Séquence 7

✐ ✎ ✐ Leçon n°1 - Géométrie : En route vers Thalès... Les triangles semblables ✎ ✐ ✎

Notions à **connaître** :	Page(s) :
La méthode de calcul d'un angle avec les triangles semblables.	2
La définition d'un facteur d'agrandissement ou de réduction.	2
Les propriétés des agrandissements et réductions.	3

❑ Trace écrite : **Carte mentale n°8 : « Triangles semblables »**, partie « Calculer un angle ».

Code	**Automatismes** à maîtriser :	Exercices :	Page(s) :
G08	❑ Calculer un angle dans des triangles semblables.	1 à 2	4
G09	❑ Calculer un facteur d'agrandissement/de réduction.	3 à 4	4 à 5
G10	❑ Connaître l'aire après agrandissement/réduction.	5 à 7	5

✐ ✎ ✐ Leçon n°2 - Fonctions : Calcul d'antécédents ✎ ✐ ✎

Notions à **connaître** :	Page(s) :
La méthode de calcul d'un antécédent.	6
La représentation sous forme de tableau de valeurs d'une fonction.	6

❑ Trace écrite : **Carte mentale n°9 : « Fonctions »**, parties « Calculer une image » et « Calculer un antécédent ».

Code	**Automatismes** à maîtriser :	Exercices :	Page(s) :
F03	❑ Calculer un antécédent.	8 à 10	7
F04	❑ Remplir et lire un tableau.	11 à 13	8

✐ ✎ ✐ Leçon n°3 - Données : Médiane ✎ ✐ ✎

Notions à **connaître** :	Page(s) :
Les définitions d'étendue et de médiane.	9
Les méthodes de calcul de la médiane dans le cas simple.	9 à 11

❑ Trace écrite : **Carte mentale n°6 : « Statistiques »**, partie « Médiane simple ».

Code	**Automatismes** à maîtriser :	Exercices :	Page(s) :
D10	❑ Calculer et interpréter une étendue.	14 à 15	12
D11	❑ Calculer une médiane dans un cas simple.	16 à 19	12 à 13

✐ ✎ ✐ Mais aussi... ✎ ✐ ✎

❑ Vers le DNB : n°3 Nouvelle-Calédonie Décembre 2019 + n°7 Asie Juin 2019 ....Page(s) 14

✐ ✎ ✐ Automatismes à réviser : ✎ ✐ ✎

❑ N18 : Résoudre les équations du premier degré. ....Voir séquence 6

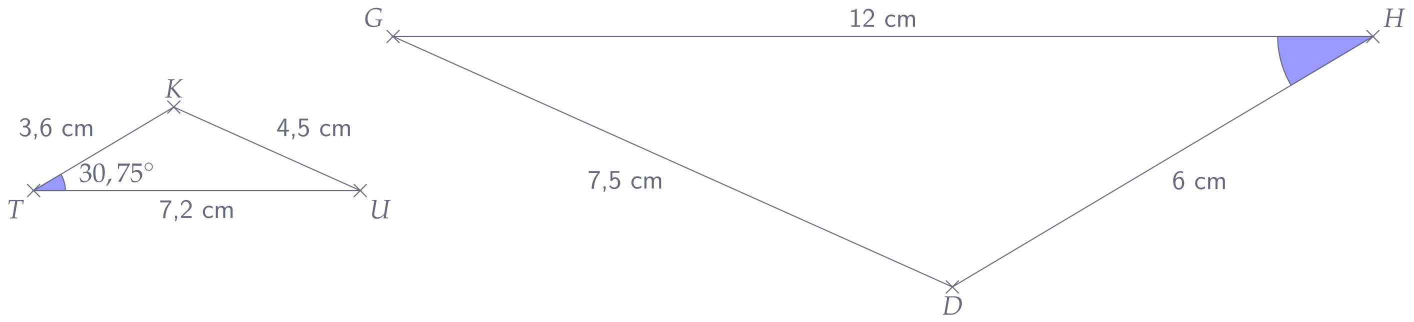
❑ F02 : Calculer une image. ....Voir séquence 6

❑ G02 : Pythagore sens indirect pour vérifier si un triangle est rectangle. ....Voir séquence 2

Leçon n°1 : Triangles semblables

☞ **Exemple(s) :**

Trouver l'angle $\widehat{GDH}$ dans le triangle ci-dessous :



Méthode 1 : Calculer un angle avec les triangles semblables

1) Montrer que les triangles sont semblables :

On crée le tableau en triant dans les deux lignes dans l'ordre croissant (ou décroissant, ce qui est important c'est de garder le même ordre), puis on vérifie que l'on a bien un tableau de proportionnalité :

Triangle TUK	3,6 cm	4,5 cm	7,2 cm
Triangle DGH	6 cm	7,5 cm	12 cm

$$\frac{3,6}{6} = \mathbf{0,6} \quad \text{et} \quad \frac{4,5}{7,5} = \mathbf{0,6} \quad \text{et} \quad \frac{7,2}{12} = \mathbf{0,6}$$

Il s'agit bien d'un tableau de proportionnalité, donc les triangles TUK et DGH sont semblables.

2) En déduire l'angle manquant :

On sait que si deux triangles sont semblables, alors leurs angles sont deux à deux égaux. On a donc :

$$\widehat{GDH} = \widehat{UTK} = \mathbf{30,75°}$$

A) Agrandissement et réduction

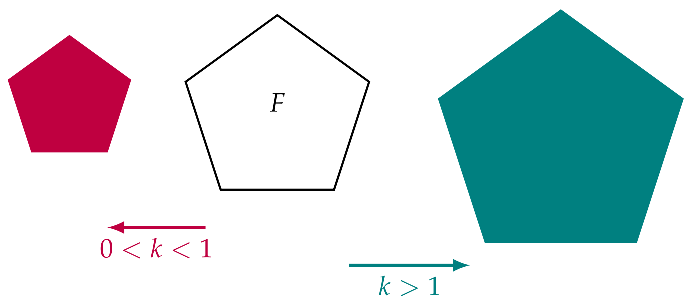
1. Facteur d'agrandissement/de réduction

Définition 1 : Agrandissement et réduction

Si, pour une figure F donnée, on multiplie toutes les longueurs par un nombre k strictement positif, alors on obtient :

- ☞ un **agrandissement** si $k > 1$;
- ☞ une **réduction** si $0 < k < 1$.

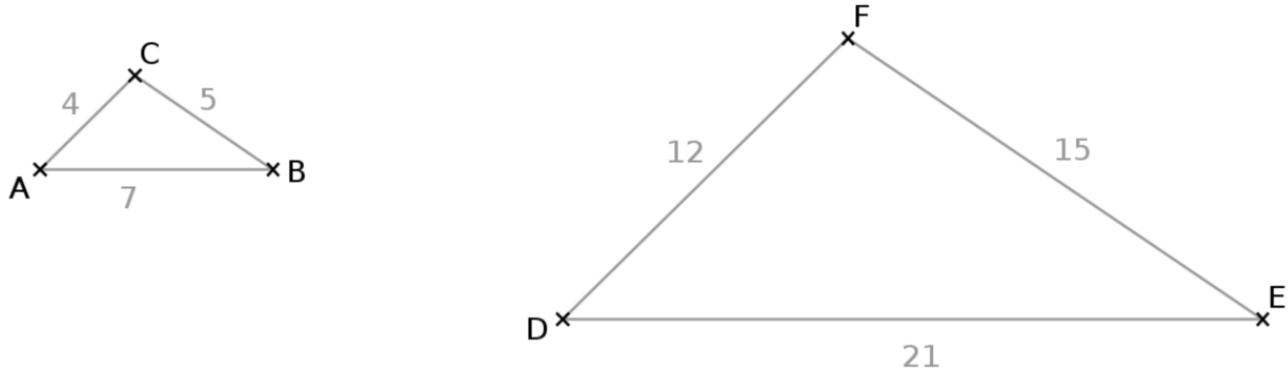
Remarque : si $k = 1$, alors les deux figures sont identiques.



Dans le cas des triangles semblables :

k est le **coefficient de proportionnalité** du tableau. Selon le cas, il est appelé **facteur d'agrandissement** ou **facteur de réduction**.

☞ **Exemple(s) :**



Triangle ABC	AB = 7	AC = 4	BC = 5
Triangle DEF	DE = 21	DF = 12	EF = 15

$\times 3$ $\div 3$

On peut donc dire que :

- ☞ Le triangle DEF est un **agrandissement** du triangle ABC de facteur **3**.
- ☞ Le triangle ABC est une **réduction** du triangle DEF de facteur $\mathbf{\frac{1}{3}}$.

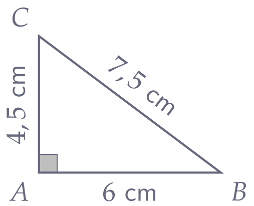
2. Propriétés des agrandissements et réductions

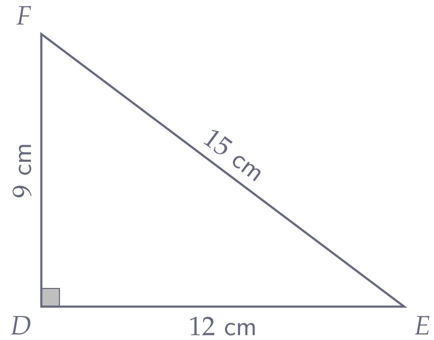
Propriété 1 :

Lors d'un agrandissement ou d'une réduction de facteur k :

- ☞ Les **angles** et le **parallélisme** sont **conservés** ;
- ☞ Les **aires** sont multipliées par $\mathbf{k^2}$.

☞ **Exemple(s) :**





1) Complète le tableau ci-dessous :

ABC	4,5 cm	6 cm	7,5 cm
DEF	9 cm	12 cm	15 cm

2) Que peut-on dire des triangles ABC et DEF ?

DEF est un **agrandissement** de ABC de facteur 2.

3) Calculer les aires de ces deux triangles et les comparer :

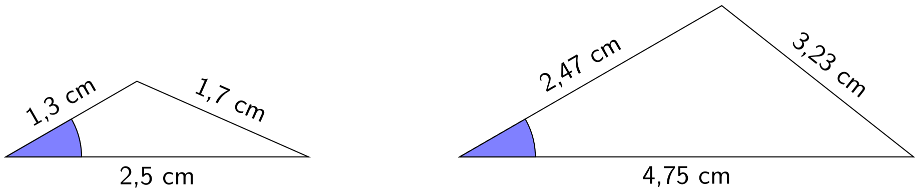
$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{4,5 \times 6}{2} = \mathbf{13,5\ cm}^2 \qquad \mathcal{A}_{DEF} = \frac{9 \times 12}{2} = \mathbf{54\ cm}^2$$

On remarque que $\mathcal{A}_{DEF} = 4 \times \mathcal{A}_{ABC}$, l'aire de DEF est donc égale à celle de ABC multipliée par $4 = 2^2$.

Automatisme G08 : Calculer un angle dans des triangles semblables.

Exercice 1 :

Juliette affirme : « Les angles marqués ont la même mesure ». **Cette affirmation est-elle exacte ? Justifier.**



$$\frac{2,47}{1,3} = 1,9 \quad \text{et} \quad \frac{3,23}{1,7} = 1,9 \quad \text{et} \quad \frac{4,75}{2,5} = 1,9$$

Les longueurs des triangles sont deux à deux proportionnelles, donc les triangles sont semblables, donc leurs angles sont deux à deux égaux. Donc **Juliette a raison**.

Exercice 2 :

Soient 2 triangles ABC et DEF tels que :

- Dans ABC : $AB = 4$ cm, $BC = 5$ cm, $AC = 7$ cm et $\widehat{ABC} = 115°$;
- Dans DEF : $DE = 12,5$ cm, $EF = 17,5$ cm, $DF = 10$ cm.

Que peut-on en déduire sur un des angles de DEF (et sur quel angle) ?

Triangle ABC	$AB = 4$ cm	$BC = 5$ cm	$AC = 7$ cm
Triangle DEF	$DF = 10$ cm	$DE = 12,5$ cm	$EF = 17,5$ cm

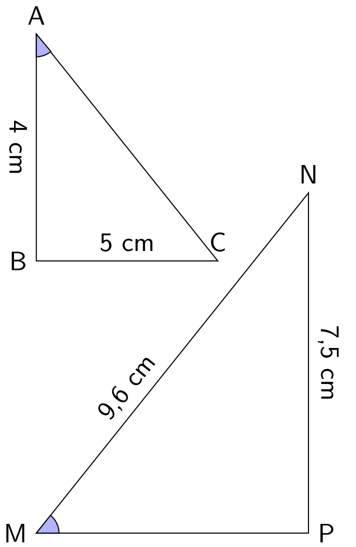
$$\frac{10}{4} = \mathbf{2,5} \qquad \text{et} \qquad \frac{12,5}{5} = \mathbf{2,5} \qquad \text{et} \qquad \frac{17,5}{7} = \mathbf{2,5}$$

Il s'agit d'un tableau de proportionnalité, donc les triangles ABC et DEF sont semblables, donc ils ont les mêmes angles. En particulier :

$$\widehat{\mathbf{EDF}} \text{ (en « face » de } [EF]) = \widehat{ABC} \text{ (en « face » de } [AC]) = \mathbf{115°}$$

Automatisme G09 : Calculer un facteur d'agrandissement/de réduction.

Exercice 3 :



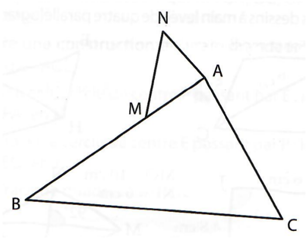
Les triangles ABC et MNP sont semblables.
Calculer le facteur d'agrandissement pour passer de ABC à MNP :

On compare les côtés situés face à l'angle marqué :

$$\frac{7,5}{5} = 1,5$$

Le facteur d'agrandissement pour passer de ABC à MNP est donc de **1,5**.

☞ **Exercice 4 :**



On donne les mesures suivantes : $AB = 4,8$ cm ; $AC = 3,6$ cm ; $BC = 5,7$ cm
$AN = 1,2$ cm ; $AM = 1,6$ cm ; $MN = 1,9$ cm

1) Expliquer pourquoi les triangles ABC et AMN sont semblables.

$$\frac{AN}{AC} = \frac{1,2}{3,6} = \frac{1}{3} \approx 0,33$$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{1,6}{4,8} = \frac{1}{3} \approx 0,33$$

$$\frac{MN}{BC} = \frac{1,9}{5,7} = \frac{1}{3} \approx 0,33$$

Les longueurs des triangles sont deux à deux proportionnelles, donc les triangles sont semblables.

2) Déterminer le facteur de réduction pour passer de ABC à AMN.

D'après la question 1, le rapport de réduction pour passer de ABC à AMN est $\frac{1}{3} \approx 0,33$.

Automatisme G10 : Connaître l'aire après agrandissement/réduction.

☞ **Exercice 5 :**

Lors d'une réduction, les longueurs sont multipliées par $\frac{2}{3}$. Par quel coefficient sont multipliées les aires ?

Le facteur de réduction est $k = \frac{2}{3}$, donc les aires sont multipliées par $k^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$.
Les aires sont donc multipliées par $\frac{4}{9}$ lors d'une réduction de facteur $\frac{2}{3}$.

☞ **Exercice 6 :**

Si on divise toutes les longueurs d'une figure par 2, par quel coefficient est multipliée son aire ?

Le facteur de réduction est $k = 0,5$, donc son aire est multipliée par $k^2 = 0,5^2 = \mathbf{0,25}$.

☞ **Exercice 7 :**

Si l'aire d'une figure est multipliée par $0,81$, par combien sont multipliées les longueurs des côtés ?

Si le facteur de réduction est k, on sait que l'on a $k^2 = 0,81$. Donc nécessairement $k = \sqrt{0,81} = \mathbf{0,9}$.

Leçon n°2 : Notion de fonction

A) Calculer un antécédent

Méthode 1 : Calculer le(s) antécédent(s) d'un nombre par une fonction donnée

Pour trouver le(s) antécédent(s) d'un nombre par une fonction f donnée, il faut « faire remonter la machine f ». Pour cela, on **pose une équation** :

$$f(x) = \text{nombre cherché}$$

La solution de cette équation est l'antécédent du nombre cherché.

Exemple(s) :

Calculer l'antécédent de 10 par la fonction $f : x \mapsto 4x - 2$:

$$f(x) = 10$$
$$4x - 2 = 10$$
$$4x - 2 + 2 = 10 + 2 = 12$$
$$4x \div 4 = 12 \div 4$$
$$\mathbf{x = 3}$$

On a donc $f(3) = 10$, autrement dit l'antécédent de 10 est 3 (ou 10 est l'image de 3 par f).

Exemple(s) :

Calculer l'antécédent de 2 par $g : x \mapsto \dfrac{8x+6}{5}$

$$g(x) = 2$$
$$\frac{8x+6}{5} = 2$$
$$\frac{8x+6}{5} \times 5 = 2 \times 5 = 10$$
$$8x + 6 - 6 = 10 - 6 = 4$$
$$8x \div 8 = 4 \div 8$$
$$\mathbf{x = 0,5}$$

On a donc $g(0,5) = 2$, autrement dit l'antécédent de 2 est $0,5$ (ou 2 est l'image de $0,5$ par g).

B) Représenter une fonction avec un tableau

Une fonction est généralement définie par sa « formule » (comme dans les exemples ci-dessus), mais elle peut être représentée de diverses manières, qui aident à mieux la visualiser, la comprendre, à trouver l'image ou l'antécédent de certaines valeurs... Cela permet aussi de comparer les fonctions entre elles par exemple. Dans cette partie nous allons considérer la fonction h suivante qui **à un nombre associe son carré moins 5**.

Remarque : Quelle est la formule de cette fonction ?

$$h : x \mapsto x^2 - 5$$

x	-6	-1	0	2	6	10
$h(x)$	**31**	**−4**	**−5**	**−1**	**31**	**95**

En utilisant le tableau ci-dessous, réponds aux questions suivantes :

1) Quelles sont les images de -6 et de 2 ?

D'après le tableau, L'image de -6 est 31, et l'image de 2 est -1.

2) Quels sont les antécédents de -5, de 95 et de 31 ?

D'après le tableau, -5 a pour antécédent 0, 95 a pour antécédent 10 et 31 a pour antécédents -6 et 6.

Automatisme F03 : Calculer un antécédent.

Exercice 8 :

1) Soit f la fonction définie par :

$$f : x \mapsto \frac{6}{5}x$$

Quel est l'antécédent de -36 par f ?

$f(x) = -36 \quad \Longrightarrow \quad \frac{6}{5}x = -36$

$\Longrightarrow \quad \frac{6}{5}x \times \frac{5}{6} = -36 \times \frac{5}{6}$

$\Longrightarrow \quad \mathbf{x = -30}$

L'antécédent de -36 par f est -30.

2) Soit p la fonction définie par :

$$p(x) = -7x + 2$$

Quel est l'antécédent de 65 par p ?

$p(x) = 65 \quad \Longrightarrow \quad -7x + 2 = 65$

$\Longrightarrow \quad -7x + 2 - 2 = 65 - 2 = 63$

$\Longrightarrow \quad -7x \div (-7) = 63 \div (-7)$

$\Longrightarrow \quad \mathbf{x = -9}$

L'antécédent de 65 par p est -9.

3) Soit m la fonction définie par :

$$m : x \mapsto -9x + 3$$

Quel est l'antécédent de -69 par m ?

$m(x) = -69 \quad \Longrightarrow \quad -9x + 3 = -69$

$\Longrightarrow \quad -9x + 3 - 3 = -69 - 3 = -72$

$\Longrightarrow \quad -9x \div (-9) = -72 \div (-9)$

$\Longrightarrow \quad \mathbf{x = 8}$

L'antécédent de -69 par m est 8.

Exercice 9 :

- Prendre un nombre x
- Le multiplier par 2
- Ajouter 5 au résultat
- On obtient $h(x)$

On donne le programme de calcul ci-contre.

1) Exprimer $h(x)$ en fonction de x :

$\rightarrow \mathbf{h(x) = 2x + 5}$

2) Quelle est l'image de $\frac{1}{3}$ par h ?

$\rightarrow \mathbf{h\left(\frac{1}{3}\right) = 2 \times \frac{1}{3} + 5 = \frac{17}{3} \approx 5,67}$

3) Donner le(s) antécédent(s) de 9 par la fonction h :

$2x + 5 = 9 \quad \Rightarrow \quad 2x + 5 - 5 = 9 - 5 \quad \Rightarrow \quad 2x = 4$

$\Rightarrow \quad 2x \div 2 = 4 \div 2 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{x = 2}$

2 est l'unique antécédent de 9 par la fonction h.

Exercice 10 :

- Choisir un nombre
- Prendre son carré
- Ajouter 4 au résultat
- Prendre l'inverse du nombre obtenu

On donne le programme de calcul ci-contre, qui représente la fonction g.

1) Quel nombre obtient-on si on choisit 1 comme nombre de départ ?

$1 \rightarrow 1^2 = 1 \rightarrow 1 + 4 = 5 \rightarrow \mathbf{\frac{1}{5}}$

2) En déduire la fonction g correspondant à ce programme de calcul :

$\mathbf{g : x \mapsto \frac{1}{x^2 + 4}}$

3) a. Donner l'image de 2 par la fonction g : $\rightarrow \mathbf{g(2) = \frac{1}{2^2 + 4} = \frac{1}{8}}$

b. Calculer $g(-1)$: $\rightarrow \mathbf{g(-1) = \frac{1}{(-1)^2 + 4} = \frac{1}{5}}$

c. 0 a-t-il un antécédent par la fonction g ? Pourquoi ?

Non, car il faudrait trouver un nombre x tel que $\frac{1}{x^2+4} = 0$, donc il faudrait que l'inverse de $x^2 + 4$ fasse 0. Or aucun nombre n'a pour inverse 0.

Automatisme F04 : Remplir et lire un tableau.

Exercice 11 :

On donne $g(x) = 2x^2$. compléter le tableau ci-dessous :

x	0	-1	2	-2
$g(x)$	$2 \times 0^2 = \mathbf{0}$	$2 \times (-1)^2 = \mathbf{2}$	$2 \times 2^2 = \mathbf{8}$	$2 \times (-2)^2 = \mathbf{8}$

Exercice 12 :

Voici le tableau de valeurs d'une fonction f :

x	-6	4	-4	-17	-1
$f(x)$	-1	-17	-6	-6	-7

1) Quelle est l'image de -1 par la fonction f ?

L'image de -1 par la fonction f est $\mathbf{-7}$. On note $f(-1) = -7$.

2) Quelle est l'image de -17 par la fonction f ?

L'image de -17 par la fonction f est $\mathbf{-6}$. On note $f(-17) = -6$.

3) Déterminer le(s) antécédent(s) de -6 par la fonction f :

-6 a deux antécédents par la fonction f : $\mathbf{-17}$ et $\mathbf{-4}$. On note $f(-17) = f(-4) = -6$.

4) Déterminer le(s) antécédent(s) de -1 par la fonction f :

-1 a un seul antécédent par la fonction f : $\mathbf{-6}$. On note $f(-6) = -1$.

5) Compléter :

$$f(-17) = \mathbf{-6}$$

6) Compléter :

$$f(\mathbf{4}) = -17$$

Exercice 13 :

On donne $h : x \mapsto 5x - 2$. compléter le tableau ci-dessous :

x	0	$\mathbf{2}$	-5	$\mathbf{0,4}$
$h(x)$	$5 \times 0 - 2 = \mathbf{-2}$	8	$5 \times (-5) - 2 = \mathbf{-27}$	0

Écris tes calculs ci-dessous :

$h(x) = 8 \implies 5x - 2 = 8 \implies 5x - 2 + 2 = 8 + 2 = 10$
$\implies 5x \div 5 = 10 \div 5 \implies \mathbf{x = 2}$

$h(x) = 0 \implies 5x - 2 = 0 \implies 5x - 2 + 2 = 0 + 2 = 2$
$\implies 5x \div 5 = 2 \div 5 \implies \mathbf{x = \frac{2}{5} = 0,4}$

Leçon n°3 : Médiane simple

A) Caractéristiques de position et de dispersion d'une série statistique

Exemple(s) :

Dans cette partie, nous allons utiliser les notes de 9 élèves à leur DNBB1 de mathématiques :

✳ 47 ✳ 18 ✳ 12 ✳ 19 ✳ 52 ✳ 27 ✳ 35 ✳ 21 ✳ 35 ✳

On appelle « caractéristiques de position » les indicateurs tels que la **moyenne** ou la **médiane**, qui donnent une information sur la représentativité générale de la série statistique étudiée. On appelle « caractéristiques de dispersion » les indicateurs tels que l'**étendue** ou l'**écart-type** qui donnent des informations sur la façon dont les données sont « étalées » ou « regroupées ».

Définition 1 : Étendue

L'étendue d'une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de cette série.

Exemple(s) :

Quelle est l'étendue de la série statistique ci-dessus ?

Minimum $= 12$
Maximum $= 52$

L'étendue est donc de 52 - 12 $=$ **40.**

Définition 2 : Médiane

La médiane d'une série statistique est la valeur qui sépare cette série en 2 ensembles de **même effectif**.

Exemple(s) :

Quelle est la médiane de la série statistique ci-dessus ?

Classons les notes dans l'ordre croissant :

$$\underbrace{12 \leqslant 18 \leqslant 19 \leqslant 21}_{\text{4 valeurs}} \leqslant 27 \leqslant \underbrace{35 \leqslant 35 \leqslant 47 \leqslant 52}_{\text{4 valeurs}}$$

La médiane est donc de 27.

B) Calculer la médiane si la série a un effectif IMPAIR

Propriété 1 : Effectif IMPAIR

Lorsque la série est d'**effectif IMPAIR** $\mathbf{n}$, sa médiane se trouve à la position $\boxed{\dfrac{\mathbf{n+1}}{\mathbf{2}}}$.

Exemple(s) :

Soit la série suivante :

$$\underset{n°1}{4{,}2} \leqslant \underset{n°2}{7} \leqslant \underset{n°3}{8} \leqslant \underset{n°4}{9} \leqslant \underset{n°5}{14{,}75}$$

Quelle est sa médiane ?

Cette série est d'**effectif 5 impair**. Sa médiane se trouve donc à la $\dfrac{\mathbf{5+1}}{\mathbf{2}} = \dfrac{6}{2} = \mathbf{3}^{\text{ème}}$ position $\Longrightarrow$ $\boxed{\textbf{médiane = 8}}$.

☞ **Exemple(s) :**

Dans cette partie, nous allons utiliser les notes des élèves d'une première classe :

✳ 9 ✳ 19 ✳ 52 ✳ 6 ✳ 35 ✳ 7 ✳ 12 ✳ 8 ✳ 47 ✳ 22 ✳ 7 ✳ 47 ✳
✳ 7 ✳ 18 ✳ 23 ✳ 39 ✳ 6 ✳ 31 ✳ 8 ✳ 15 ✳ 74 ✳ 16 ✳ 12 ✳

1) Ranger les notes par ordre croissant :

$$6 \leqslant 6 \leqslant 7 \leqslant 7 \leqslant 7 \leqslant 8 \leqslant 8 \leqslant 9 \leqslant 12 \leqslant 12 \leqslant 15 \leqslant 16 \leqslant 18 \leqslant 19 \leqslant 22 \leqslant 23 \leqslant 31 \leqslant 35 \leqslant 39 \leqslant 47 \leqslant 47 \leqslant 52 \leqslant 74$$

2) Quel est l'effectif de cette série statistique ?

Il y a **23 notes (impair)** dans cette série.

3) En déduire la position de la médiane de cette série statistique :

$$\text{Position de la médiane} = \frac{23+1}{2} = \frac{24}{2} = \mathbf{12^{ème}\ place}$$

4) En déduire la médiane de cette série statistique :

Médiane $=$ **16**

5) Calculer la moyenne de cette série statistique :

$$\text{Moyenne} = \frac{6+6+7+7+\cdots+47+52+74}{23} = \frac{520}{23} \approx \mathbf{22,6}$$

6) Que remarques-tu ? Comment peut-on l'expliquer ?

On remarque que la **moyenne (22,6)** est bien plus haute que la **médiane (16)**. Cela s'explique par les quelques très bonnes notes (52 et 74 en particulier) qui « tirent la moyenne vers le haut », alors que **la médiane n'est pas influencée par les valeurs extrêmes**.

C) Calculer la médiane si la série a un effectif PAIR

Dans le cas où l'effectif est pair, il n'y a pas d'élément « au centre » de la série. Il faut donc faire **la moyenne des 2 éléments centraux** :

Propriété 2 : Effectif PAIR

Lorsque la série est d'**effectif PAIR n**, sa médiane est donnée par la **moyenne** des éléments situés aux positions $\boxed{\frac{n}{2}}$ **et le suivant**.

☞ **Exemple(s) :**

Soit la série suivante :

$$\underset{n°1}{4,16} \leqslant \underset{n°2}{4,2} \leqslant \underset{n°3}{7} \leqslant \underset{n°4}{8} \leqslant \underset{n°5}{9} \leqslant \underset{n°6}{14,75}$$

Quelle est sa médiane ?

Cette série est d'**effectif 6 pair**. Sa médiane est donc la moyenne des éléments situés à la $\frac{6}{2} = \mathbf{3^{ème}}$ et $\mathbf{4^{ème}}$ positions :

$$\Longrightarrow \boxed{\textbf{médiane} = \frac{7+8}{2} = 7,5}$$

☞ **Exemple(s) :**

Dans cette partie, nous allons utiliser les notes des élèves d'une seconde classe :

✳ 47 ✳ 54 ✳ 49 ✳ 29 ✳ 19 ✳ 19 ✳ 64 ✳ 7 ✳ 6 ✳
✳ 28 ✳ 3 ✳ 10 ✳ 35 ✳ 17 ✳ 31 ✳ 22 ✳ 11 ✳ 12 ✳
✳ 16 ✳ 11 ✳ 11 ✳ 12 ✳ 28 ✳ 10 ✳ 1 ✳ 11 ✳

1) Ranger les notes par ordre croissant :

$$1 \leqslant 3 \leqslant 6 \leqslant 7 \leqslant 10 \leqslant 10 \leqslant 11 \leqslant 11 \leqslant 11 \leqslant 11 \leqslant 12 \leqslant 12 \leqslant 16 \leqslant 17 \leqslant 19 \leqslant 19 \leqslant 22 \leqslant 28 \leqslant 28 \leqslant 29 \leqslant 31$$
$$\leqslant 35 \leqslant 47 \leqslant 49 \leqslant 54 \leqslant 64$$

2) Quel est l'effectif de cette série statistique ?

Il y a **26 notes (pair)** dans cette série.

3) En déduire la position de la médiane de cette série statistique :

$$\text{Position de la médiane (entre)} = \frac{\mathbf{26}}{\mathbf{2}} = \mathbf{13^{ème}} \text{ et } \mathbf{14^{ème}} \textbf{ places}$$

4) En déduire la médiane de cette série statistique :

$$\text{Médiane} = \frac{16+17}{2} = \mathbf{16,5}$$

5) Calculer la moyenne de cette série statistique :

$$\text{Moyenne} = \frac{1+3+6+7+\cdots+31+35+47+49+54+64}{26} = \frac{563}{26} \approx \mathbf{21,7}$$

6) Que remarques-tu ? Comment peut-on l'expliquer ?

On remarque que la **moyenne (21,7)** est bien plus haute que la **médiane (16,5)**. Cela s'explique par les quelques très bonnes notes (54 et 64 en particulier) qui « tirent la moyenne vers le haut », alors que **la médiane n'est pas influencée par les valeurs extrêmes**.

Automatisme D10 : Calculer et interpréter une étendue.

Exercice 14 :

Calculer l'**étendue** de chacune des séries de valeurs suivantes :

1) $6 \quad 8 \quad 10 \quad 13 \quad 14 \quad 17$

Étendue $= 17 - 6 = \mathbf{11}$

2) $165 \quad 175 \quad 187 \quad 165 \quad 170$

Étendue $= 187 - 165 = \mathbf{22}$

3) $0 \quad -5 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad -2 \quad -1$

Étendue $= 0 - (-5) = 0 + 5 = \mathbf{5}$

4) $1 \quad 1,2 \quad 1,4 \quad 1,85 \quad 1,6 \quad -0,72$

Étendue $= 1,85 - (-0,72) = 1,85 + 0,72 = \mathbf{2,57}$

Exercice 15 :

Victor a obtenu ces notes ce trimestre-ci en mathématiques :

$$14 \;;\; 12 \;;\; 2 \;;\; 6 \;;\; 12 \;;\; 13 \text{ et } 5$$

Calculer l'étendue de cette série de notes.

La note la plus basse est : 2 et la note la plus haute est : 14.
Donc l'étendue de cette série est : $14 - 2 = \mathbf{12}$

Automatisme D11 : Calculer une médiane dans un cas simple.

Exercice 16 :

Calculer la **médiane** de chacune des séries de valeurs suivantes :

1) $7 \quad 18 \quad 23 \quad 11 \quad 10 \quad 13 \quad 15$

$7 < 10 < 11 < 13 < 15 < 18 < 23.$

Série d'effectif 7 **impair** donc la médiane est au $\dfrac{7+1}{2} = \dfrac{8}{2} = 4^{\text{ème}}$ élément :

Médiane $= \mathbf{13}$

2) $0 \quad -3 \quad -2 \quad 5 \quad 11 \quad 10$

$-3 < -2 < 0 < 5 < 10 < 11.$

Série d'effectif 6 **pair** donc la médiane est entre les $\dfrac{6}{2} = 3^{\text{ème}}$ et $4^{\text{ème}}$ éléments :

Médiane $= \dfrac{5+0}{2} = \mathbf{2,5}$

3) $7,3 \quad 4,9 \quad 5,8 \quad 8,4 \quad 5,2 \quad 3,1 \quad 5,2 \quad 7,3$

$3,1 < 4,9 < 5,2 < 5,2 < 5,8 < 7,3 < 7,3 < 8,4.$

Série d'effectif 8 **pair** donc la médiane est entre les $\dfrac{8}{2} = 4^{\text{ème}}$ et $5^{\text{ème}}$ éléments :

Médiane $= \dfrac{5,2+5,8}{2} = \dfrac{11}{2} = \mathbf{5,5}$

Exercice 17 :

Dans un appartement, voici la liste des puissances des ampoules :

100 W 80 W 40 W 60 W 100 W 80 W 100 W

Proposer une série de même effectif, mais dont la puissance médiane est de moitié :

Calculons d'abord la médiane de cette série : $40 < 60 < 80 < 80 < 100 < 100 < 100$.

C'est une série de 7 éléments (impair) donc la médiane est au $\dfrac{7+1}{2} = \dfrac{8}{2} = 4^{\text{ème}}$ élément, donc la médiane est de **80 W**.

Il suffit de prendre la même série en divisant chaque valeur par 2 : $20 < 30 < 40 < 40 < 50 < 50 < 50$ (ce n'est pas la seule solution), de médiane **40 W**.

Exercice 18 :

Inventer une série de valeurs entières et strictement inférieures à 10 dont l'effectif est 7, l'étendue 8 et la médiane 2 :

Étendue $= 8 \implies$ les plus grandes et plus petites valeurs sont 0 et 8, ou 1 et 9.

Médiane $= 2$ et effectif $= 7 \implies$ la $\dfrac{7+1}{2} = \dfrac{8}{2} = 4^{\text{ème}}$ valeur est 2.

On peut donc par exemple prendre : $\mathbf{1} \quad 1 \quad 1 \quad 2 \quad 9 \quad 9 \quad \mathbf{9}$.

Exercice 19 :

D'après DNB Centres étrangers 2016.
Une nouvelle boutique a ouvert à Paris. Elle vend exclusivement des macarons (petites pâtisseries). L'extrait de tableur ci-dessous indique le nombre de macarons vendus une semaine :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche	TOTAL
2	Nb	324	240	310	204	318	386	468	2 250

1) Quelle formule doit être saisie dans la case `I2` pour calculer le nombre total de macarons vendus dans la semaine ?

`=SOMME(B2:H2)`

2) Calculer le nombre moyen de macarons vendus par jour. Arrondir à l'unité.

$$\text{Moyenne} = \frac{324+240+310+204+318+386+468}{7} = \frac{2\ 250}{7} \approx \mathbf{312}$$

La boutique a vendu en moyenne environ 312 macarons par jour.

3) Calculer le nombre médian de macarons. À quoi correspond cette valeur ?

Il y a 7 valeurs (impair), c'est donc la $\dfrac{7+1}{2} = 4^{\text{ème}}$ valeur dans l'ordre croissant :

$$204 < 240 < 310 < \mathbf{318} < 324 < 386 < 468$$

La médiane du nombre de macarons vendus est donc de 318. Cela signifie qu'il y a autant de jours où l'on a vendu 318 macarons ou moins, que de jours où on en a vendu 318 ou plus.

4) Calculer la différence entre le nombre de macarons vendus le Dimanche et le Jeudi. À quoi correspond cette valeur ?

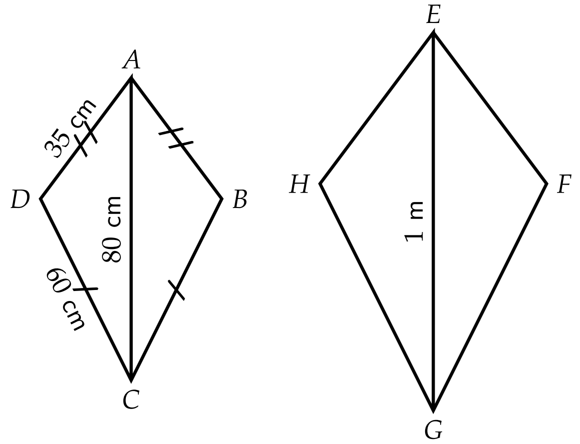
Étendue $= 468 - 204 = \mathbf{264}$.

Il s'agit de l'écart entre le nombre de macarons vendus le « mailleur » et le « pire » jour.

Vers le DNB

Exercice 20 - *d'après Nouvelle-Calédonie Décembre 2019 (exercice n°3 - 10 points)* :

Le quadrilatère $EFGH$ est un agrandissement de $ABCD$.
Le schéma ci-contre n'est pas à l'échelle.
On donne $AC = 80$ cm et $GE = 1$ m.



1) Montrer que le coefficient d'agrandissement est $1,25$.

1 m = 100 cm donc le coefficient vaut bien : $\dfrac{100}{80} = \mathbf{1,25}$.

2) Calculer GH et EF.

$GH = DC \times 1,25 = 60 \times 1,25 = \mathbf{75}$ **cm**.

$EF = AD \times 1,25 = 35 \times 1,25 = \mathbf{43,75}$ **cm**.

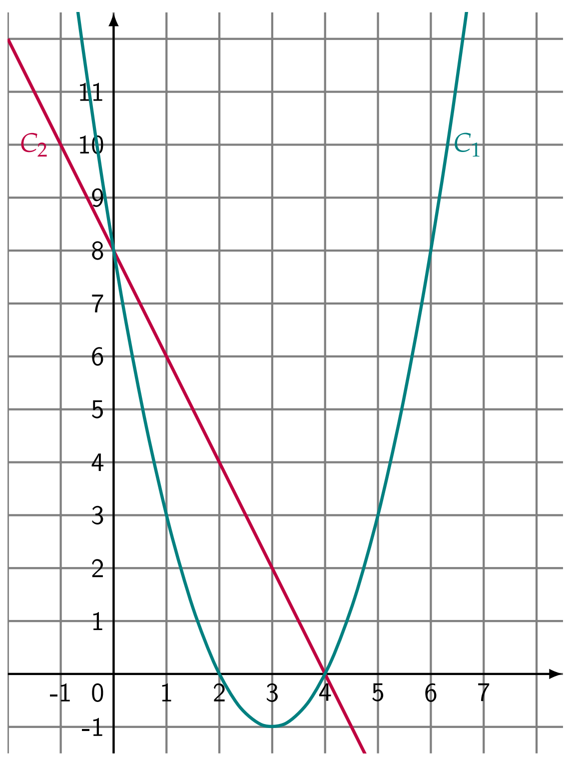
3) On considère que l'aire du quadrilatère $ABCD$ est égale à 1 950 cm^2. Calculer l'aire de $EFGH$ en cm^2. *Arrondir à l'unité.*

Le coefficient d'agrandissement pour passer de $ABCD$ à $EFGH$ étant de $1,25$, l'aire est multipliée par **le carré de ce coefficient** :

$$\mathcal{A}_{EFGH} = \mathcal{A}_{ABCD} \times 1,25^2 = 1\ 950 \times 1,25^2 \approx \mathbf{3\ 047\ cm^2}$$

Exercice 21 - *d'après Asie Juin 2019 (exercice n°7 - 16 points)* :

Les représentations graphiques C_1 et C_2 de deux fonctions sont données dans le repère ci-dessous.
Une de ces deux fonctions est la fonction f définie par $f(x) = -2x + 8$.



1) Laquelle de ces deux représentations est celle de la fonction f ?

f est une **fonction affine** (voir séquence 10) donc elle est représentée par une droite, c'est donc la courbe C_2.

Autrement : $f(2) = -2 \times 2 + 8 = \mathbf{4}$ donc la courbe représentative de f doit passer par le point de coordonnées $(2,4)$, ce qui est le cas de C_2.

2) Que vaut $f(3)$?

$f(3) = -2 \times 3 + 8 = -6 + 8 = \mathbf{2}$

3) Calculer le nombre qui a pour image 6 par la fonction f.

On cherche x tel que $f(x) = 6$:

$$-2 \times x + 8 = 6$$

$$-2 \times x + 8 - 8 = 6 - 8 = -2$$

$$-2 \times x \div (-2) = -2 \div (-2)$$

$$\mathbf{x = 1}$$

4) La feuille de calcul ci-dessous permet de calculer des images par la fonction f.

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	-2	-1	0	1	2	3
2	$f(x)$						

Quelle formule peut-on saisir dans la cellule `B2` avant de l'étirer vers la droite jusqu'à la cellule `G2` ? → `=-2*B2+8`

Brouillon