcul au nombre 6 :

. . . .

b. Traduire ce calcul par une phrase contenant le mot « image ».

. . . .

2) Soit f la fonction définie par l'expression algébrique $f(x) = 2x + 9$.

a. Calculer l'image de 7 :

. . . .

b. Traduire ce calcul par une phrase contenant le mot « image ».

. . . .

Exercice 23 :

Calculer les images avec la méthode demandée (les questions sont indépendantes).

1) Soit g la fonction définie par $g : x \mapsto \dfrac{3x}{x+20}$.

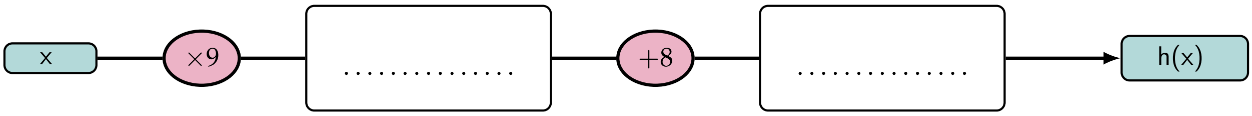
a. Calculer l'image de 5 :

....

b. Traduire ce calcul par une phrase contenant le mot « image ».

....

2) Soit h la fonction définie par le diagramme :



a. Calculer l'image de 3 :

....

b. Traduire ce calcul par une phrase contenant le mot « image ».

....

Exercice 24 :

1) On considère la fonction f définie par : $f : x \mapsto 4x - 10$. Calculer $f(-5)$:

....

2) On considère la fonction g définie par : $g : x \mapsto 3x^2 + 5x + 5$. Calculer $g(9)$:

....

3) On considère la fonction h définie par : $h : x \mapsto (3x-2)^2$. Calculer $h(-1)$:

....

4) On considère la fonction i définie par : $i : x \mapsto -8x + 8$. Calculer $i(1)$:

....

5) On considère la fonction j définie par : $j : x \mapsto (-4x+2)(4x-3)$. Calculer $j(-2)$:

....

6) On considère la fonction k définie par : $k : x \mapsto \dfrac{4}{8x+3}$. Calculer $k(-4)$:

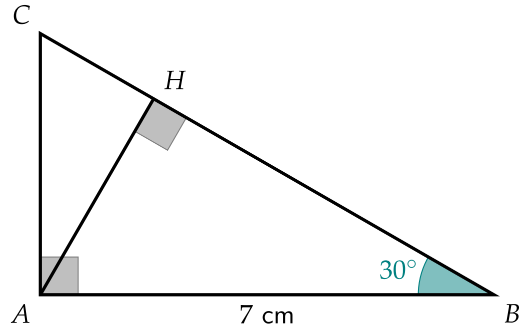
....

Vers le DNB

☞ **Exercice 25** - ***d'après Pondichéry Mai 2018 (exercice n°7 - 16 points)*** :

La figure ci-contre n'est pas à l'échelle.

On considère ci-dessus un triangle ABC rectangle en A tel que $\widehat{ABC} = 30°$ et $AB = 7$ cm. H est le pied de la hauteur issue de A.



1) Tracer la figure en vrai grandeur sur la copie. Laisser apparents les traits de construction.

2) Démontrer que $AH = 3,5$ cm.

....

....

....

....

....

....

....

3) Démontrer que les triangles ABC et HAC sont semblables.

....

....

....

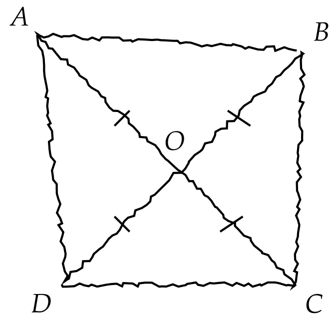
4) Déterminer le coefficient de réduction permettant de passer triangles ABC et HAC sont semblables.

....

....

....

☞ **Exercice 26** - ***d'après Asie Juin 2019 (exercice n°5 - 12 points)*** :



La figure ci-contre est codée et réalisée à main levée.

Elle représente un quadrilatère ABCD dont les diagonales se croisent en un point O.

On donne : $OA = 3,5$ cm et $AB = 5$ cm.

On s'intéresse à la nature du quadrilatère $ABCD$ qui a été représenté.

1) Peut-on affirmer que $ABCD$ est un rectangle ?

....

....

....

....

....

....

2) Peut-on affirmer que $ABCD$ est un carré ?

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

☞ **Exercice 27** - ***d'après Nouvelle-Calédonie Décembre 2020 (exercice n°3 - 11 points)*** :

On donne les deux programmes de calcul suivants :

Programme A	**Programme B**
☞ Choisir un nombre ☞ Soustraire 5 à ce nombre ☞ Multiplier le résultat par le nombre de départ	☞ Choisir un nombre ☞ Mettre ce nombre au carré ☞ Soustraire 4 au résultat

1) Alice choisit le nombre 4 et applique le programme A. Montrer qu'elle obtiendra -4.

....

....

....

2) Lucie choisit le nombre -3 et applique le programme B. Quel résultat va-t-elle obtenir ?

....

....

....

Tom souhaite trouver un nombre pour lequel des deux programmes de calculs donneront le même résultat. Il choisit x comme nombre de départ pour les deux programmes.

3) Montrer que le résultat du programme A peut s'écrira $x^2 - 5x$.

....

....

....

....

....

4) Exprimer en fonction de x le résultat obtenu avec le programme B.

....

....

....

....

5) Quel est le nombre que Tom cherche ? **Toute trace de recherche même non aboutie sera prise, en compte dans la notation.**

....

....

....

....

....

Brouillon