

Séquence 9

Leçon n°1 - Nombres et calculs : Arithmétique - Nombres premiers

Notions à connaître :	Page(s) :
La définition d'un nombre premier.	2
Tous les nombres premiers inférieurs à 30.	2
La méthode de décomposition en facteurs premiers.	2
La définition du PGCD et comment le calculer.	3
La définition d'une fraction irréductible.	3

Trace écrite : **Carte mentale n°11** : « **Arithmétique** », parties « Nombres premiers » et « PGCD ».

Code	Automatismes à maîtriser :	Exercices :	Page(s) :
N22	<input type="checkbox"/> Décomposer un nombre en facteurs premiers.	1 à 6	4 à 5
N23	<input type="checkbox"/> Calculer et utiliser un PGCD.	7 à 8	6
N24	<input type="checkbox"/> Simplifier une fraction avec la décomposition en facteurs premiers.	9 à 11	7

Leçon n°2 - Données : Médiane avec ECC

Notions à connaître :	Page(s) :
La méthode pour remplir un tableau avec ECC.	8
La méthode pour calculer une médiane avec ECC.	8
Les commandes pour calculer l'étendue, la médiane et la moyenne avec un tableur.	8

Trace écrite : **Carte mentale n°6** : « **Statistiques** », partie « Médiane avec ECC ».

Code	Automatismes à maîtriser :	Exercices :	Page(s) :
D12	<input type="checkbox"/> Calculer une médiane avec ECC.	12 à 18	9 à 10

Vers le DNB...

- Arithmétique, Thalès : n°2 Métropole - Juin 2021 (20 points) n°19 p.11
- Arithmétique : n°3 Métropole - Juin 2022 (20 points) n°20 p.12
- Scratch : n°2 Métropole - Septembre 2023 (14 points) n°21 p.12-13

Leçon n°1 : Arithmétique - Nombres premiers

A) Nombres premiers

1. Définition et exemples à connaître

Définition 1 : Nombre premier

Un **nombre premier** est un entier positif qui a **exactement 2** diviseurs : 1 et lui-même.

Exemple(s) :

 4 n'est pas premier :

 \triangle 1 n'est pas un nombre premier ! Il n'a en effet qu'un seul diviseur : lui-même \triangle

 Les 10 nombres premiers inférieurs à 30 sont à **connaître PAR CŒUR** : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29

2. Décomposition en facteurs premiers

Propriété 1 : Décomposition en facteurs premiers

Tout nombre entier peut s'écrire de manière unique (à l'ordre des facteurs près) comme un **produit de nombres premiers**.

Méthode 1 : Décomposition en facteurs premiers

Pour décomposer un nombre N en produit de facteurs premiers, on commence par chercher le plus petit nombre premier qui divise N , et on effectue cette division autant de fois que c'est possible. Puis on recommence avec le nombre premier suivant, et ainsi de suite jusqu'à obtenir 1.

Exemple(s) :

$\begin{array}{r l} 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$ $126 = 2 \times 3^2 \times 7$	$\begin{array}{r l} 504 & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots \end{array}$ $504 = \dots\dots\dots$	$\begin{array}{r l} 2\ 530 & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots \end{array}$ $2\ 530 = \dots\dots\dots$	$\begin{array}{r l} 728 & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots \end{array}$ $728 = \dots\dots\dots$
--	---	---	---

3. Plus Grand Commun Diviseur (PGCD)

🔗 **Définition 2** : Comme son nom l'indique, le **plus grand commun diviseur** de deux nombres a et b , appelé par la suite $PGCD(a;b)$, est le plus grand de tous les diviseurs communs à a et b .

🔗 **Exemple(s)** :

Lister tous les diviseurs de 38 : et de 57 :
Donc $PGCD(38;57) = \dots\dots\dots$

🔗 **Méthode 2** : Calculer le $PGCD$ de deux nombres

Il faut décomposer a et b en facteurs premiers, puis prendre la « partie commune » aux deux décompositions :

🔗 **Exemple(s)** :

Décomposer 156 et 24 en facteurs premiers :

Quand utilise-t-on le PGCD ?

Les énoncés demandant par exemple « quel est le **plus grand nombre de groupes** de même composition que l'on peut constituer » demandent généralement en fait d'utiliser le $PGCD$. Voir les exercices concernés dans les automatismes.

En déduire : $PGCD(156;24) = \dots\dots\dots$

B) Simplification de fractions

🔗 **Définition 3** : Une fraction $\frac{a}{b}$ est dite **irréductible** si a et b ont pour **UNIQUE** diviseur commun 1.

🔗 **Exemple(s)** :

🔗 $\frac{22}{9}$ est irréductible car : diviseurs de 22 : { } et diviseurs de 9 : { }.

🔗 $\frac{63}{21}$ n'est pas irréductible car 63 et 21 ont comme diviseurs communs autres que 1.

🔗 **Méthode 3** : Simplifier une fraction

Il faut décomposer son numérateur ET son dénominateur en facteurs premiers, puis de simplifier les facteurs identiques :

🔗 **Exemple(s)** :

Simplifions la fraction $\frac{204}{72}$. Pour cela on commence par décomposer 204 et 72 en facteurs premiers :

--	--

On peut ensuite simplifier la fraction : $\frac{204}{72} = \dots\dots\dots$

Automatisme N22 : Décomposer un nombre en facteurs premiers.

🔊 Exercice 1 :

Entoure les nombres premiers :

35

36

37

38

39

🔊 Exercice 2 :

Vrai ou Faux ?

			Justification :
1) Tout nombre est diviseur de lui-même.	<input type="checkbox"/> VRAI	<input type="checkbox"/> FAUX
2) 1 divise tout nombre entier.	<input type="checkbox"/> VRAI	<input type="checkbox"/> FAUX
3) Tout nombre impair est premier.	<input type="checkbox"/> VRAI	<input type="checkbox"/> FAUX
4) Tout nombre pair est premier.	<input type="checkbox"/> VRAI	<input type="checkbox"/> FAUX
5) Il existe une infinité de nombres premiers.	<input type="checkbox"/> VRAI	<input type="checkbox"/> FAUX	
6) Il y a toujours un écart de 2 entre deux nombres premiers.	<input type="checkbox"/> VRAI	<input type="checkbox"/> FAUX

🔊 Exercice 3 :

On dit que **deux nombres sont premiers entre eux** s'ils n'ont **que 1 comme diviseur commun**.

1) Trouver tous les diviseurs de 45 :

.....

2) Trouver tous les diviseurs de 28 :

.....

3) Les nombres 45 et 28 sont-ils premiers entre eux ?

.....

.....

4) Peut-on trouver deux nombres **pairs** premiers entre eux ? Justifier.

.....

.....

.....

5) Peut-on trouver deux nombres **impairs** premiers entre eux ? Justifier.

.....

.....

Exercice 4 :

Décomposer les nombres suivants en produits de facteurs premiers :

12	28	75	630	5 005
----	----	----	-----	-------

Exercice 5 :

Décomposer les nombres suivants en produits de facteurs premiers :

96	168	196	60	64
----	-----	-----	----	----

Exercice 6 :

Un magicien demande à un spectateur de choisir un nombre à 3 chiffres, sans le dévoiler, puis de recopier ce nombre à sa suite de manière à obtenir un nombre à 6 chiffres. Par exemple si le spectateur choisit 126, il obtient alors 126 126. Le magicien demande alors au spectateur de diviser ce nombre à 6 chiffres par 7, puis de diviser le résultat par 11, et enfin par 13. Il annonce alors : « Le résultat obtenu est le nombre à 3 chiffres du début ! »

Comment expliquer ce tour de magie ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Automatisme N23 : Calculer et utiliser un PGCD.**Exercice 7 :**

1) Un fleuriste dispose de 102 iris et de 170 roses. Il veut, en utilisant toutes ses fleurs, réaliser un maximum de bouquets contenant tous le même nombre d'iris et le même nombre de roses. Quel est le nombre maximal de bouquets ? Dans chaque bouquet, combien y a-t-il d'iris et de roses ?

.....

.....

.....

.....

.....

2) Un professeur organise une sortie pédagogique au Futuroscope pour ses élèves de 3e. Il est accompagné de 363 garçons et de 99 filles. Il souhaite répartir tous les élèves en réalisant un maximum de groupes contenant tous le même nombre de filles et le même nombre de garçons. Quel est le nombre maximal de groupes ? Dans chaque groupe, combien y a-t-il de garçons et de filles ?

.....

.....

.....

.....

.....

3) Un boulanger dispose de 64 croissants et de 224 brioches. Il veut, en utilisant toutes ses viennoiseries, réaliser un maximum de corbeilles contenant toutes le même nombre de croissants et le même nombre de brioches. Quel est le nombre maximal de corbeilles ? Dans chaque corbeille, combien y a-t-il de croissants et de brioches ?

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 8 :

D'après DNB Asie 2015

À la fin d'une fête de village, tous les enfants présents se partagent équitablement les 397 ballons de baudruche qui ont servi à la décoration. Il reste alors 37 ballons. L'année suivante, les *mêmes* enfants se partagent équitablement les 598 ballons utilisés cette année-là. Il en reste alors 13.

Combien d'enfants, *au maximum*, étaient présents ?

.....

.....

.....

.....

.....

Automatisme N24 : Simplifier une fraction avec la décomposition en facteurs premiers.

Exercice 9 :

Simplifie les fractions suivantes :

$$\frac{138}{105} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{144}{216} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{48}{175} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{120}{450} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{1\ 925}{3\ 185} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{504}{1\ 050} = \dots\dots\dots$$

Exercice 10 :

Simplifie les fractions suivantes :

$$\frac{12}{25} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{126}{72} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{525}{405} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{720}{3\ 150} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{315}{60} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{140}{224} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{55}{150} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{52}{88} = \dots\dots\dots$$

Exercice 11 :

Dans le village *Solidarity*, 1 520 personnes ont fait un don de charité sur 1 710 habitants en tout, tandis que dans le village *Solidaritat*, 1 840 personnes ont fait un don parmi les 2 070 habitants.

1) Exprimer pour chacun de villages la *proportion* de personnes ayant effectué un don, sous forme d'une fraction, puis simplifier les deux fractions obtenues :

.....

.....

2) Que peut-on en conclure sur la générosité des habitants de ces deux villages ?

.....

.....

Leçon n°2 : Médiane avec ECC

1. Calcul de médiane dans un tableau d'effectifs

Lorsqu'il y a trop de valeurs dans la série statistique pour toutes les lister, il faut utiliser un **tableau d'effectifs**. On calcule alors les **effectifs cumulés croissants (ECC)** afin de trouver la médiane :

👉 **Exemple(s)** :

Valeur	4	5	9	15	21	52
Effectif	5	7	3	3	2	1
ECC
Positions

1) Quel est l'effectif *total* de cette série statistique ?

.....

2) En déduire la position de la médiane de cette série statistique :

.....

3) En déduire la médiane de cette série statistique :

.....

4) Calculer la moyenne de cette série statistique :

.....

.....

5) Que remarques-tu ? Comment peut-on l'expliquer ?

.....

.....

2. Avec le tableur (TP notes DNB)

👉 **Code** :

Les formules suivantes sont à **connaître** !

- 👉 Calculer le **minimum** des cases A1 jusqu'à K1 : « = MIN(A1:K1) »
- 👉 Calculer un **maximum** des cases C1 jusqu'à C24 : « = MAX(C1:C24) »
- 👉 Calculer une **moyenne** des cases B3 jusqu'à F15 : « = MOYENNE(B3:F15) »
- 👉 Calculer une **médiane** des cases A10 jusqu'à B26 : « = MEDIANE(A10:B26) »

- Aller sur le site « madame-scohy.fr »
 > Collège > Cours > Cours 3^{ème}
 > Séquence 9 : Nbs premiers, médiane avec ECC

- Télécharger le fichier « TP_notes_DNB_ELEVE ».

- Remplir le tableau puis recopier les valeurs ci-contre.

- (BONUS) Aller sur l'onglet « Tableau d'effectifs », puis tracer le **diagramme colonne** des notes.

	Global :				
MIN
MAX
ÉTENDUE
MÉDIANE
MOYENNE

Automatisme D12 : Calculer une médiane avec ECC.

🔗 Exercice 12 :

Compléter le tableau suivant et en déduire la médiane de la série :

Valeur	1	2	3	4	5	6	7
Effectif	11	20	9	7	29	32	15
ECC
Rangs

🔗 Exercice 13 :

Compléter le tableau suivant et en déduire la médiane de la série :

Valeur	-5	-4	-3	-2	-1	0
Effectif	5	15	25	1	20	10
ECC
Rangs

🔗 Exercice 14 :

On a relevé la température à un même instant mais à des endroits différents :

T (en °C)	-11	-7	-1	2	5	6
Effectif	7	3	5	11	6	2
ECC
Rangs

1) Combien de relevés ont été effectués ?

2) À combien d'endroits la température est-elle inférieure à -1°C ? à 5°C ?

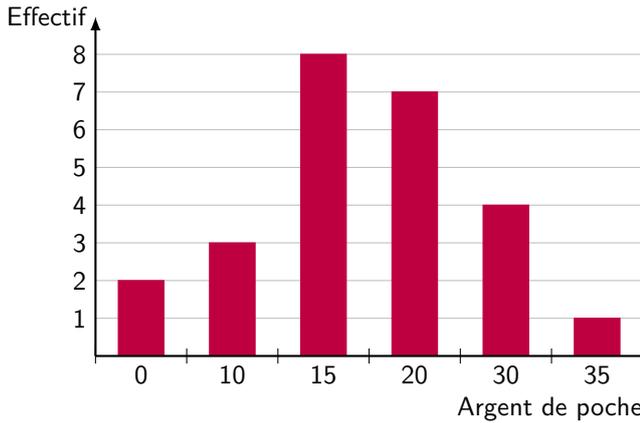
3) Remplir les 2 dernières lignes du tableau.

4) a. Déterminer la médiane de cette série.

b. Interpréter le résultat.

Exercice 15 :

On a demandé à des élèves la somme d'argent de poche que leurs parents leur donnent chaque mois. Voici les résultats :



Argent (€)	0	10	15	20	30	35
Effectif
ECC
Rangs

1) Calculer l'étendue de cette série :

2) Compléter le tableau ci-dessus.

3) Déterminer la médiane de cette série et interpréter le résultat.

Exercice 16 :

Voici une série de valeurs dont les effectifs sont donnés dans le tableau suivant :

Valeurs	9	9,5	10	10,5	11	11,5
Effectif	13	26	52	39	13	x
ECC
Rangs

Déterminer une valeur possible de x de telle sorte que la médiane de cette série soit 10.

Exercice 17 :

Voici un tableau d'effectifs :

Valeur	4	7	8	42
Effectif	5	13	12	6
ECC
Rangs

1) Calculer la moyenne de cette série :

2) Calculer la médiane de cette série :

3) Comment expliquer la différence entre ces deux valeurs ?

Exercice 18 :

Voici un tableau d'effectifs :

Valeur	-55	12	13	14
Effectif	4	9	11	8
ECC
Rangs

1) Calculer la moyenne de cette série :

2) Calculer la médiane de cette série :

3) Comment expliquer la différence entre ces deux valeurs ?

Vers le DNB

☞ Exercice 19 - d'après Métropole Juin 2021 (exercice n°2 - 20 points) :

Le Futuroscope est un parc de loisirs situé dans la Vienne. L'année 2019 a enregistré 1,9 million de visiteurs.

1) Combien aurait-il fallu de visiteurs en plus en 2019 pour atteindre 2 millions de visiteurs ?

.....

2) L'affirmation « Il y a eu environ 5 200 visiteurs par jour en 2019 » est-elle vraie ? Justifier la réponse.

.....

3) Un professeur organise une sortie pédagogique au Futuroscope pour ses élèves de troisième. Il veut répartir les 126 garçons et les 90 filles par groupes. Il souhaite que chaque groupe comporte le même nombre de filles et le même nombre de garçons.

a. Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres 126 et 90 :

.....

.....

.....

.....

.....

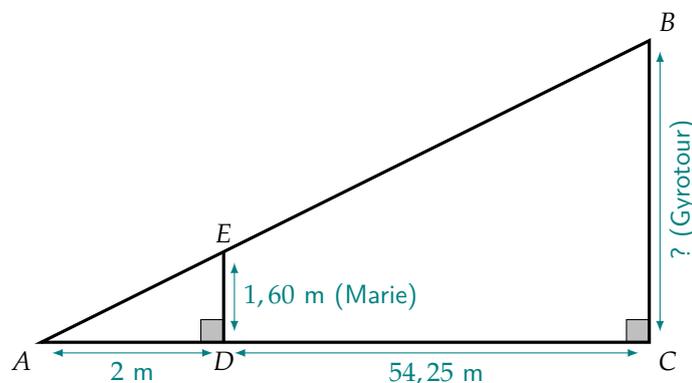
b. En déduire le plus grand nombre de groupes que le professeur pourra constituer. Combien de filles et de garçons y aura-t-il alors dans chaque groupe ?

.....

.....

.....

4) Deux élèves de 3^e, Marie et Adrien, se souviennent avoir vu en mathématiques que les hauteurs inaccessibles pouvaient être déterminées avec l'ombre. Ils souhaitent calculer la hauteur du Gyrotour du Futuroscope. Marie se place en $[DE]$ sur la figure ci-dessous, de telle sorte que son ombre coïncide avec celle de la tour. Après avoir effectué plusieurs mesures, Adrien effectue le schéma ci-dessous (qui n'est pas à l'échelle), sur lequel les points A , E et B , ainsi que les points A , D et C sont alignés. Calculer la hauteur BC de la Gyrotour.



.....

.....

.....

Exercice 20 - d'après Métropole Juin 2022 (exercice n°3 - 20 points) :

Une collectionneuse compte ses cartes Pokémon afin de les revendre. Elle possède 252 cartes de type « feu » et 156 cartes de type « terre ».

1) a. Parmi les trois propositions suivantes, laquelle correspond à la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 252 :

Proposition 1 $2^2 \times 9 \times 7$	Proposition 2 $2 \times 2 \times 3 \times 21$	Proposition 3 $2^2 \times 3^2 \times 7$
--	--	--

.....

b. Donner la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 156.

.....

2) Elle veut réaliser des paquets identiques, c'est-à-dire contenant chacun le même nombre de cartes « terre » et le même nombre de cartes « feu » en utilisant toutes ses cartes.

a. Peut-elle faire 36 paquets ?

.....

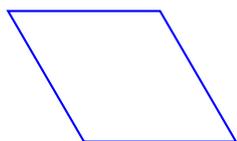
b. Quel est le nombre maximum de paquets qu'elle peut réaliser ?

.....

c. Combien de cartes de chaque type contient alors chaque paquet ?

.....

Exercice 21 - d'après Métropole Septembre 2023 (exercice n°2 - 14 points) :



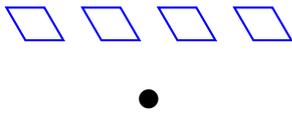
```

1 définir losange
2 stylo en position d'écriture
3 répéter ... fois
4   avancer de 50 pas
5   tourner de 60 degrés
6   avancer de ... pas
7   tourner de 120 degrés
    
```

1) On souhaite tracer le losange ci-dessus de côté 50 pas à l'aide du bloc losange. On a écrit le script ci-contre avec le logiciel Scratch. Compléter les lignes 3 et 6.

2) Associer chaque figure à son script. Aucune justification n'est demandée.

Figure A

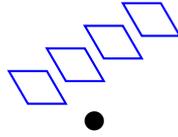


Script 1

```

quand 1 est pressé
  aller à x : -220 y : 0
  s'orienter à 90 degrés
  effacer tout
  répéter 4 fois
    losange
    avancer de 50 pas
  
```

Figure B

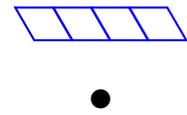


Script 2

```

quand 2 est pressé
  aller à x : -220 y : 0
  s'orienter à 90 degrés
  effacer tout
  répéter 4 fois
    losange
    avancer de 100 pas
  
```

Figure C

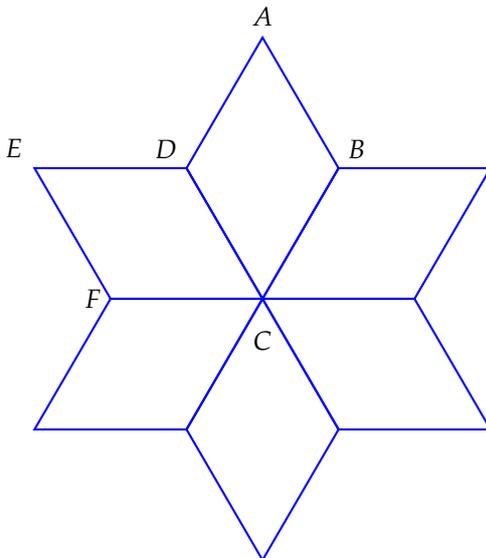


Script 3

```

quand 3 est pressé
  aller à x : -220 y : 0
  s'orienter à 90 degrés
  effacer tout
  répéter 4 fois
    losange
    avancer de 50 pas
    ajouter 30 à y
  
```

3) Dans la figure ci-dessous obtenue par le programme associé, décrire une transformation qui permet d'obtenir le losange ABCD à partir du losange EDCF. Préciser ses caractéristiques.



```

Quand est cliqué
  effacer tout
  aller à x : 0 y : 0
  répéter 6 fois
    losange
    tourner de 60 degrés
  
```

.....

.....

.....

Brouillon

Handwriting practice area with a vertical margin line and horizontal dotted lines.

