

Vecteurs du plan

À la fin de ce chapitre...

<p>Je dois connaître :</p> <ul style="list-style-type: none"> • La définition et le vocabulaire des vecteurs • La définition de vecteurs égaux ou opposés • La relation de Chasles • La notion de colinéarité entre des vecteurs 	<p>Je dois savoir-faire :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Construire des vecteurs • Reconnaître des vecteurs égaux ou opposés • Construire une somme de vecteurs • Construire le produit d'un vecteur par un réel
---	---

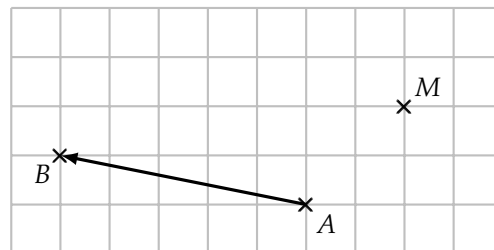
A) Notion de vecteur

Définition 1 : Translation et vecteur

Soient A et B deux points distincts du plan.

La **translation** qui transforme A en B associe à tout points M du plan un **unique** point N tel que $ABNM$ soit un **parallélogramme**.

On appelle la translation qui transforme A en B la translation de **vecteur** \vec{AB} .



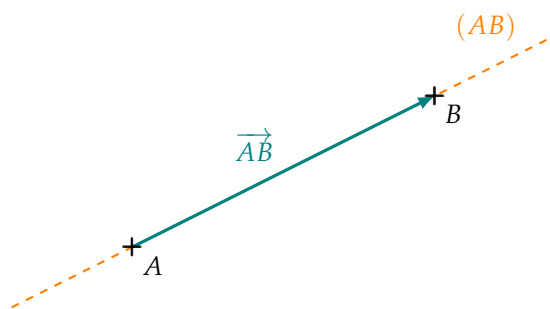
Définition 2 : Vocabulaire

La translation de vecteur \vec{AB} est un **déplacement** caractérisé par :

- une **direction** : donnée par la **droite** (AB) ;
- un **sens** : de A vers B ;
- une **longueur** : la longueur AB .

On dit alors que :

- A est l'**origine** du vecteur \vec{AB} ;
- B est l'**extrémité** du vecteur \vec{AB} ;
- La distance AB est appelée la **norme** du vecteur \vec{AB} .



Définition 3 : Cas particuliers

- Par convention, on appelle tout vecteur dont l'origine et l'extrémité sont confondues. On le note $\vec{0}$, il n'a ni direction ni sens, et sa norme est 0. La translation de vecteur nul ne fait rien (elle transforme tout point en lui-même).
- La translation qui transforme B en A est la translation de vecteur \vec{BA} . On dit que \vec{BA} est de \vec{AB} .

Propriété 1 : Vecteurs égaux

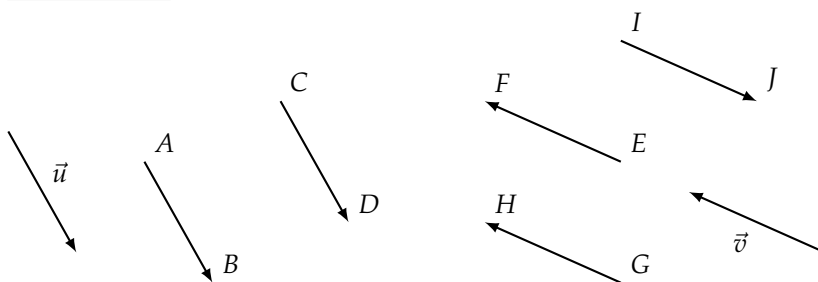
Deux vecteurs non nuls \vec{AB} et \vec{CD} sont égaux s'ils ont la **même direction**, le **même sens** et la **même norme**. On écrit alors $\vec{AB} = \vec{CD}$.

Remarque : $\vec{AB} = \vec{CD}$ signifie que est l'image de par la translation de vecteur

Dans l'exemple ci-contre, on dit que \vec{AB} et \vec{CD} sont des du vecteur \vec{u} .

Dans l'exemple ci-contre, les vecteurs \vec{EF} et \vec{IJ} sont

Exemple(s) :



Trouver les vecteurs égaux :

.....

Propriété 2 : Vecteurs égaux et parallélogramme

Deux vecteurs \vec{AB} et \vec{CD} sont **égaux** si et seulement si le quadrilatère $ABCD$ est un **parallélogramme** (éventuellement aplati).

B) Opérations sur les vecteurs

1. Somme de deux vecteurs

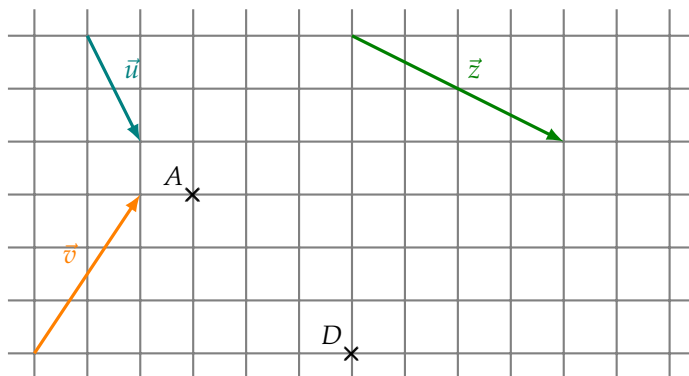
Définition 4 : Somme de vecteurs

Soient \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs. La somme des vecteurs \vec{u} et \vec{v} est le vecteur \vec{w} associé à la translation résultant de l'enchaînement de la translation de vecteur \vec{u} et de la translation de vecteur \vec{v} . On note :

$$\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$$

Exemple(s) :

Construire ci-dessous le représentant du vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ d'origine A , puis le représentant du vecteur $\vec{v} + \vec{z}$ d'origine D :



Propriété 3 : Relation de Chasles

Soient A, B et C trois points du plan. On a alors :

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

Propriété 4 : Cas particuliers

Pour tous vecteurs \vec{u} et \vec{v} on a :

- $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$
- $\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$
- On peut noter l'**opposé** du vecteur \vec{u} ainsi : $-\vec{u}$. On a donc de manière pratique : $\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0}$.

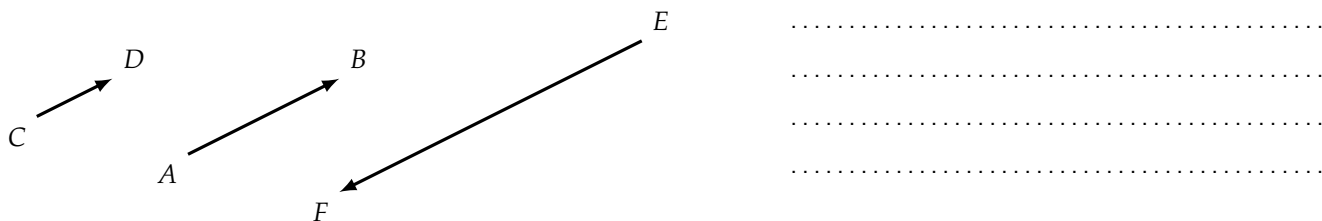
2. Produit d'un vecteur par un réel

Propriété 5 : Multiplier un vecteur par un réel

Soit \vec{AB} un vecteur non nul et k un nombre réel. $k\vec{AB}$ est un vecteur de **même direction** que \vec{AB} , mais de **norme** $|k|AB$. De plus, son sens sera :

- le **même sens** que \vec{AB} si $k > 0$;
- le **sens contraire** de \vec{AB} si $k < 0$.

Exemple(s) :



Propriété 6 :

Soient k et k' deux nombres réels, et \vec{u} et \vec{v} . On a :

$k\vec{0} = \dots\dots$

$0\vec{u} = \dots\dots$

$k(k'\vec{u}) = \dots\dots\dots$

$k(\vec{u} + \vec{v}) = \dots\dots\dots$

$k(\vec{u} - \vec{v}) = \dots\dots\dots$

$(k + k')\vec{u} = \dots\dots\dots$

Définition 5 : Colinéarité

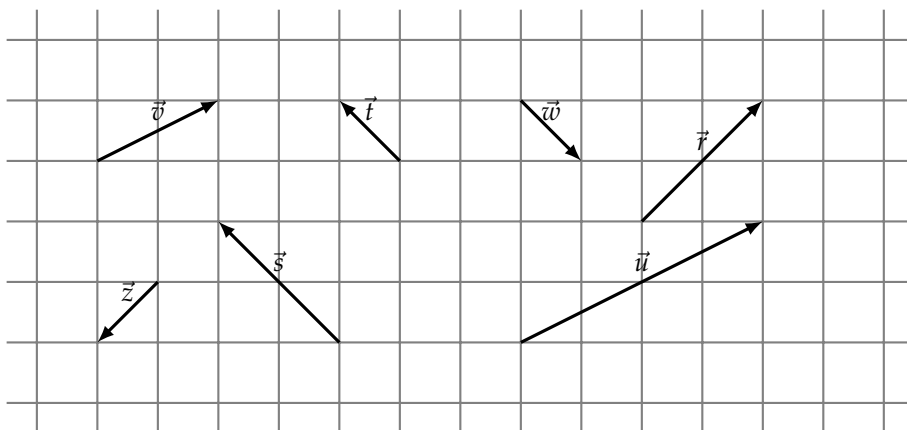
Deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont **colinéaires** si et seulement si il existe un réel k tel que $\vec{u} = k\vec{v}$.

Propriété 7 :

Deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont **colinéaires** si et seulement si ils ont la **même direction**.

Exemple(s) : Dans l'exemple précédent, les vecteurs \vec{AB} , \vec{CD} et \vec{EF} sont colinéaires.

Exemple(s) : Quels sont les vecteurs colinéaires ? Justifier avec une relation de colinéarité :



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Propriété 8 : Colinéarité, parallélisme et alignement

- Deux droites (AB) et (CD) sont **parallèles** si et seulement si les vecteurs \vec{AB} et \vec{CD} sont colinéaires.
- Trois points A, B et C sont **alignés** si et seulement si les vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} sont colinéaires.