

Séquence 8

Leçon n°1 - Nombres et calculs : Arithmétique - Divisibilité

Notions à connaître :		Page(s) :
Le vocabulaire de l'arithmétique.		2
La division euclidienne.		2
Les critères de divisibilité.		3
La méthode pour trouver tous les diviseurs d'un nombre.		3

Trace écrite : Carte mentale n°11 : « Arithmétique », parties « Division euclidienne » et « Diviseurs d'un nombre ».

Code	Automatismes à maîtriser :	Exercices :	Page(s) :
N19	<input type="checkbox"/> Effectuer et interpréter une division euclidienne.	1 à 5	4
N20	<input type="checkbox"/> Utiliser les critères de divisibilité.	6 à 8	4 et 5
N21	<input type="checkbox"/> Lister tous les diviseurs d'un nombre.	9 à 11	5

Leçon n°2 - Géométrie : Théorème de Thalès - sens direct

Notions à connaître :		Page(s) :
Quand utiliser le théorème de Thalès dans le sens direct.		7
Les 2 configurations du théorème de Thalès.		7
Les étapes de démonstration avec le théorème de Thalès sens direct.		7

Trace écrite : Carte mentale n°10 : « Théorème de Thalès », partie « Sens direct ».

Code	Automatismes à maîtriser :	Exercices :	Page(s) :
G11	<input type="checkbox"/> Justifier que des droites sont parallèles avec les angles.	12 à 13	10
G12	<input type="checkbox"/> Reconnaître une configuration de Thalès.	14	10
G13	<input type="checkbox"/> Écrire les égalités de rapports.	15	11
G14	<input type="checkbox"/> Utiliser Thalès sens direct pour calculer une longueur.	16 à 19	12

Mais aussi...

Tâche complexe : Le Tipi Page(s) 6

Vers le DNB : Métropole 09/2021 + Nouv.-Calédonie 12/2023 + Ant.-Guyane 09/2020 .. Page(s) 13-15

Automatismes à réviser :

G10 : Connaître l'aire après agrandissement/réduction Voir séquence 7

F03 : Calculer un antécédent Voir séquence 7

N10 : Traduire un programme de calcul par une expression littérale Voir séquence 3

Leçon n°1 : Arithmétique - Divisibilité

L'**arithmétique** est le domaine des mathématiques qui étudie les **nombre entiers**, c'est-à-dire ceux « sans virgule ». C'est un domaine des mathématiques qui a notamment de nombreuses applications en cryptographie, en particulier grâce à l'étude de certains nombres particuliers appelés « nombres premiers ».

Remarque importante : Dans tout ce cours, a et b seront des nombres entiers positifs, avec $b \neq 0$.

A) Division euclidienne

🔗 Définition 1 : Division euclidienne

Effectuer la **division euclidienne** de a par b , c'est trouver deux autres nombres **entiers positifs** q et r tels que :

$$a = b \times q + r \quad \text{et} \quad r < b$$

↙
↖
↖
↙

dividende diviseur quotient reste

🔗 Exemple(s) :

Pose et effectue les divisions euclidiennes suivantes :

$361 \div 7 :$

.....

 🗨 dividende :
 🗨 diviseur :
 🗨 quotient :
 🗨 reste :

$35 \div 5 :$

.....

 🗨 dividende :
 🗨 diviseur :
 🗨 quotient :
 🗨 reste :
 On dit que 35 est **divisible par 5**.

$9 \div 15 :$

.....

 🗨 dividende :
 🗨 diviseur :
 🗨 quotient :
 🗨 reste :

B) Critères de divisibilité

🔗 Définition 2 : Divisibilité

Si le **reste** de la division euclidienne de a par b est nul ($= 0$), on dit au choix que :

- 🗨 b est un **diviseur de** a
- 🗨 a est **divisible par** b
- 🗨 a est un **multiple de** b

Cela revient à dire que b est « dans la table de » a .

🔑 Exemple(s) :

$5 \times 3 = 15$ donc on peut dire :

- 🔑 5 est un diviseur de 15
- 🔑 15 est divisible par 5
- 🔑 15 est un multiple de 5
- 🔑 3 est un diviseur de 15
- 🔑 15 est divisible par 3
- 🔑 15 est un multiple de 3

⚠️ On ne peut PAS dire « 5 est divisible par 15 », ou « 15 est un diviseur de 3 », ou encore « 5 est un multiple de 15 ». ⚠️

🔑 Propriété 1 : Critères de divisibilité

- 🔑 Si un entier est **pair** (se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8), alors il est **divisible par 2** ;
- 🔑 Si **la somme des chiffres** d'un nombre est divisible par 3, alors ce nombre est **divisible par 3** ;
- 🔑 Si **le nombre formé par les deux derniers chiffres** d'un nombre est divisible par 4, alors il est **divisible par 4** ;
- 🔑 Si un nombre **se termine par 0 ou 5**, alors il est **divisible par 5** ;
- 🔑 Si **la somme des chiffres** d'un nombre est divisible par 9, alors ce nombre est **divisible par 9** ;
- 🔑 Si un nombre **se termine par 0**, alors il est **divisible par 10** ;

🔑 Exemple(s) :

- 🔑 Nombres divisibles par 2 :
- 🔑 Nombres divisibles par 3 :
- 🔑 Nombres divisibles par 4 :
- 🔑 Nombres divisibles par 5 :
- 🔑 Nombres divisibles par 9 :
- 🔑 Nombres divisibles par 10 :

C) Trouver les diviseurs d'un nombre

🔑 Méthode 1 : Lister tous les diviseurs d'un nombre

Pour trouver tous les diviseurs d'un nombre donné, il faut tester chaque valeur à partir de 2 en divisant le nombre donné par 2. Si le résultat est un nombre entier, alors 2 et le résultat de la division sont des diviseurs du nombre donné. On continue de même avec 3, puis 4... Jusqu'à tomber sur un nombre que l'on a déjà noté ! On n'oublie pas de compter 1 et le nombre lui-même également !

🔑 Exemple(s) :

Lister les diviseurs de 70 :

-

Automatisme N19 : Effectuer et interpréter une division euclidienne.

Exercice 1 :

Laquelle de ces égalités correspond à la division euclidienne de 647 par 12 ?

$$647 = 11 \times 54 + 53$$

$$647 = 12 \times 53 + 11$$

$$647 = 12 \times 52 + 23$$

Exercice 2 :

Sandra peut lire sur l'écran de sa calculatrice :

$$85 \div 6$$

$$Q = 14 \quad R = 1$$

Traduire ce résultat par une égalité :

Exercice 3 :

Donner le quotient et le reste de la division euclidienne de :

1) 32 par 5 :

2) 124 par 3 :

3) 5 par 4 :

Exercice 4 :

Rémy veut ranger 184 timbres dans un classeur pouvant contenir 36 timbres par page. Combien va-t-il utiliser de pages ?

.....

.....

.....

.....

Exercice 5 :

Le quotient d'une division euclidienne est 14, son reste est 3 et son diviseur est 7. Quel est le dividende ?

.....

.....

Automatisme N20 : Utiliser les critères de divisibilité.

Exercice 6 :

Vrai ou Faux ? Coche la bonne réponse :

36 est un multiple de 6. VRAI FAUX

6 est un diviseur de 49. VRAI FAUX

12 est un multiple de 24. VRAI FAUX

184 est divisible par 2. VRAI FAUX

250 est divisible par 5. VRAI FAUX

252 est divisible par 9. VRAI FAUX

 **Exercice 7 :**

Écrire trois phrases en utilisant les nombres 255 et 51 (sachant que $255 = 5 \times 51$) avec les mots « diviseur », « multiple » et « divise » :

.....

.....

.....

 **Exercice 8 :**

Répondre aux questions en justifiant :

1) 46 810 est-il divisible par 10? 

2) 28 524 est-il divisible par 5? 

3) 93 634 est-il divisible par 3? 

4) 51 220 est-il divisible par 9? 

5) 5 532 est-il divisible par 4? 

Automatisme N21 : Lister tous les diviseurs d'un nombre.

 **Exercice 9 :**

Déterminer tous les **diviseurs** des nombres suivants :

 128 :

 56 :

 78 :

 **Exercice 10 :**

1) Déterminer la liste de tous les diviseurs de :

 34 :

 85 :

2) Quel est le **plus grand diviseur commun** de 34 et 85? 

 **Exercice 11 :**

1) Une plaque identique rectangulaire de dimensions 280 cm et 315 cm doit être découpée en carrés identiques, sans perte. Quelle est la dimension maximale possible des carrés ?

.....

.....

.....

.....

.....

2) Si on vend chaque carré ainsi découpé à 0,30 € la pièce, combien gagnera-t-on d'argent en tout ?

.....

.....

Tâche complexe : Le Tipi

L'habitation traditionnelle des Indiens des plaines d'Amérique du Nord est le tipi.

Un tipi est constitué de longues tiges de bois appuyées les unes aux autres, ainsi que d'une enveloppe extérieure faite de peaux d'animaux.

Chaque perche en bois mesure 21 pieds et dépasse de 3 pieds. Le rayon du cercle tracé au sol mesure 7,8 pieds.

Le grand chef indien veut coiffer le cercle formé par le haut des perches de son tipi d'un chapeau de plumes.

Quel doit-être le diamètre de son chapeau ?

À toi de jouer !

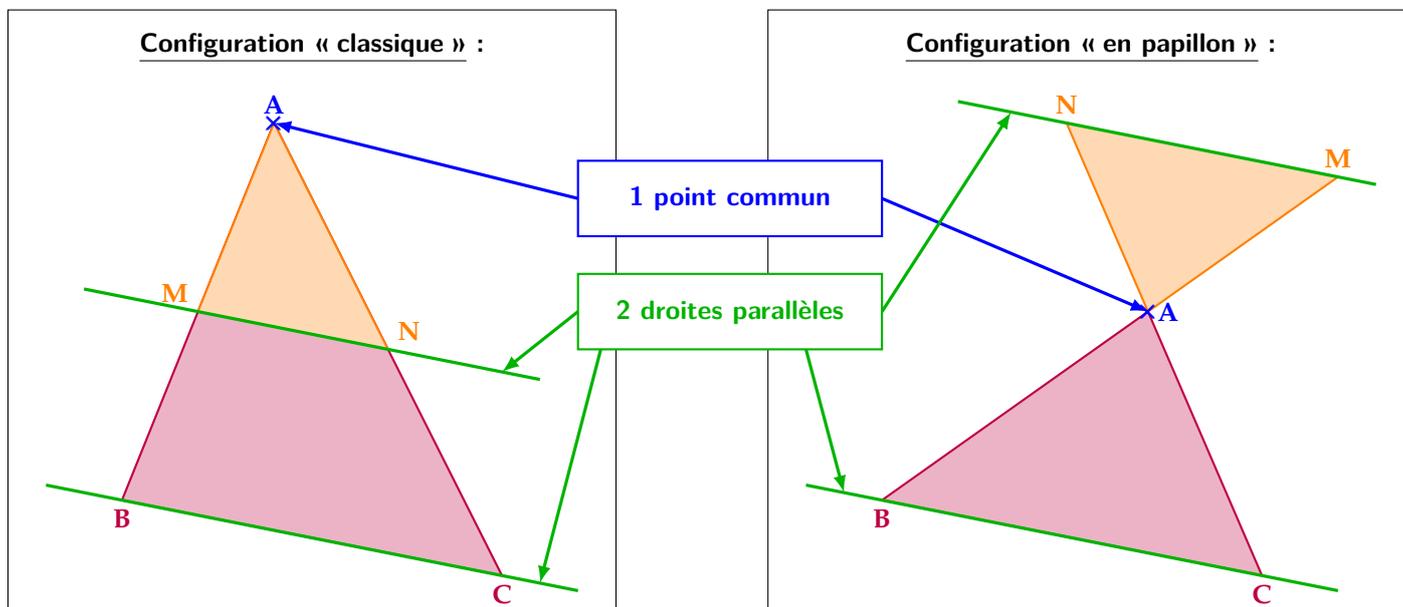


Leçon n°2 : Théorème de Thalès - sens direct

Rappels : Nous avons déjà vu les **triangles semblables**. Deux triangles sont semblables si :

- ☞ leurs angles sont 2 à 2 égaux
- ☞ leurs longueurs sont 2 à 2 proportionnelles

Le **théorème de Thalès** est une configuration particulière des triangles semblables, qui permet de **trouver des longueurs manquantes** :



☞ Méthode 1 : Démontrer avec le théorème de Thalès

On sait que :

- ☞ Les points **A**, **M** et **B** sont alignés d'une part.
- ☞ Les points **A**, **N** et **C** sont alignés d'autre part.
- ☞ Les droites **(MN)** et **(BC)** sont parallèles.

Donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \left(= \frac{\text{petit triangle}}{\text{grand triangle}} \text{ ou l'inverse, mais toujours le même sens!} \right)$$

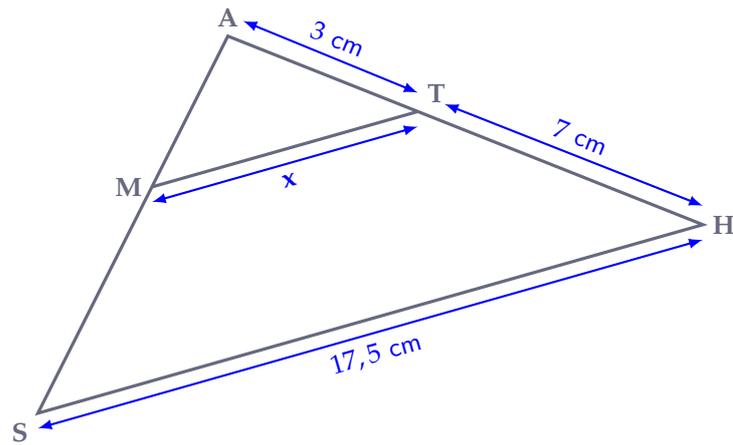
Il suffit ensuite de :

- ☞ **Remplacer par les valeurs connues** puis :
- ☞ D'effectuer un **produit en croix** pour trouver la valeur recherchée !

Remarques :

- ☞ Traditionnellement, on écrit le théorème de Thalès sous forme d'une égalité de fractions, mais on peut tout aussi bien faire un tableau de proportionnalité ;
- ☞ Une autre façon de rédiger la partie « On sait que... » est d'écrire « Les droites **(BM)** et **(CN)** sont sécantes en **A** » (et toujours les droites parallèles) ;
- ☞ Pour écrire les rapports, toujours partir du sommet commun **A** (sauf pour les côtés parallèles) afin d'éviter les erreurs, et mettre dans un même rapport les côtés qui sont dans un même alignement ;
- ☞ Le lien avec les triangles semblables se fait car les triangles **AMN** et **ABC** ont les mêmes angles (ils partagent un sommet et les parallèles assurent l'égalité des autres angles), donc ils sont semblables, donc leurs longueurs sont proportionnelles.

Exemple(s) :



Sachant que les droites (MT) et (SH) sont parallèles, calculer x :

.....

.....

.....

.....

.....

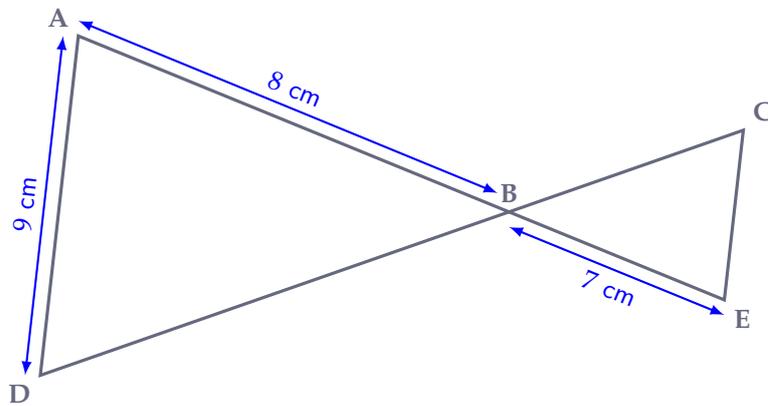
.....

.....

.....

.....

Exemple(s) :



Sachant que les droites (AD) et (CE) sont parallèles, calculer la longueur CE :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

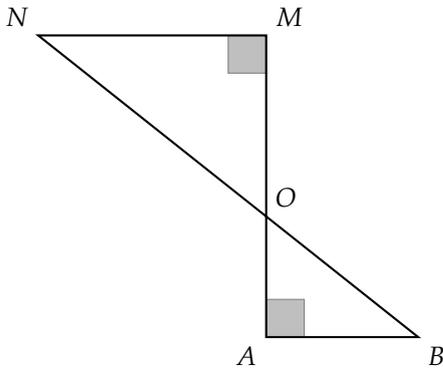
.....

.....

Automatisme G11 : Justifier que des droites sont parallèles avec les angles.

Exercice 12 :

Dans la figure ci-dessous, que peut-on dire des droites (AB) et (MN) ? Justifier.



.....

.....

.....

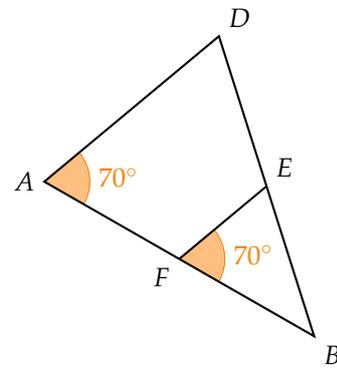
.....

.....

.....

Exercice 13 :

Dans la figure ci-dessous, que peut-on dire des droites (AD) et (FE) ? Justifier.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

Automatisme G12 : Reconnaître une configuration de Thalès.

Exercice 14 :

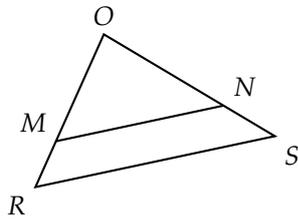
Les segments en pointillés sont parallèles. Dans quelles figures peut-on utiliser le théorème de Thalès ?

<p>a.</p>	<p>b.</p>	<p>c.</p>
<p>d.</p>	<p>e.</p>	<p>f.</p>
<p>g.</p>	<p>h.</p>	<p>i.</p>

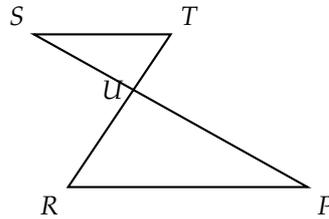
Automatisme G13 : Écrire les égalités de rapports.

Exercice 15 :

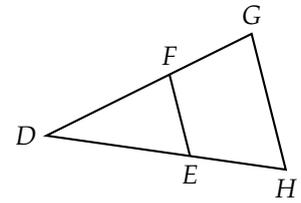
Dans chacun des cas suivants, écris tous les rapports de longueurs égaux. On supposera que les droites nécessaires sont bien parallèles.



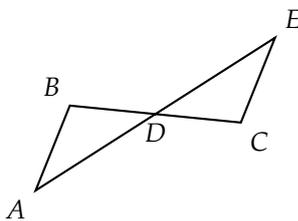
.....



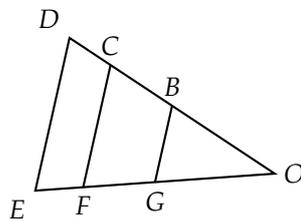
.....



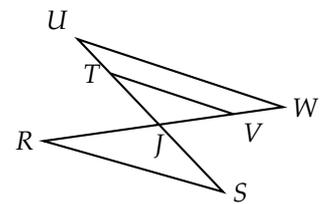
.....



.....



.....

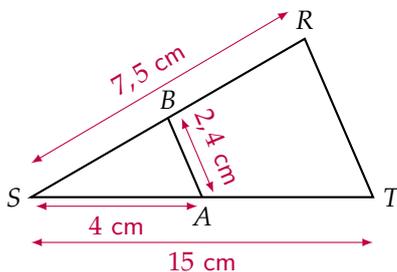


.....

Automatisme G14 : Utiliser Thalès sens direct pour calculer une longueur.

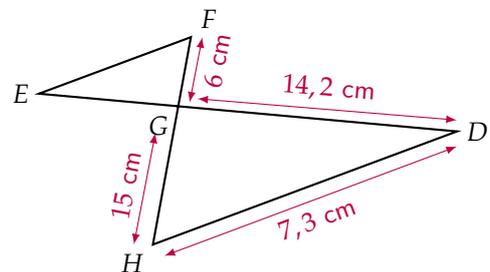
Exercice 16 :

Exercice 17 :



Dans la figure ci-dessous, les droites (AB) et (TR) sont parallèles. **Calculer SB et RT :**

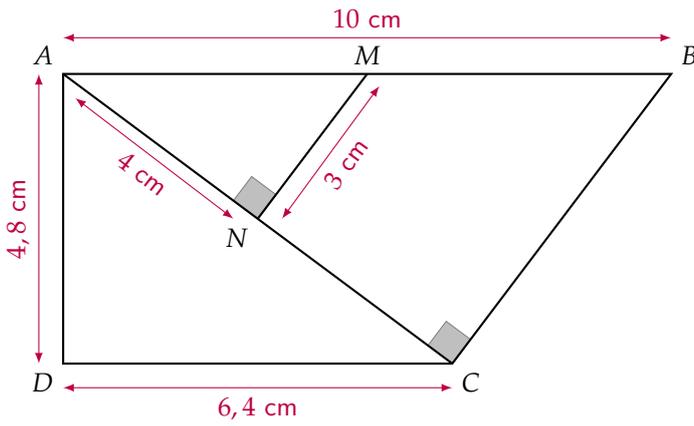
.....



Dans la figure ci-dessous, les droites (EF) et (HD) sont parallèles. **Calculer EF et EG :**

.....

Exercice 18 :



1) Démontrez que les droites (MN) et (BC) sont parallèles :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) Calculer la longueur AM :

.....

.....

.....

.....

.....

3) Calculer la longueur BC :

.....

.....

.....

.....

.....

4) Démontrez que le triangle ADC est rectangle (plusieurs méthodes sont possibles) :

.....

.....

.....

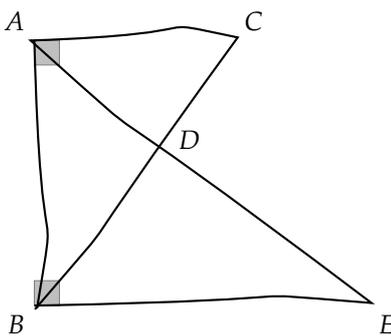
.....

.....

.....

Exercice 19 :

(D'après DNB France métropolitaine, Septembre 2013)



1) Déterminer l'aire du triangle ABE :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

La figure ci-dessus n'est pas à l'échelle.
On donne les informations suivantes :

- ☞ $AC = 2,4 \text{ cm}$; $AB = 3,2 \text{ cm}$
- ☞ $BD = 2,5 \text{ cm}$; $DC = 1,5 \text{ cm}$
- ☞ (AC) est perpendiculaire à (AB) ,
 (EB) est perpendiculaire à (AB) et
 (AE) et (BC) se coupent en D

Vers le DNB

Exercice 20 - d'après Métropole Septembre 2021 (exercice n°2 - 20 points) :

Sur l'île de Madagascar, un scientifique mène une étude sur les tortues vertes. La tortue verte a pour nom scientifique : « Chelonia Mydas ». La carapace mesure en moyenne 115 cm et l'animal pèse entre 80 et 130 kg. Elle est classée comme espèce « En Danger ».

Afin de surveiller la bonne santé des tortues, elles sont régulièremment pesées. Voici les données relevées par ce scientifique en mai 2021.

Lettres de marquage	A-001	A-002	A-003	A-004	A-005	A-006	A-007
Sexe de la tortue	Mâle	Femelle	Femelle	Femelle	Mâle	Femelle	Femelle
Masse (en kg)	113	96	125	87	117	104	101

1) Calculer l'étendue de cette série statistique.

.....

2) Calculer la masse moyenne de ces 7 tortues. Arrondir le résultat à l'unité.

.....

.....

.....

3) Déterminer la médiane de cette série statistique. Interpréter le résultat.

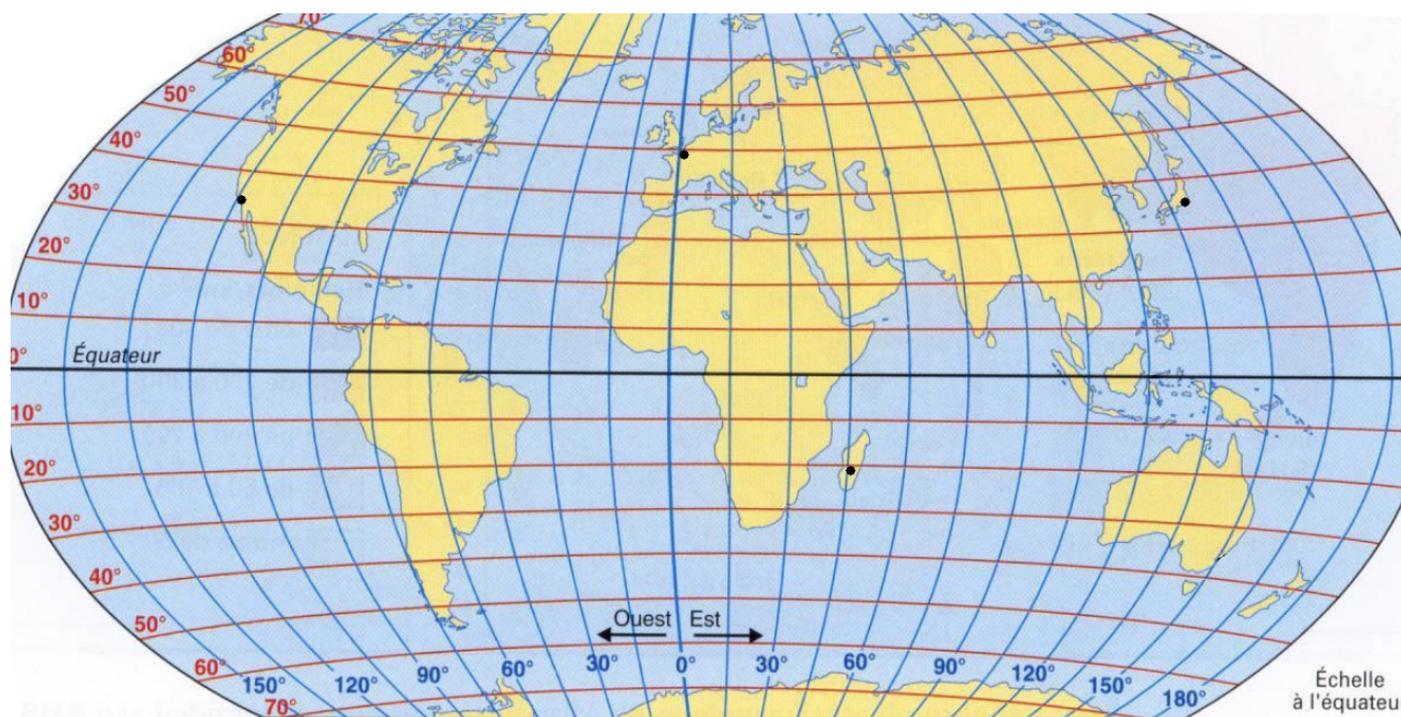
.....

.....

.....

.....

4) L'île de Madagascar a pour coordonnées géographiques (20 Sud ; 45 Est). Placer une croix sur le planisphère ci-dessous afin de marquer la position de l'île de Madagascar :

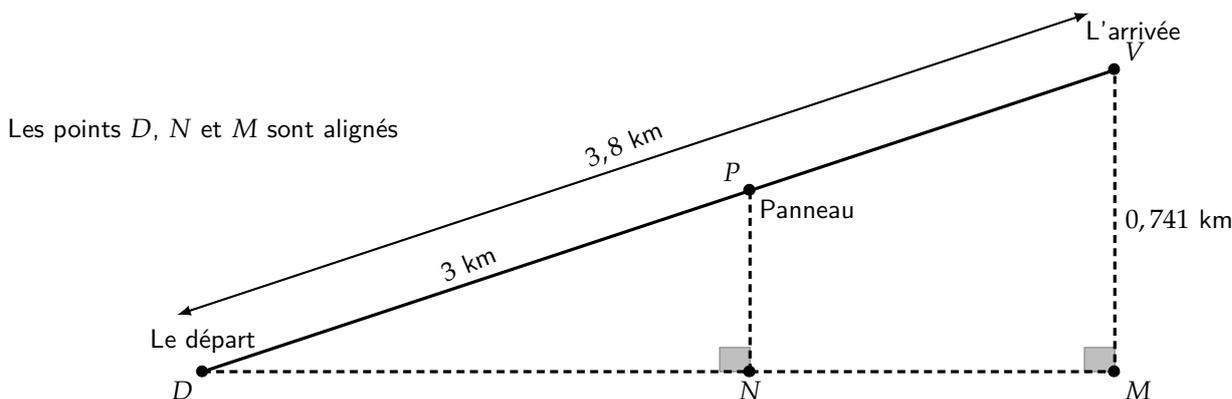


Exercice 21 - d'après Nouvelle-Calédonie Décembre 2023 (exercice n°4 - 13 points) :

À quelques kilomètres au nord du village de Hienghène, se trouve une des plus belles randonnées de Nouvelle-Calédonie appelée « les roches de la Ouaième ». Le départ se situe au niveau de la mer près d'une plage de sable blanc. Le sentier grimpe le long d'un versant de montagne et atteint un point de vue imprenable sur le Mont Panié et le lagon. Voici quelques informations pratiques sur cette randonnée :

Durée estimée (Aller simple)	2 h 30 min
Distance (Aller simple)	3,8 km
Altitude	Minimale : 0 m Maximale : 741 m

On considère que la pente de la montagne est rectiligne. On a schématisé le parcours [DV] de la randonnée ci-dessous :



Fabienne s'est engagée sur ce parcours en partant du point D. Au bout de 2 heures, elle arrive au panneau P indiquant qu'elle a déjà parcouru 3 km.

1) Justifier que les droites (PN) et (VM) sont parallèles.

.....

.....

2) Déterminer à quelle altitude PN se trouve Fabienne lorsqu'elle se situe au panneau P.

.....

.....

.....

.....

.....

3) À quelle vitesse moyenne, en km/h, a-t-elle parcouru le trajet [DP] ?

.....

.....

Sur la fin du parcours, Fabienne marche à une vitesse moyenne de 1,2 km/h. On rappelle que la durée de l'aller simple est estimée à 2 h 30 min.

4) A-t-elle dépassé cette durée estimée ?

.....

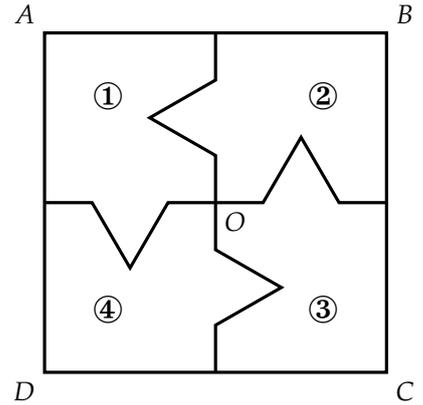
.....

.....

Exercice 22 - d'après Antilles-Guyane Septembre 2020 (exercice n°3 - 18 points) :

Dans cet exercice, le carré $ABCD$ n'est pas représenté en vraie grandeur.
Aucune justification n'est attendue pour les questions 1 et 2. On attend des réponses justifiées pour la question 3.

1) On considère le carré $ABCD$ de centre O ci-contre, partagé en quatre polygones superposables, numérotés ①, ②, ③ et ④.



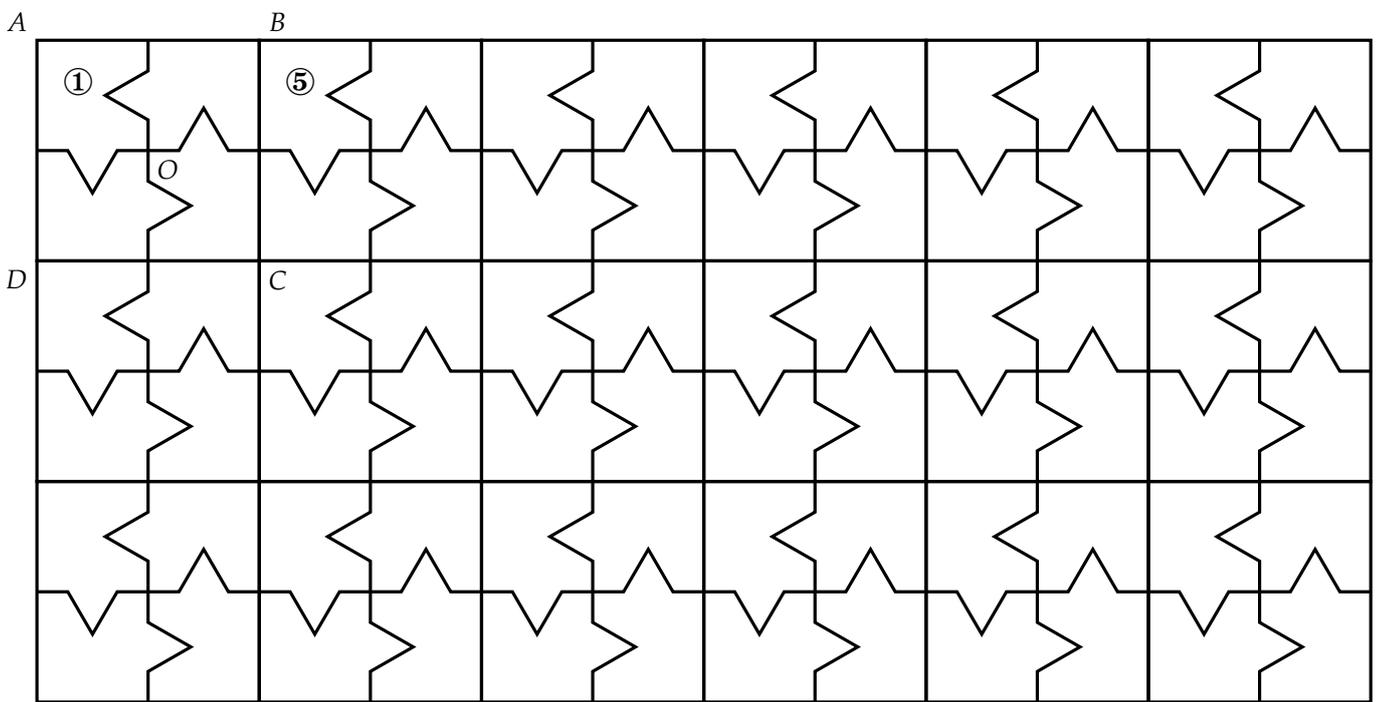
a. Quelle est l'image du polygone ① par la symétrie centrale de centre O ?

.....

b. Quelle est l'image du polygone ④ par la rotation de centre O qui transforme le polygone ① en le polygone ② ?

.....

La figure ci-dessous est une partie de pavage dont un motif de base est le carré $ABCD$ de la question 1.



2) Quelle transformation partant du polygone ① permet d'obtenir le polygone ⑤ ?

.....

3) On souhaite faire imprimer ces motifs sur un tissu rectangulaire de longueur 315 cm et de largeur 270 cm. On souhaite que le tissu soit entièrement recouvert par les carrés identiques à $ABCD$, sans découpe et de sorte que le côté du carré mesure un nombre entier de centimètres.

a. Montrer qu'on peut choisir des carrés de 9 cm de côté.

.....

.....

.....

b. Dans ce cas, combien de carrés de 9 cm de côté seront imprimés sur le tissu ?

.....

.....

Brouillon

Handwriting practice area with a vertical margin line on the left and horizontal dotted lines for writing.