Séquence 10

✐ ✎ ✐ Leçon n°1 - Fonctions : Affines, linéaires, constantes ✎ ✐ ✎

Notions à **connaître** :	Page(s) :
Définitions et propriétés (dont représentation graphique) d'une fonction affine.	2 et 3
Définitions et propriétés (dont représentation graphique) d'une fonction linéaire.	2 et 4
Définitions et propriétés (dont représentation graphique) d'une fonction constante.	2 et 4

❏ Trace écrite : **Carte mentale n°9 : « Fonctions »**, partie « Fonctions particulières ».

Code	**Automatismes** à maîtriser :	Exercices :	Page(s) :
F06	❏ Reconnaître une fonction affine, linéaire ou constante.	1 à 4	5 à 6
F07	❏ Tracer le graphe d'une fonction affine, linéaire ou constante.	5 à 7	6 à 7
F08	❏ Identifier et interpréter le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine.	8 à 11	7 à 9

✐ ✎ ✐ Leçon n°2 - Géométrie : Thalès indirect ✎ ✐ ✎

Notions à **connaître** :	Page(s) :
Dans quels cas utiliser le théorème de Thalès dans le sens indirect.	10
Les étapes de démonstration avec le théorème de Thalès dans le sens indirect.	11

❏ Trace écrite : **Carte mentale n°10 : « Théorème de Thalès »**, partie « Sens indirect ».

Code	**Automatismes** à maîtriser :	Exercices :	Page(s) :
G15	❏ Utiliser Thalès indirect pour montrer un parallélisme.	12 à 19	12 à 14

✐ ✎ ✐ Leçon n°3 - Nombres et calculs : Équations du second degré ✎ ✐ ✎

Notions à **connaître** :	Page(s) :
Les méthodes de résolution des équations du second degré.	15

❏ Trace écrite : **Carte mentale n°7 : « Équations »**, partie « Équations produit-nul ».

Code	**Automatismes** à maîtriser :	Exercices :	Page(s) :
N25	❏ Utiliser la distributivité pour résoudre une équation.	20	16
N26	❏ Résoudre des équations produit-nul.	21 à 23	16 à 17

✐ ✎ ✐ Vers le DNB... ✎ ✐ ✎

❏ Fonctions, équations : n°5 Nouvelle-Calédonie - Décembre 2023 (20 points) .... n°24 p.18-19

Leçon n°1 : Fonctions affines, linéaires et constantes

A) Définitions

1. Fonctions affines

Définition 1 : Fonction affine

Une **fonction affine** est une fonction qui à tout nombre x associe le nombre $f(x) = ax + b$.

a et b sont des nombres relatifs donnés appelés les **coefficients** de la fonction f.

Exemple(s) :

$f(x) = 3x + 6$ ....

$g : x \mapsto -5x + 9$ ....

$h : x \mapsto h(x) = 2x - 3{,}5$ ....

2. Fonctions linéaires

Définition 2 : Fonction linéaire

Une **fonction linéaire** est une fonction qui à tout nombre x associe le nombre $f(x) = ax$.

a est un nombre relatif non nul donné appelé le **coefficient** de la fonction f.

Une fonction linéaire est **une fonction affine avec b** $= 0$.

Exemple(s) :

$f(x) = 5x$ ....

$g : x \mapsto -\dfrac{1}{2}x$ ....

$h : x \mapsto h(x) = 9{,}2x$ ....

3. Fonctions constantes

Définition 3 : Fonction constante

Une fonction constante est une fonction qui à tout nombre x associe le nombre $f(x) = b$.

b est un nombre relatif.

L'image d'une fonction constante est constante : que quel que soit l'antécédent x, le résultat $f(x)$ est **toujours le même**.

Exemple(s) :

$f(x) = -3$ ....

$g : x \mapsto \dfrac{7}{3}$ ....

$h : x \mapsto h(x) = 0$ ....

4. Résumé

Fonction affine :

$f(x) = ax + b$

$b = 0$ → Fonction linéaire :

$f(x) = ax$

$a = 0$ → Fonction constante :

$f(x) = b$

B) Représentations graphiques

1. Fonctions affines

Propriété 1 : Représentation graphique d'une fonction affine

Dans un repère, une **fonction affine** est représentée par une **droite**. Les coefficients de la fonction affine $f(x) = ax + b$ influent sur la droite :

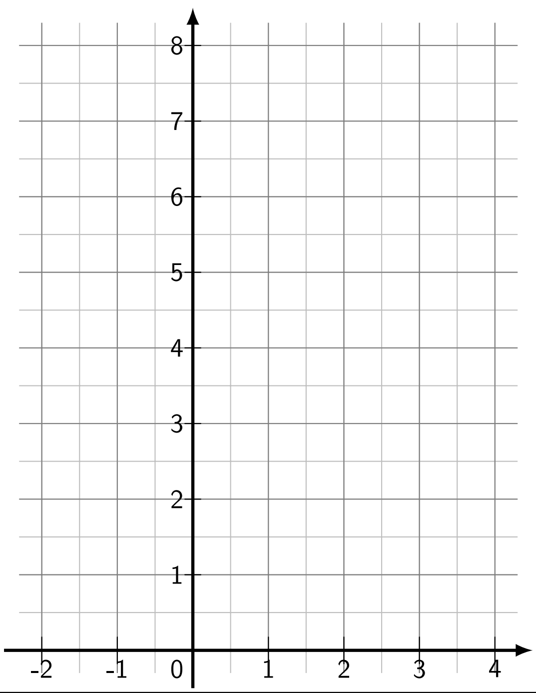
- **a** est le **coefficient directeur** de la droite : il donne son **inclinaison**.
- **b** est l' **ordonnée à l'origine** de la droite : il donne **l'endroit où la droite coupe l'axe des ordonnées**.

Pour une fonction $f(x) = ax + b$:

- **a** signifie que si l'on se déplace de 1 unité vers la droite, alors on « monte » de **a** unités (ou on descend si **a** est négatif).
- **b** signifie que la droite coupe l'axe des ordonnées à la « hauteur » **b**.

Exemple(s) :

> Dans le repère de la page suivante, on veut tracer les représentations graphiques des fonctions :
>
> $$f : x \mapsto 2x + 3 \qquad \text{et} \qquad g : x \mapsto -0,5x + 2$$



$\boxed{f(x) = 2x + 3}$

- Le coefficient directeur est **2** donc :

  ....

- L'ordonnée à l'origine est **3** donc :

  ....

$\boxed{g(x) = -0,5x + 2}$

- Le coefficient directeur est **−0,5** donc :

  ....

- L'ordonnée à l'origine est **2** donc :

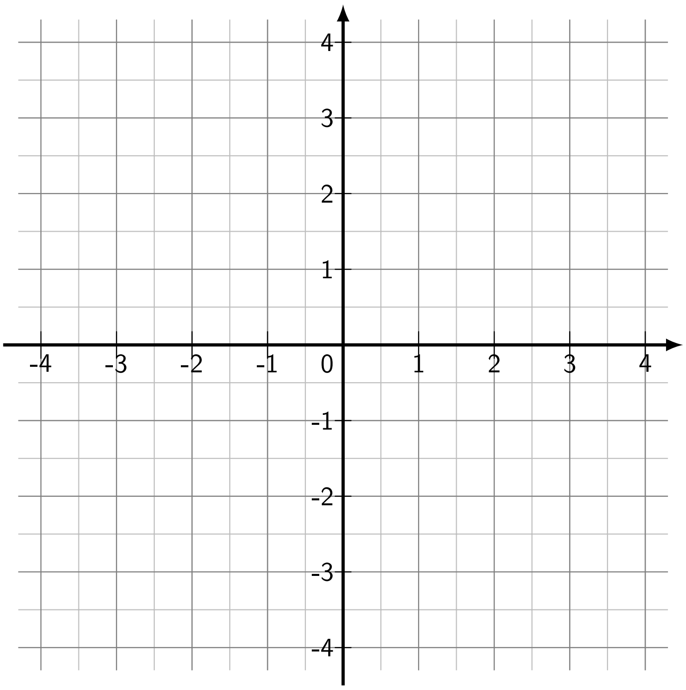
  ....

2. Fonctions linéaires

Propriété 2 : Représentation graphique d'une fonction linéaire

Dans un repère, une fonction linéaire est représentée par une droite passant par l'origine.

Le coefficient **a** est le **coefficient directeur** qui donne l'inclinaison de la droite.



Exemple(s) :

Dans le repère ci-contre, tracer les représentations graphiques des fonctions suivantes :

$$h : x \mapsto 3x$$

$$g : x \mapsto -2x$$

3. Fonctions constante

Propriété 3 : Représentation graphique d'une fonction constante

Dans un repère, une fonction constante est représentée par une droite parallèle à l'axe des abscisses, et coupant l'axe des ordonnées à la « hauteur » **b** (l'ordonnée à l'origine).

Exemple(s) :

La fontion $f : x \mapsto -3,42$ aura pour représentation graphique une droite horizontale passant par le point ....

4. Résumé

Dans le repère ci-contre, trace les représentations graphiques des fonctions suivantes :

$$f : x \mapsto \frac{1}{2}x + 3$$

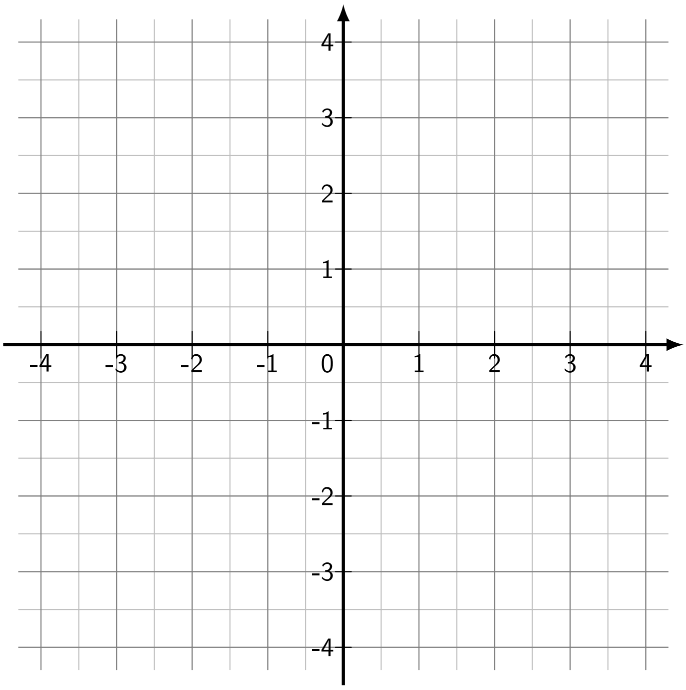
f est une **fonction affine** de **coefficient directeur** $\frac{1}{2}$ et d' **ordonnée à l'origine** 3.

$$g : x \mapsto \frac{1}{2}x$$

f est une **fonction linéaire** de **coefficient directeur** $\frac{1}{2}$.

$$h : x \mapsto 3$$

f est une **fonction constante** d' **ordonnée à l'origine** 3.



Automatisme F06 : Reconnaître une fonction affine, linéaire ou constante.

☞ Exercice 1 :

Complète le tableau en identifiant les coefficients a et b des fonctions affines suivantes (en modifiant son expression si besoin) :

$f(x) = ax + b$	a	b
$f(x) = 5x + 12$	....	....
$g(x) = x - 4$	....	....
$h(x) = 2(3x + 0,7) - 5$	....	....
$j(x) = \dfrac{5-6x}{3}$	....	....
$k(x) = 5$	....	....

☞ Exercice 2 :

Pour chaque fonction ci-dessous, coche si elle est affine, linéaire, constante ou aucun des 3 (en modifiant son expression si besoin) :

Fonction	Affine ?	Linéaire ?	Constante ?	Autre ?
$f(x) = 2 - x$				
$g(x) = 2$				
$h(x) = 3x^2$				
$j(x) = 3(x-2) + 6$				
$f(x) = 6 - 3x$				
$g(x) = 4 + 7$				
$h(x) = 7(x+3)(x-2)$				
$j(x) = 3,96x$				

☞ Exercice 3 :

1) Traduis chacun des programmes de calcul suivants par une fonction :

☞ Choisir un nombre ☞ Ajouter $3,5$ ☞ Mutiplier par le nombre initial	☞ Choisir un nombre ☞ Élever au carré ☞ Soustraire 5	☞ Choisir un nombre ☞ Ajouter 2 ☞ Multiplier par -5	☞ Choisir un nombre ☞ Diviser par 2 ☞ Ajouter $6,7$
$f(x) =$	$g(x) =$	$h(x) =$	$i(x) =$ ....

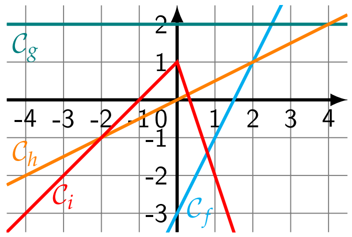
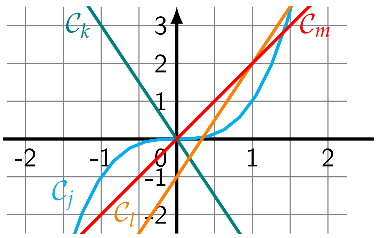
2) Lesquelles de ces fonctions sont affines ? Justifier.

....

....

☞ Exercice 4 :

Pour chaque fonction ci-dessous, coche si elle est affine, linéaire, constante ou aucun des 3 :

Fonction		Affine ?	Linéaire ?	Constante ?	Autre ?
	f				
	g				
	h				
	i				
	j				
	k				
	l				
	m				

Automatisme F07 : Tracer le graphe d'une fonction affine, linéaire ou constante.

☞ Exercice 5 :

f est la fonction affine définie par $f : x \mapsto 2x + 4$.

1) Calculer $f(0)$ et $f(1)$:

....

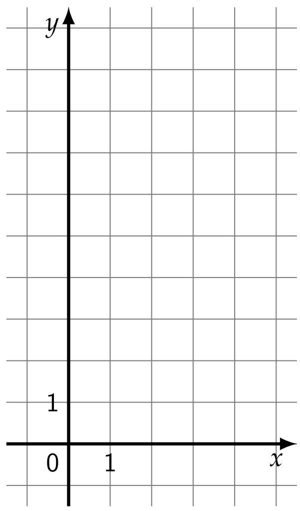
....

2) Dans le repère ci-contre, placer 2 points de la représentation graphique de f en utilisant les résultats de la question précédente.

3) Tracer la représentation graphique de f et justifier :

....

....



☞ Exercice 6 :

g est la fonction affine définie par $g : x \mapsto 0,5x - 1$.

1) Calculer $g(0)$ et $g(2)$:

....

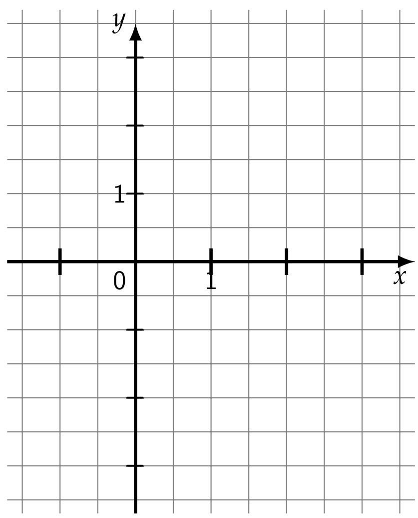
....

2) Dans le repère ci-contre, placer 2 points de la représentation graphique de g en utilisant les résultats de la question précédente.

3) Tracer la représentation graphique de g et justifier :

....

....



☞ **Exercice 7 :**

1) Tracer dans le repère ci-contre les représentations graphiques des fonctions :

$$f : x \mapsto -2x+3 \qquad \text{et} \qquad g : x \mapsto x-3$$

2) Déterminer graphiquement la valeur de x qui a la même image par les deux fonctions. Quelle est cette image commune ?

....

....

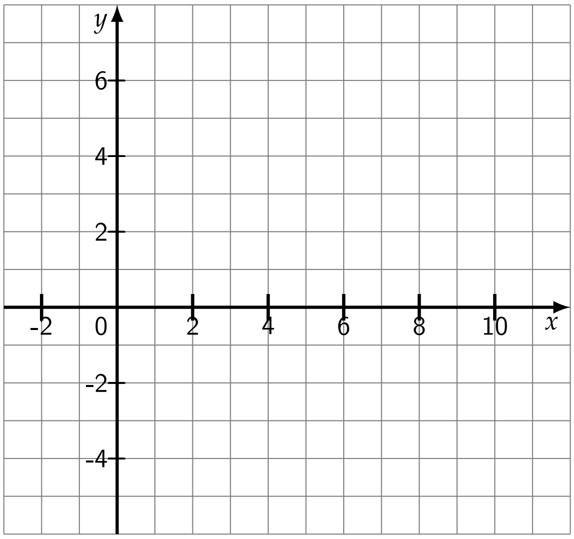
....

3) Déterminer graphiquement l'antécédent de 2 par la fonction g.

....

....

....



Automatisme F08 : Identifier et interpréter le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine.

☞ **Exercice 8 :**

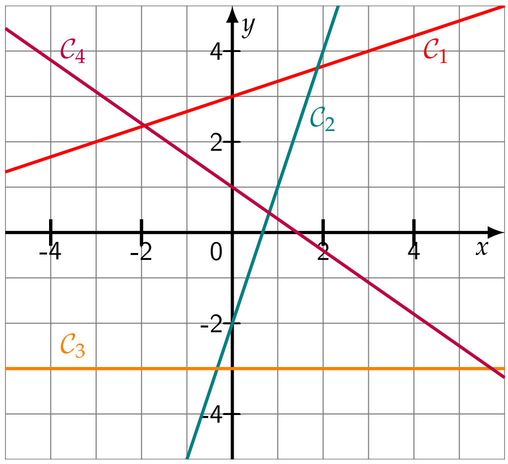
1) Associer chacune des fonctions suivantes avec sa représentation graphique à l'aide de l'ordonnée à l'origine :

☞ $f : x \mapsto -0{,}7x+1$: ....

☞ $g : x \mapsto 3x-2$: ....

☞ $h : x \mapsto \dfrac{1}{3}x+3$: ....

☞ $k : x \mapsto -3$: ....



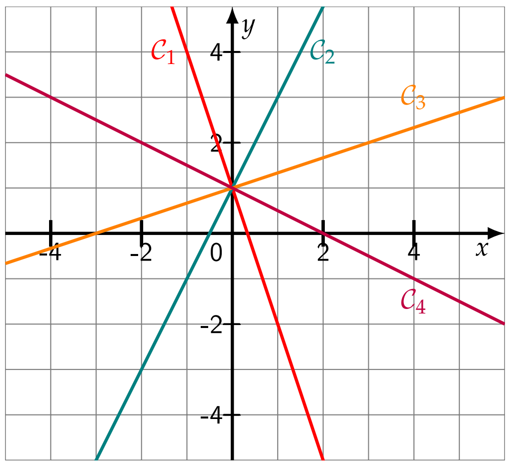
2) Associer chacune des fonctions suivantes avec sa représentation graphique à l'aide du coefficient directeur :

☞ $f : x \mapsto 2x+1$: ....

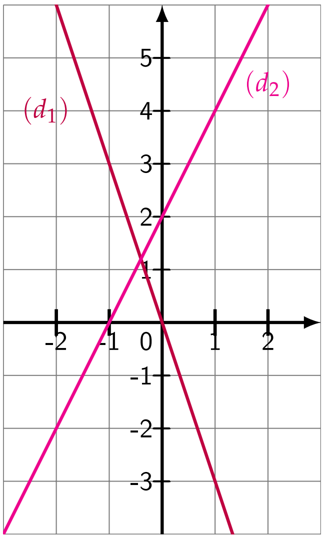
☞ $g : x \mapsto -3x+1$: ....

☞ $h : x \mapsto \dfrac{1}{3}x+1$: ....

☞ $k : x \mapsto -0.5x+1$: ....



☞ Exercice 9 :



(d_1) et (d_2) sont des droites. Trouver, **en justifiant**, l'expression de la fonction représentée...

1) ...par la droite (d_1) :

....
....
....
....
....

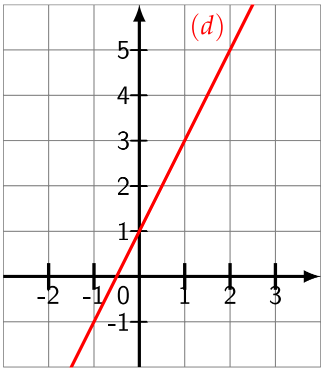
2) ...par la droite (d_2) :

....
....
....
....
....

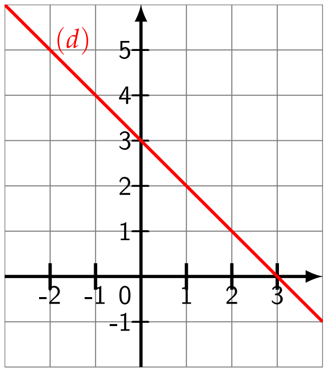
☞ Exercice 10 :

(d) est la représentation graphique d'une fonction affine $f : x \mapsto ax + b$.

Déterminer pour chaque cas le coefficient directeur a et l'ordonnée à l'origine b, et en déduire l'expression de la fonction f :

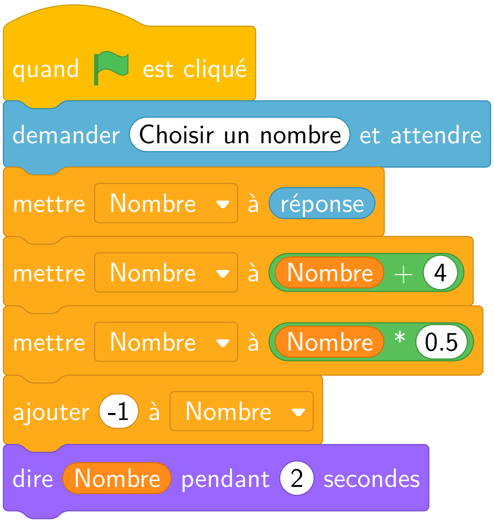


....
....
....
....
....
....
....
....



....
....
....
....
....
....
....
....

☞ Exercice 11 :



1) Qu'annonce le lutin si l'utilisateur saisit -5 ?

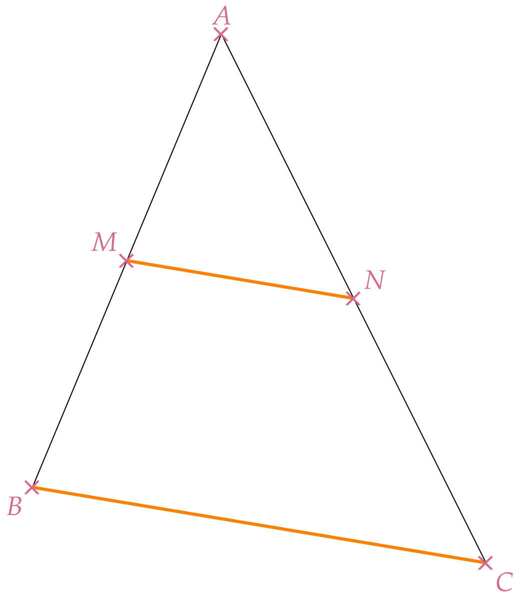
2) On appelle x le nombre choisi et f la fonction qui, à ce nombre, fait correspondre le résultat annoncé par le lutin. Exprimer $f(x)$ en fonction de x et donner la nature de la fonction f.

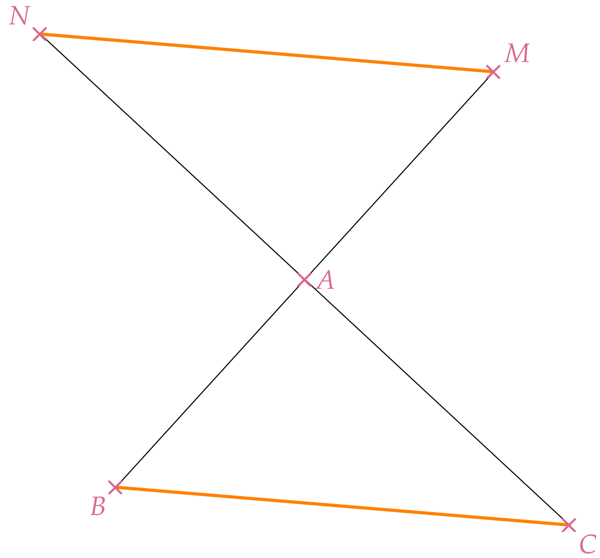
3) Arnaud a obtenu 17. Quel nombre avait-il choisi au départ ?

4) Quel nombre faudrait-il écrire dans l'avant-dernière ligne du script à la place de -1 pour que la fonction f soit linéaire ? Justifier.

Leçon n°2 : Thalès indirect

A) Rappels et explications





Propriété 1 : Rappel : Thalès sens DIRECT *(voir S8)*

$$\left.\begin{array}{c}\text{Points alignés}\\ \\ \text{ET}\\ \\ \text{Droites parallèles}\end{array}\right\} \Longrightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Nous avons vu à la Séquence 11 que le théorème de Thalès nous permet, **lorsque l'on est dans une configuration adéquate**, de **calculer des longueurs manquantes** en établissant des rapports de longueurs égaux. Ce théorème peut aussi s'utiliser dans l'autre sens (c'est la « réciproque ») : ....

....

Propriété 2 : Thalès sens INDIRECT

$$\left.\begin{array}{c}\text{Points alignés}\\ \\ \text{ET}\\ \\ \dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}\end{array}\right\} \Longrightarrow \text{Droites parallèles}$$

B) Vérifier que des rapports sont égaux

Méthode 1 : Calculer les valeurs décimales

☞ $\frac{5}{4}$ et $\frac{11,25}{9}$: ....

☞ $\frac{7}{2}$ et $\frac{20}{6}$: ....

Remarque : Attention toutefois à cette méthode, car même si elle est simple, elle peut induire en erreur dans les cas où l'on doit arrondir les 2 fractions.

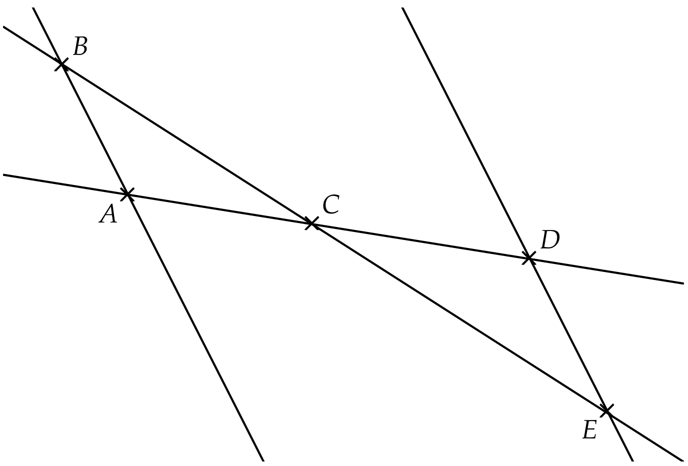
Méthode 2 : Vérifier les produits en croix

☞ $\frac{5}{4}$ et $\frac{11,25}{9}$: ....

☞ $\frac{7}{2}$ et $\frac{20}{6}$: ....

Remarque : L'avantage de cette méthode est qu'elle permet de ne jamais devoir arrondir.

C) Exemples



On donne les longueurs suivantes :

$CD = 5$ cm ; $AC = 2$ cm ; $CE = 7,5$ cm ; $BC = 3$ cm

Les droites (AB) et (DE) sont-elles parallèles ?

On sait que :

....

....

Vérifions l'égalité de Thalès :

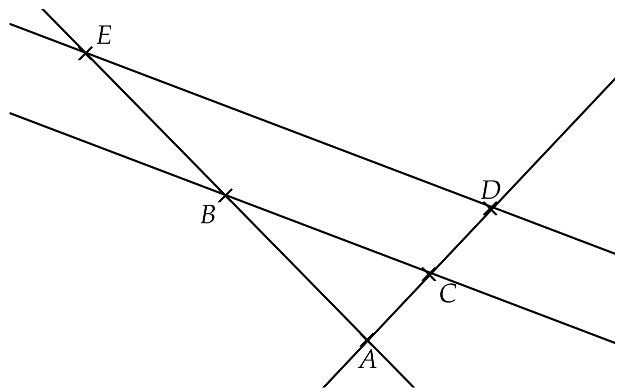
....

Conclusion :

....

....

....



On donne les longueurs suivantes :

$AC = 6,7$ cm ; $AD = 10,5$ cm ; $AB = 8,4$ cm ; $AE = 12,5$ cm

Les droites (BC) et (DE) sont-elles parallèles ?

On sait que :

....

....

Vérifions l'égalité de Thalès :

....

Conclusion :

....

....

....

Automatisme G15 : Utiliser Thalès indirect pour montrer un parallélisme.

Exercice 12 :

Les quotients suivants sont-il égaux ?

$\dfrac{5}{3}$ et $\dfrac{15}{9}$ $\dfrac{7,4}{3,6}$ et $\dfrac{10}{5}$ $\dfrac{3,6}{9}$ et $\dfrac{1,8}{6}$

....

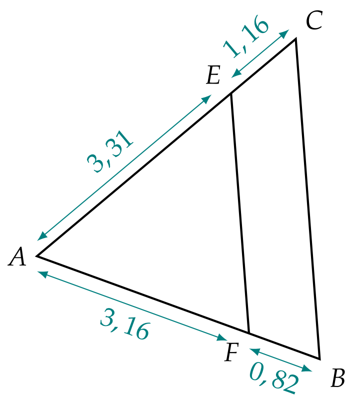
....

....

....

Exercice 13 :

Dans la figure ci-dessous, les droites (EF) et (BC) sont-elles parallèles ?



....

....

....

....

....

....

....

....

....

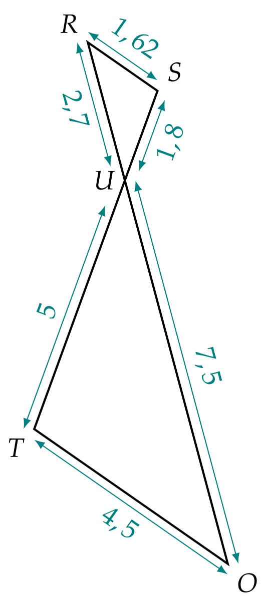
....

....

....

Exercice 14 :

Dans la figure ci-dessous, les droites (TO) et (RS) sont-elles parallèles ?



....

....

....

....

....

....

....

....

....

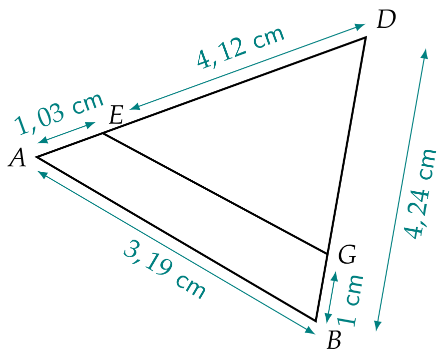
....

....

....

☞ Exercice 15 :

Dans la figure ci-dessous, les droites (EG) et (AB) sont-elles parallèles ?



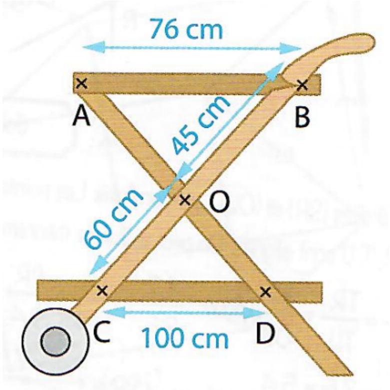
. . . .

☞ Exercice 16 :

D'après DNB centres étrangers 2015

« Les plateaux représentés par (AB) et (CD) pour la réalisation de cette desserte en bois sont parallèles. »

Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ?



. . . .

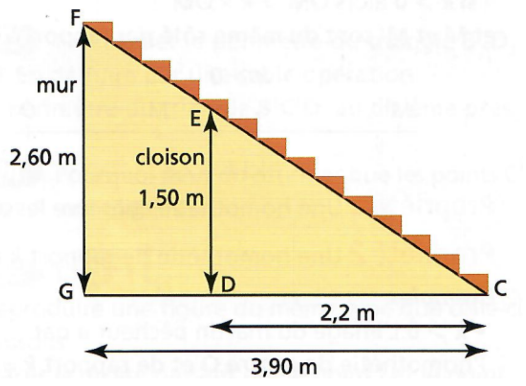
☞ Exercice 17 :

1) Dans le cadre ci-contre, tracer un triangle AIR rectangle en A tel que $AI = 6$ cm et $AR = 8$ cm.
2) Placer le point P tel que $A \in [PI]$ et $AP = 1,8$ cm.
3) Placer le point S tel que $A \in [RS]$ et $AS = 2,4$ cm.
4) Les droites (RI) et (PS) sont-elles parallèles ? Justifier.

. . . .

Exercice 18 :

M. Hajji veut alénager un cagibi sous son escalier. Le schéma ci-dessous montre les mesures qu'il a prises après avoir installé sa cloison. Sa cloison est-elle parallèle au mur ? Justifier.



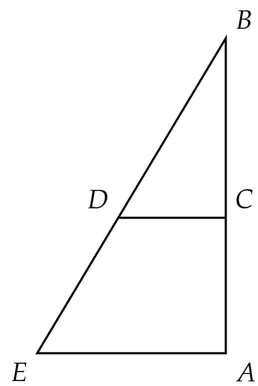
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Exercice 19 :

D'après DNB Polynésie 2014

Pour construire un mur vertical, il faut parfois utiliser un coffrage et un étayage qui maintiendra la structure verticale le temps que le béton sèche. Cet étayage peut se représenter par le schéma ci-contre. Les poutres de fer sont coupées et fixées de façon que :

- Les segments $[AB]$ et $[AE]$ sont perpendiculaires ;
- C est situé sur la barre $[AB]$;
- D est situé sur la barre $[AE]$;
- $AB = 3,5$ m ; $AE = 2,625$ m et $CD = 1,5$ m.



1) Calculer BE.

....
....
....
....
....
....

2) Les barres $[CD]$ et $[AE]$ doivent être parallèles. À quelle distance de B faut-il placer le point C ?

....
....
....
....
....
....
....

Leçon n°3 : Équations du second degré

1. Utiliser la distributivité pour résoudre une équation

Pour certaines équations, il peut être pertinent de d'abord utiliser la distributivité et de les simplifier, afin de se ramener aux cas vus dans la séquence 6.

☞ **Exemple(s) :**

$4(y+6) = 36$	$7 + x = 3(3x - 11)$	$3(2x+5) - 7 = 2(x+6)$
1) On développe et on simplifie : .... 2) On résoud :	1) On développe et on simplifie : .... 2) On résoud :	1) On développe et on simplifie : .... 2) On résoud : ....

2. Équations produit

Propriété 1 : Si $a \times b = 0$, alors $a = 0$ ou $b = 0$.

Ces équations ont **en général 2 solutions**. On note alors :

$$\mathcal{S} = \{\text{ensemble des solutions}\}$$

☞ **Exemple(s) :**

<table>
<tr><td>$(x-2)(x+5) = 0$
....
....
....
....
....</td><td>$(x+4)(2x-3) = 0$
....
....
....
....
....</td></tr>
<tr><td colspan="2">$x^2 = 49$
....
....
....
....</td></tr>
</table>

Automatisme N25 : Utiliser la distributivité pour résoudre une équation.

☞ **Exercice 20 :**

Développer puis résoudre les équations suivantes :

$4(x+5) = 10x+3$ $\qquad$ $7(n+2)-3 = 25-(3n+4)$ $\qquad$ $4y+3(4y-2) = 3(y+1)$

....

....

....

....

....

....

....

....

Automatisme N26 : Résoudre des équations produit-nul.

☞ **Exercice 21 :**

Résoudre les équations suivantes :

$(x-5)(x+3) = 0$ $\qquad$ $(7-x)(x-7) = 0$

....

....

....

....

....

....

$(5x+2)(2x-1) = 0$ $\qquad$ $(12-5x)(-x+6) = 0$

....

....

....

....

....

....

....

....

☞ Exercice 22 :

Résoudre les équations suivantes :

$$x^2 - 81 = 0$$

$$4x^2 - 16 = 0$$

$$x^2 + 4 = 104$$

$$3x^2 = 108$$

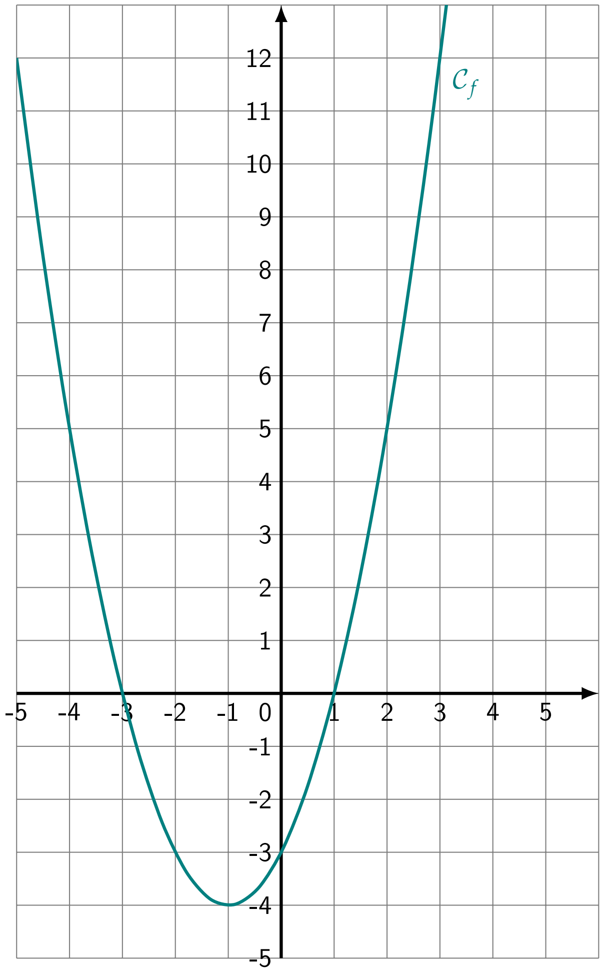
☞ Exercice 23 :

Yehya multiplie un nombre négatif par 2 puis ajoute 37. Léa ajoute 1 à ce même nombre et met le résultat au carré. Ils obtiennent chacun le même résultat final. Quel était le nombre de départ ?

Vers le DNB

☞ **Exercice 24** - ***d'après Nouvelle-Calédonie Décembre 2023 (exercice n°5 - 20 points)*** :

1) On a tracé ci-dessous la représentation graphique de la fonction f :



a. La fonction f est-elle une fonction affine ? Justifier votre réponse.

....

....

b. À l'aide du graphique ci-dessus, remplir le tableau de valeurs de la fonction f :

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	-3	-2	-1	0	1	2
2	$f(x)$	0	-3				

c. Parmi les trois formules suivantes, l'une correspond à l'expression de la fonction f. Elle a été saisie en B2 puis étendue dans la cellule C2 du tableau ci-dessus. Entourer la bonne formule :

`= B1 + 3`   `= (B1 + 3) * (B1 - 1)`   `= SOMME(B1:G1)`

2) On considère la fonction affine g définie par $g(x) = 2x + 1$.

a. Calculer l'image de 2 par la fonction g.

....

b. Calculer $g(3)$.

....

c. Calculer l'antécédent de -2 par la fonction g.

....

....

....

....

....

....

d. Tracer, sur le graphique précédent, la représentation graphique de la fonction g.

....

....

3) L'expression de la fonction f ci-dessus est $f(x) = (x+3)(x-1)$.
a. Développer et réduire l'expression $(x+3)(x-1)$.

....

....

....

b. Pour quelle(s) valeur(s) de x a-t-on $f(x) = g(x)$?

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Brouillon