

Nombres réels et intervalles

À la fin de ce chapitre...

Je dois **connaître** :

- Les ensembles de nombres
- Les démonstrations du cours
- Les symboles des intervalles
- La définition de la valeur absolue

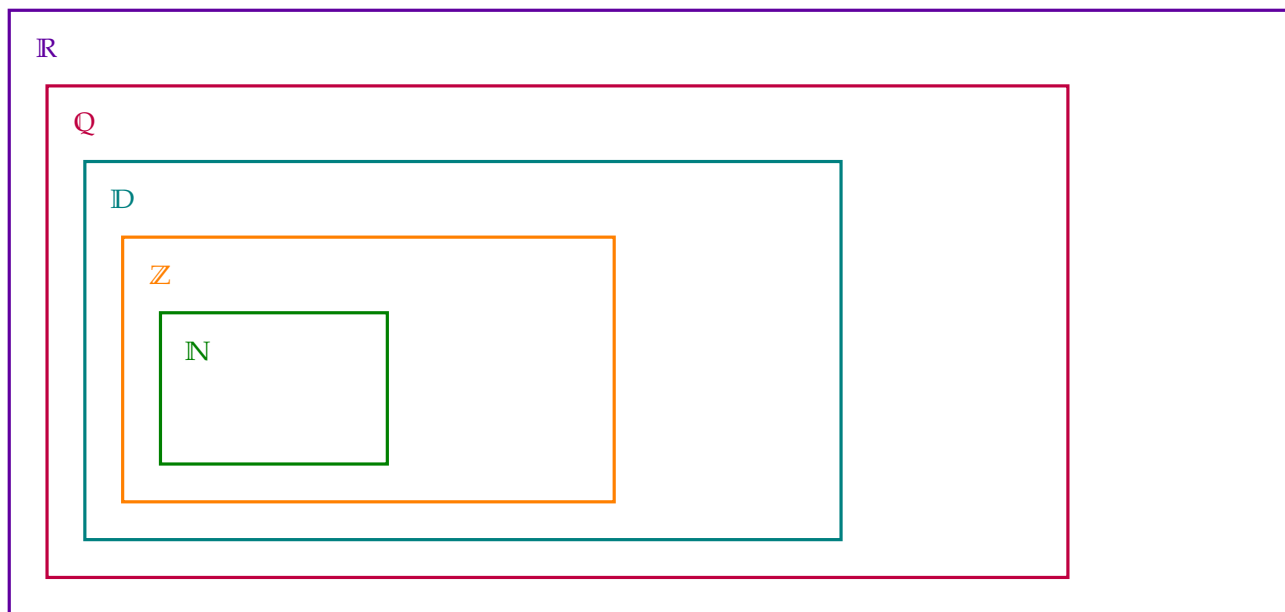
Je dois **savoir-faire** :

- Reconnaître à quel ensemble appartient un nombre
- Représenter un intervalle
- Simplifier une valeur absolue
- Relier intervalle et valeur absolue

A) Ensembles de nombres

Définition 1 : Ensembles de nombres

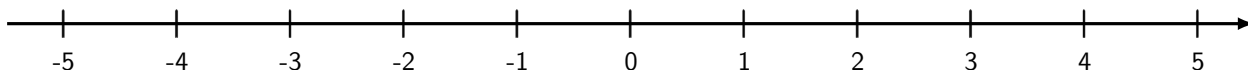
- L'ensemble des **entiers naturels** \mathbb{N} contient tous les nombres entiers positifs ou nuls : 0, 1, 2, 3...
- L'ensemble des **entiers relatifs** \mathbb{Z} contient tous les nombres entiers positifs, nuls ou négatifs : ... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3...
- L'ensemble des **nombres décimaux** \mathbb{D} est l'ensemble des nombres qui peuvent s'écrire sous la forme d'une fraction décimale $\frac{a}{10^n}$ où $a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$.
- L'ensemble des **nombres rationnels** \mathbb{Q} est l'ensemble des nombres qui peuvent s'écrire sous la forme d'une fraction $\frac{a}{b}$ où $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{N}^*$ (\mathbb{N} privé de 0).
- L'ensemble des **nombres réels** \mathbb{R} est l'ensemble des nombres x tels que $x^2 \geq 0$.



Propriété 1 : Droite réelle

Tout nombre réel est représenté par l'abscisse d'un point sur la droite numérique.

Placer ci dessous : $-\frac{8}{3}$; $-\sqrt{2}$; $-0,25$; $\frac{5}{7}$; $2,5$; π ; $-\frac{40}{10}$; $\frac{5}{1}$



B) Intervalles

Définition 2 : Notations

Soient a et b deux réels tels que $a < b$.

- L'intervalle $[a; b]$ est l'ensemble des réels compris entre a et b , c'est-à-dire l'ensemble des réels x tels que $a \leq x \leq b$.
- L'intervalle $[a; +\infty[$ est l'ensemble des réels supérieurs à a , c'est-à-dire l'ensemble des réels x tels que $a \leq x$.

Intervalle	Détails	Ensemble des x tels que	Représentation
$[a; b]$	Fermé	$a \leq x \leq b$	
$]a; b[$	Ouvert	$a < x < b$	
$[a; b[$			
	Ouvert en a Fermé en b		
$[a; +\infty[$	Fermé en a		
$] - \infty; b]$			
		$a < x$	

Définition 3 : Union et intersection

Soient I et J deux intervalles.

- L'intersection de I et J est l'ensemble des réels qui appartiennent à la fois à I et à J . On la note $I \cap J$.
- La réunion de I et J est l'ensemble des réels qui appartiennent à I ou à J . On la note $I \cup J$.

Exemple(s) :

- $[3; 7] \cup [4; 10] = \dots\dots\dots$
- $[3; 7] \cap [4; 10] = \dots\dots\dots$
- $[2; 5[\cap [3; 9] = \dots\dots\dots$

C) Valeur absolue

Définition 4 : Valeur absolue

La valeur absolue d'un réel x est la distance entre x et 0. On la note et la calcule ainsi :

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Exemple(s) :

$$|5| = \dots\dots\dots ; \quad |-2| = \dots\dots\dots ; \quad |3 - 2 \times 7| = \dots\dots\dots$$

Définition 5 : Distance entre deux réels

Soient a et b deux réels. On appelle **distance entre a et b** le nombre $|a - b|$. Cette distance est aussi égale à $|b - a|$.

Exemple(s) :

- Distance entre 3 et 7 :
- Distance entre -4 et 5 :
- Distance entre -11 et -23 :

Propriété 4 :

Soient a et r deux réels avec $r > 0$. Alors :

$$x \in [a - r ; a + r] \Leftrightarrow |x - a| \leq r$$

Exemple(s) :

$$x \in [-2; 4] \Leftrightarrow \dots\dots\dots$$

