

Séquence 6

Leçon n°1 - Nombres et calculs : Équations du premier degré

Notions à connaître :		Page(s) :
Le vocabulaire des équations		3
Les méthodes de résolution d'une équation du premier degré		3 à 4

Trace écrite : **Carte mentale n°7 : « Équations »**, partie « Premier degré ».

Code	Automatismes à maîtriser :	Exercices :	Page(s) :
N17	<input type="checkbox"/> Résoudre les équations de la forme « $ax + b = c$ »	3 à 7	5 à 6
N18	<input type="checkbox"/> Résoudre les équations du premier degré en général	8 à 12	6 à 7

Leçon n°2 - Géométrie : En route vers Thalès... Les triangles semblables

Notions à connaître :		Page(s) :
La propriété sur la somme des angles d'un triangle		8
Les deux caractérisations des triangles semblables		8
La méthode pour trouver une longueur avec les triangles semblables		9

Trace écrite : **Carte mentale n°8 : « Triangles semblables »**, parties « Angler manquant » et « Calculer une longueur ».

Code	Automatismes à maîtriser :	Exercices :	Page(s) :
G06	<input type="checkbox"/> Calculer l'angle manquant dans un triangle	13 à 14	10
G07	<input type="checkbox"/> Calculer une longueur dans les triangles semblables	15 à 18	10 à 11

Leçon n°3 - Fonctions : Vocabulaire et calcul d'image

Notions à connaître :		Page(s) :
Les définitions de « image » et « antécédent »		12
La méthode de calcul d'une image		12

Trace écrite : **Carte mentale n°9 : « Fonctions »**, partie « Vocabulaire ».

Code	Automatismes à maîtriser :	Exercices :	Page(s) :
F01	<input type="checkbox"/> Utiliser le vocabulaire des fonctions (image, antécédent...)	19 à 20	13
F02	<input type="checkbox"/> Calculer une image	21 à 24	13 à 14

Mais aussi...

Tâche complexe : Piles de cubes Page(s) 2

Vers le DNB : n°7 Pond. Mai 2018 + n°5 Asie Juin 2019 + n°3 N.-C. Décembre 2020 ... Page(s) 15-17

Automatismes à réviser :

N14 : Factoriser un élément simple Voir séquence 5

G05 : Calculer la mesure d'un angle avec la trigonométrie Voir séquence 5

D05 : Calculer une augmentation ou une réduction Voir séquence 3

Tâche complexe : Piles de cubes

A) Vidéo et questions

Regarde attentivement la vidéo montrée en classe. **Quelles questions pourrait-on se poser ?**

.....

.....

.....

Voici la question choisie en classe :

.....

De quelles informations as-tu besoin pour répondre à cette question ?

.....

.....

B) À vous de jouer !

Vous avez toutes les cartes en main pour répondre à la question posée, au travail ! On fait chauffer le cerveau !

Mes recherches :

C) Conclusion

Qu'as-tu appris de cette activité ?

.....

.....

.....

Leçon n°1 : Équations

A) Vocabulaire et notions de base

🔗 Définition 1 : Vocabulaire des équations

- 🔗 Équation : c'est une égalité comportant au moins un nombre dont la valeur n'est pas connue.
- 🔗 Inconnue : c'est le nombre que l'on cherche, désigné par une lettre (souvent x).
- 🔗 Solution : c'est la valeur de l'inconnue qui rend l'égalité vraie.
- 🔗 Résoudre une équation : c'est trouver la (ou les) solution(s) de l'équation.

Remarque : une équation peut avoir plusieurs solutions, ou aucune !

🔗 Exemple(s) :

- 🔗 « $x + 1 = 3$ » est une équation avec **une seule inconnue (x)** et **une seule solution** qui est évidente : $x = 2$, car $2 + 1 = 3$.
- 🔗 « $y^2 = 4$ » est une équation avec **une seule inconnue (y)** mais avec **2 solutions !** En effet, $(-2)^2 = 4$ ET $2^2 = 4$

🔗 Méthode 1 : Principes généraux de résolution d'une équation

1. Une équation peut être considérée comme **une balance équilibrée** et qui doit **rester équilibrée** : si j'enlève 3 à un membre de l'équation, je dois enlever 3 aussi à l'autre. Si je divise un membre de l'équation par 2,5, je dois aussi diviser l'autre membre de l'équation par 2,5...
2. Pour résoudre une équation, on cherche à modifier son écriture (sans déséquilibrer la balance !) pour avoir **uniquement l'inconnue dans un membre de l'équation**, et **uniquement des constantes dans l'autre membre**.

B) Résoudre une équation

1. Équations « directes »

🔗 Propriété 1 : Addition et soustraction

Une égalité reste vraie si on **ajoute** ou **soustrait** un **même nombre** à chacun de ses membres :

$$\text{Si } A = B, \text{ alors : } \begin{cases} A + k = B + k \\ A - k = B - k \end{cases}$$

🔗 Exemple(s) :

$x + 3 = 7$

$x - 5 = 12$

$x + 9 = 2$

$x - 8 = -11$

$2x - 8 = x - 4$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 Propriété 2 : Multiplication et division

Une égalité reste vraie si on **multiplie** ou **divise** chacun de ses membres par un **même nombre** (différent de 0!) :

$$\text{Si } A = B \text{ et } k \neq 0, \text{ alors : } \begin{cases} A \times k = B \times k \\ A \div k = B \div k \end{cases}$$

🔗 Exemple(s) :

$$x \div 3 = 7$$

$$x \times 5 = 15$$

$$\frac{x}{2} = -3$$

$$6x = 42$$

🔗 Méthode 2 : Résolution des équations « directes »

Pour la plupart des équations, il suffit d'utiliser les deux propriétés ci-dessus, éventuellement plusieurs fois, jusqu'à **isoler la variable** dans un membre de l'égalité, et les constantes dans l'autre.

Pour savoir dans quel ordre effectuer les opérations, il faut **regarder les priorités opératoires** et les *dépiler*.

🔗 Exemple(s) :

$$3x + 4 = 10$$

$$5y - 3 = 17$$

$$7 + \frac{x}{3} = 9$$

$$\frac{2x - 5}{4} = 1,5$$

Exercice 1 :

On considère l'équation $3x - 2 = 2 + 12$.

- 1) Quelle est l'inconnue ?
- 2) Que vaut le membre de gauche de cette équation pour $x = 7$?
- 3) Que vaut le membre de droite de cette équation pour $x = 7$?
- 4) Que peut-on en conclure?

Exercice 2 :

Vrai ou faux? Justifie.

- 1) 10 est une solution de l'équation $2x + 1 = 11$. VRAI FAUX
- 2) 11 est une solution de l'équation $x^2 + 1 = 122$. VRAI FAUX
- 3) 5 est une solution de l'équation $2x + 1 = 11$. VRAI FAUX
- 4) -11 est une solution de l'équation $x^2 + 1 = 122$. VRAI FAUX

Automatisme N17 : Résoudre les équations de la forme « $ax + b = c$ »

Exercice 3 :

Résoudre les équations suivantes :

$$x + 2 = 3$$

$$x + 1 = 11$$

$$y - 8 = 12$$

$$z + 2 = -14$$

Exercice 4 :

Résoudre les équations suivantes :

$$-10 + a = 23$$

$$3 - h = 0$$

$$-5 + x = -9$$

$$7 + t = -8$$

Exercice 5 :

Résoudre les équations suivantes :

$$\frac{x}{5} = 11$$

$$7y = 12$$

$$\frac{z}{11} = -5$$

$$\frac{a}{-5} = 6$$

Exercice 6 :

Résoudre les équations suivantes :

$$-9h = 5$$

$$-\frac{y}{6} = -3$$

 **Exercice 7 :**

Résoudre les équations suivantes :

$$4x + 3 = 9$$

$$3x + 5 = 7$$

$$\frac{x}{3} - 4 = -2$$

.....

.....

.....

.....

Automatisme N18 : Résoudre les équations du premier degré en général

 **Exercice 8 :**

Résoudre les équations suivantes :

$$5x + 3 = 2x - 7$$

$$\frac{2x - 3}{5} = 7$$

$$4x + 5 = 3 - 3x$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

 **Exercice 9 :**

$$7x + 1 = 3x - 8$$

$$13x + 6 = 5x + 9$$

$$\frac{4x + 3}{2} = 3x$$

.....

.....

.....

.....

.....

$$x^2 + 5x - 2 = x^2 + 8$$

$$x^2 + 5x + 3 = x^2 + x - 5$$

$$7x - 11 = x + 7$$

.....

.....

.....

.....

.....

Leçon n°2 : Triangles semblables

A) Rappel sur les angles d'un triangle

🔑 Propriété 1 : Somme des angles d'un triangle

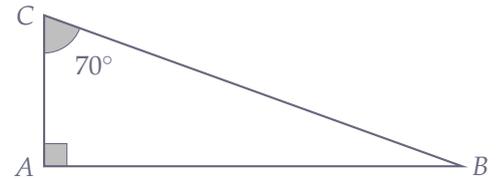
Dans un triangle, la somme des angles fait toujours 180° .

🔑 Exemple(s) :

Calculer la mesure de l'angle \widehat{ABC} dans le triangle ci-contre :

.....

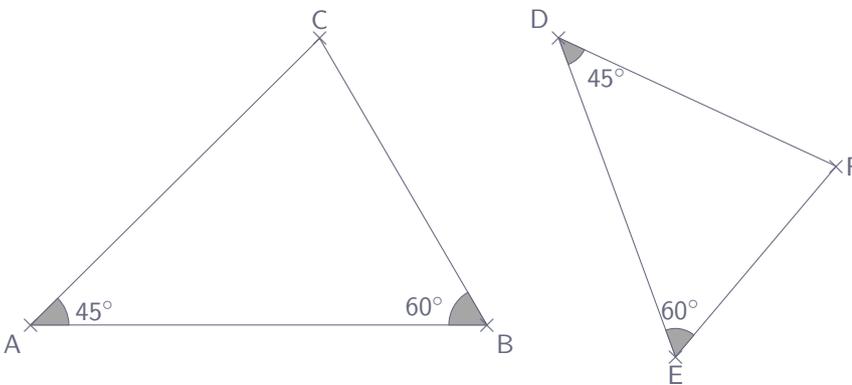
.....



B) Caractérisations

🔑 Définition 1 : Caractérisation par les angles Deux triangles sont semblables si leurs angles sont **deux à deux égaux**.

🔑 Exemple(s) :

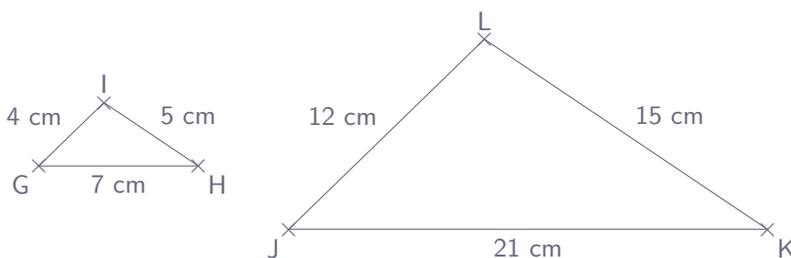


Triangle ABC	Triangle DEF
.....
.....
.....

Les triangles ABC et DEF ont leurs angles égaux deux à deux, ce sont donc des triangles semblables.

🔑 Définition 2 : Caractérisation par les longueurs Deux triangles sont semblables si leurs longueurs sont **deux à deux proportionnelles**.

🔑 Exemple(s) :



Triangle GHI	GH =	HI =	IG =
Triangle JKL	JK =	KL =	JL =

.....

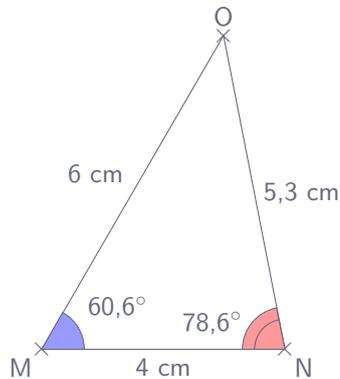
C'est bien un **tableau de proportionnalité** (de coefficient de proportionnalité ...) donc les triangles GHI et JKL sont semblables.

C) Utiliser les triangles semblables pour démontrer

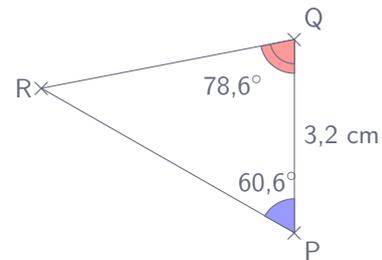
1. Trouver une longueur manquante dans des triangles semblables grâce à leurs angles.

Dans le cas où les angles sont connus et que l'on cherche l'une des longueurs, on utilise la **définition 1** pour démontrer que les triangles sont semblables, puis la **définition 2** pour dire que les longueurs sont proportionnelles et ainsi calculer la longueur manquante.

☞ Exemple(s) :



Calculer les longueurs RQ et RP dans le triangle ci-dessous :



☞ Méthode 1 :

1) Montrer que les triangles sont semblables :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) En déduire la (ou les) longueur(s) manquante(s) :

.....

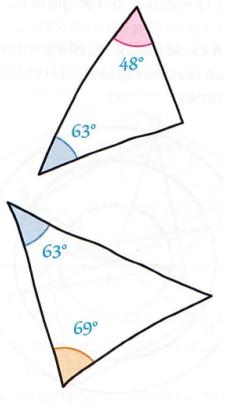
.....

.....

Angle « en face »	$\widehat{MON} = \widehat{PRQ}$	$\widehat{MNO} = \widehat{PQR}$	$\widehat{NMO} = \widehat{QPR}$
Triangle MNO
Triangle PQR

Automatisme G06 : Calculer l'angle manquant dans un triangle

Exercice 13 :



Les triangles ci-contre sont-ils semblables ? Justifier.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 14 :

Compléter les tableaux suivants avec la mesure de l'angle manquant et la nature du triangle. Écris tes calculs sous les tableaux :

\widehat{BAL}	\widehat{ALB}	\widehat{LBA}	Nature du triangle
20°	87°

\widehat{BOA}	\widehat{OAB}	\widehat{ABO}	Nature du triangle
90°	45°

.....

.....

.....

.....

\widehat{FER}	\widehat{ERF}	\widehat{RFE}	Nature du triangle
90°	68°

\widehat{BOL}	\widehat{OLB}	\widehat{LBO}	Nature du triangle
60°	60°

.....

.....

.....

.....

\widehat{PIN}	\widehat{INP}	\widehat{NPI}	Nature du triangle
.....	52°	76°

\widehat{AMI}	\widehat{MIA}	\widehat{IAM}	Nature du triangle
.....	83°	14°

.....

.....

.....

.....

Automatisme G07 : Calculer une longueur dans les triangles semblables

Exercice 15 :

Les triangles ABC et DEF sont semblables.

1) Que peut-on dire du tableau ci-contre ?

.....

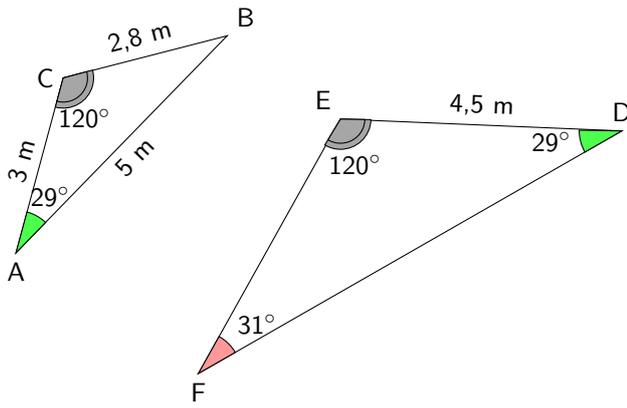
.....

.....

2) Calcule les longueurs manquantes :

ABC	$AB = 5 \text{ cm}$	$AC = \dots\dots \text{ cm}$	$BC = 7 \text{ cm}$
DEF	$DE = 15 \text{ cm}$	$DF = 27 \text{ cm}$	$EF = \dots\dots \text{ cm}$

Exercice 16 :



1) Que peut-on dire des triangles ABC et DEF ? Justifier.

.....

.....

.....

.....

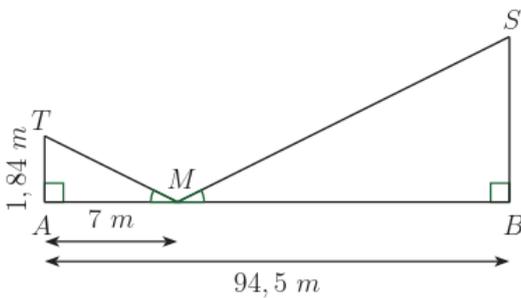
.....

2) En déduire les longueurs EF et DF :

ABC	BC = 2,8 m
DEF

Exercice 17 :

Pour estimer la hauteur de l'obélisque de la Concorde à Paris, un touriste mesurant 1,84 m regarde dans un miroir (M) dans lequel il arrive à voir le sommet (S) de l'obélisque. Les angles \widehat{AMT} et \widehat{BMS} ont la même mesure. Calculer la hauteur de l'obélisque.



.....

.....

.....

.....

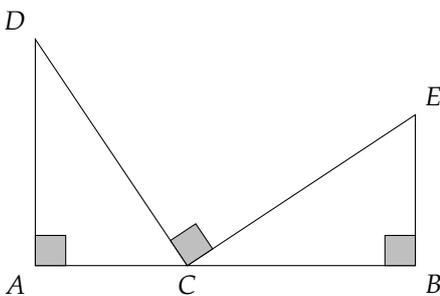
.....

.....

.....

.....

Exercice 18 :



Les points A, C et B sont alignés.

1) Démontrer que $\widehat{ACD} = \widehat{BEC}$:

.....

.....

.....

2) On donne $AC = 2$ cm, $AD = 4$ cm et $AB = 8$ cm. Calculer BC et BE :

.....

.....

.....

.....

Leçon n°3 : Notion de fonction

Les fonctions sont des objets mathématiques très importants. Elles servent à modéliser de nombreux phénomènes, qu'ils soient physiques, biologiques, technologiques ou économiques par exemple.

A) Définitions

🔊 Définition 1 : Fonction

Une **fonction** f est un *processus* qui à un nombre x associe un **UNIQUE** nombre $f(x)$ qui se lit « f de x ». On note :

$$f : x \mapsto f(x)$$

« La fonction f qui à x associe f de x . »

🔊 Exemple(s) :

1) Quelle est la fonction qui à un nombre x associe son double ?

.....

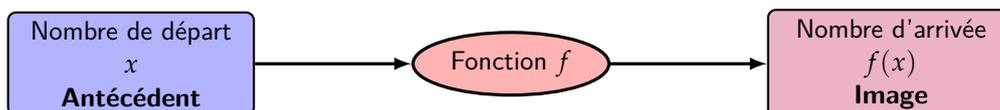
2) Quelle est la fonction qui à un nombre x associe la somme de son carré et de son triple ?

.....

🔊 Définition 2 : Image/antécédent d'un nombre par une fonction

Soit la fonction $f : x \mapsto f(x)$. Alors :

- 🔊 Le nombre $f(x)$ est l'**image** de x par la fonction f .
- 🔊 Le nombre x est un **antécédent** de $f(x)$ par la fonction f .



🔊 Exemple(s) :

1) Soit la fonction $f : x \mapsto x^2 + 6$. Quelles sont les **images** de 0, de -2 et de -6 par f ?

.....

2) Soit la fonction $g : x \mapsto x^2$. Quelles sont les **antécédents** de 0, de 9 et de -4 par g ?

.....

Remarque : Un nombre a toujours **une seule image** par une fonction f . Par contre, un nombre peut avoir **aucun, un ou plusieurs antécédents** par une fonction f .

🔊 Méthode 1 : Calculer l'image d'un nombre par une fonction donnée

Pour calculer l'image d'un nombre par une fonction f donnée, il faut « faire passer le nombre dans la machine f ». Pour cela, on **remplace la variable (x) par le nombre choisi** dans l'expression de f .

Attention à ne pas oublier de rajouter les \times omis dans l'écriture de la fonction ! ($2x = 2 \times x$)

🔊 Exemple(s) :

🔊 Calculer l'image de 5 par la fonction $f : x \mapsto 4x - 2$:

.....

🔊 Calculer l'image de 1,9 par $g : x \mapsto \frac{8x + 3}{5x}$

.....

Automatisme F01 : Utiliser le vocabulaire des fonctions (image, antécédent...)

Exercice 19 :

Une fonction f est telle que $f(-3) = 4$. Traduire cette égalité par une phrase contenant...

1) ... le mot « image » :

.....

2) ... le mot « antécédent » :

.....

Exercice 20 :

Traduire les phrases suivantes par une égalité :

1) « L'image de 3 par la fonction f est -5 »

.....

2) « -4 est un antécédent de 7 par la fonction g »

.....

Automatisme F02 : Calculer une image

Exercice 21 :

Parmi les fonctions suivantes, entourer celle(s) qui, à un nombre x , associe son triple :

$$f : x \mapsto x + 3$$

$$g(x) = 4x - x$$

$$h : x \mapsto 3x$$

$$j(x) = 3x^2$$

$$k(x) = 3x$$

$$l : x \mapsto -3x$$

Exercice 22 :

Calculer les images avec la méthode demandée (les questions sont indépendantes).

1) On donne le programme de calcul suivant qui correspond à une certaine fonction :

☞ Choisir un nombre.

☞ Multiplier ce nombre par 5.

☞ Ajouter 3 au résultat obtenu.

a. Appliquer ce programme de calcul au nombre 6 :

.....

b. Traduire ce calcul par une phrase contenant le mot « image ».

.....

2) Soit f la fonction définie par l'expression algébrique $f(x) = 2x + 9$.

a. Calculer l'image de 7 :

.....

b. Traduire ce calcul par une phrase contenant le mot « image ».

.....

 **Exercice 23 :**

Calculer les images avec la méthode demandée (les questions sont indépendantes).

1) Soit g la fonction définie par $g : x \mapsto \frac{3x}{x+20}$.

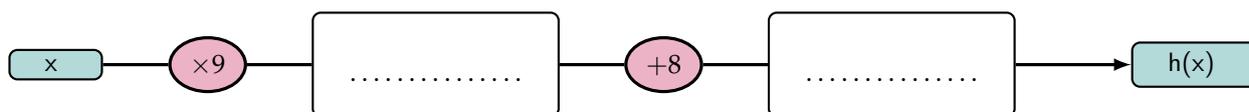
a. Calculer l'image de 5 :

.....

b. Traduire ce calcul par une phrase contenant le mot « image ».

.....

2) Soit h la fonction définie par le diagramme :



a. Calculer l'image de 3 :

.....

b. Traduire ce calcul par une phrase contenant le mot « image ».

.....

 **Exercice 24 :**

1) On considère la fonction f définie par : $f : x \mapsto 4x - 10$. Calculer $f(-5)$:

.....

2) On considère la fonction g définie par : $g : x \mapsto 3x^2 + 5x + 5$. Calculer $g(9)$:

.....

3) On considère la fonction h définie par : $h : x \mapsto (3x - 2)^2$. Calculer $h(-1)$:

.....

4) On considère la fonction i définie par : $i : x \mapsto -8x + 8$. Calculer $i(1)$:

.....

5) On considère la fonction j définie par : $j : x \mapsto (-4x + 2)(4x - 3)$. Calculer $j(-2)$:

.....

6) On considère la fonction k définie par : $k : x \mapsto \frac{4}{8x+3}$. Calculer $k(-4)$:

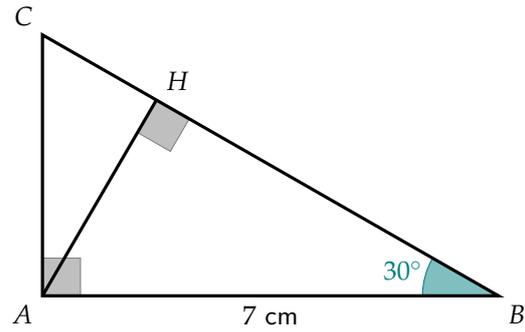
.....

Vers le DNB

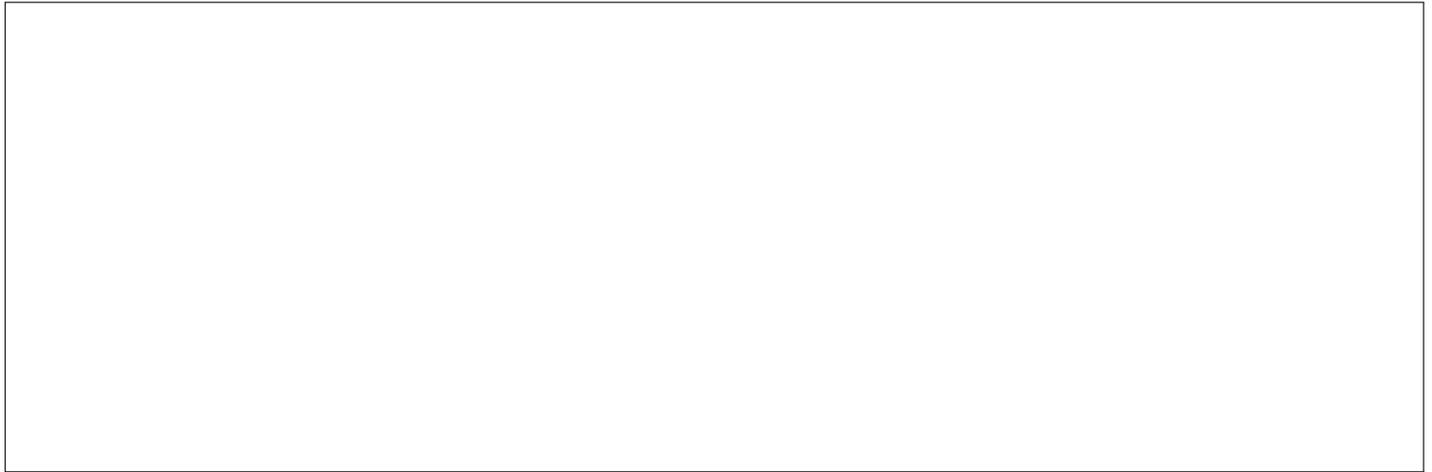
☞ **Exercice 25** - d'après Pondichéry Mai 2018 (exercice n°7 - 16 points) :

La figure ci-contre n'est pas à l'échelle.

On considère ci-dessus un triangle ABC rectangle en A tel que $\widehat{ABC} = 30^\circ$ et $AB = 7$ cm.
 H est le pied de la hauteur issue de A .



1) Tracer la figure en vrai grandeur sur la copie. Laisser apparents les traits de construction.



2) Démontrer que $AH = 3,5$ cm.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) Démontrer que les triangles ABC et HAC sont semblables.

.....

.....

.....

4) Déterminer le coefficient de réduction permettant de passer triangles ABC et HAC sont semblables.

.....

.....

.....

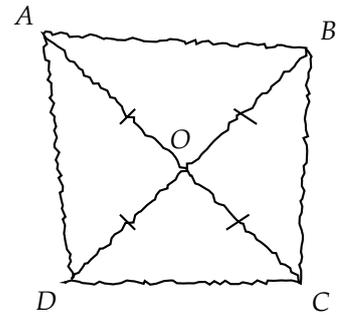
Exercice 26 - d'après Asie Juin 2019 (exercice n°5 - 12 points) :

La figure ci-contre est codée et réalisée à main levée.

Elle représente un quadrilatère $ABCD$ dont les diagonales se croisent en un point O .

On donne : $OA = 3,5$ cm et $AB = 5$ cm.

On s'intéresse à la nature du quadrilatère $ABCD$ qui a été représenté.



1) Peut-on affirmer que $ABCD$ est un rectangle ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) Peut-on affirmer que $ABCD$ est un carré ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

🔊 **Exercice 27 - d'après Nouvelle-Calédonie Décembre 2020 (exercice n°3 - 11 points) :**

On donne les deux programmes de calcul suivants :

Programme A	Programme B
☞ Choisir un nombre	☞ Choisir un nombre
☞ Soustraire 5 à ce nombre	☞ Mettre ce nombre au carré
☞ Multiplier le résultat par le nombre de départ	☞ Soustraire 4 au résultat

1) Alice choisit le nombre 4 et applique le programme A. Montrer qu'elle obtiendra -4 .

.....

.....

.....

2) Lucie choisit le nombre -3 et applique le programme B. Quel résultat va-t-elle obtenir ?

.....

.....

.....

Tom souhaite trouver un nombre pour lequel des deux programmes de calculs donneront le même résultat. Il choisit x comme nombre de départ pour les deux programmes.

3) Montrer que le résultat du programme A peut s'écrire $x^2 - 5x$.

.....

.....

.....

.....

.....

4) Exprimer en fonction de x le résultat obtenu avec le programme B.

.....

.....

.....

.....

5) Quel est le nombre que Tom cherche? **Toute trace de recherche même non aboutie sera prise, en compte dans la notation.**

.....

.....

.....

.....

.....

Brouillon

Handwriting practice area with a vertical margin line on the left and horizontal dotted lines for writing.

