

Séquence 7 : Parallèles et perpendiculaires

📏 ✎ OBJECTIFS : 📏 ✎

À la fin de cette Séquence 7, je dois connaître ...	Pour m'entraîner :
Les définitions de <i>parallèles</i> , <i>sécantes</i> et <i>perpendiculaires</i> .	Cours A
Les propriétés des droites.	Cours B
La méthode de la démonstration.	Cours B

Je dois savoir faire ...	Pour m'entraîner :		
	☆	☆☆	☆☆☆
Reconnaître et tracer des droites sécantes, parallèles ou perpendiculaires.	n°1, 2, 6, 8, 9	n°3, 4, 7, 10	n°5, 11
Utiliser la bonne propriété pour démontrer (parallèles ou perpendiculaires).	n°12	n°13, 14, 15, 16, 17	

A) Droites particulières

🌀 Définition 1 : Parallèles

On dit que deux droites sont parallèles si elles ne se croisent jamais.

🌀 Définition 2 : Sécantes

On dit que deux droites sont sécantes si elles se croisent. Le point où elles se croisent est appelé le « point d'intersection ».

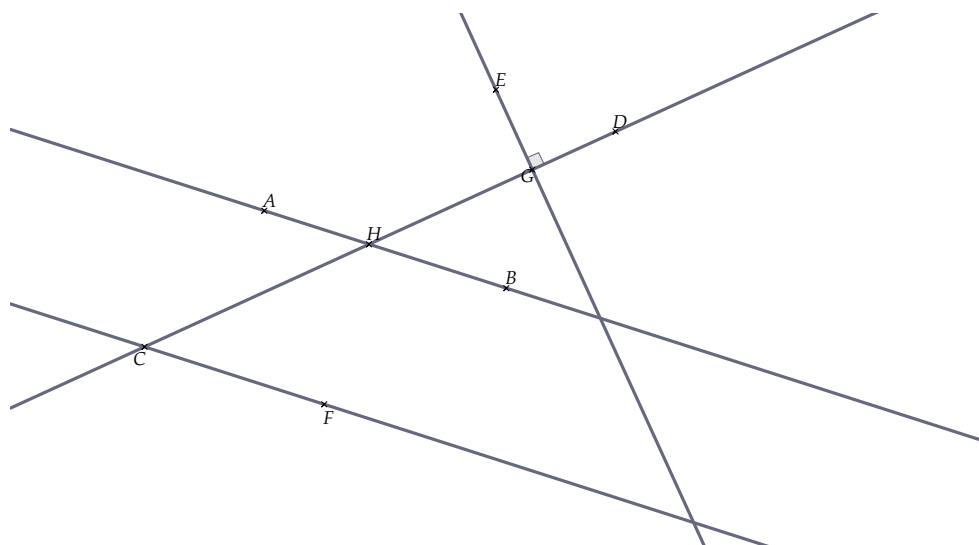
🌀 Définition 3 : Perpendiculaires

On dit que deux droites sont perpendiculaires si elles sont sécantes ET forment un angle droit.

👉 Exemple(s) :

Sur le schéma ci-dessous :

- 👉 (AB) et (CF) sont **parallèles**
- 👉 (HD) et (EG) sont **perpendiculaires**
- 👉 (AB) et (CD) sont **sécantes**. Leur point d'intersection est H.



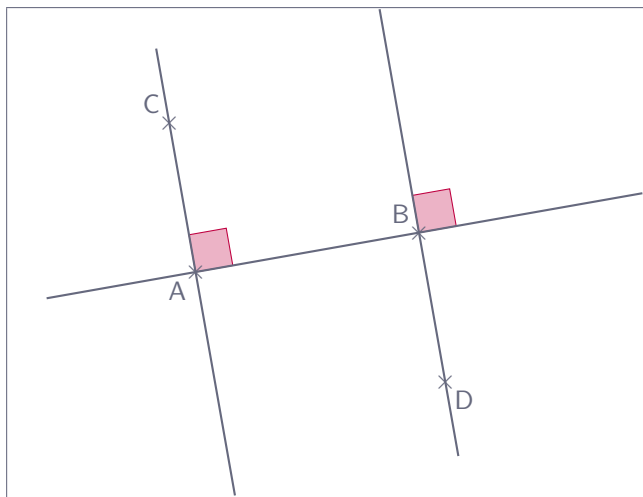
B) Démontrer avec les propriétés sur les droites

1. Montrer que des droites sont parallèles à partir de perpendiculaires

🔗 Propriété 1 :

Si deux droites sont **perpendiculaires** à une **même droite**, alors elles sont parallèles entre elles.

🔗 Exemple(s) :



Dans le schéma ci-contre :

1) a. Que peut-on dire des droites (AB) et (AC) ?

D'après les codages, **(AB) et (AC) sont perpendiculaires**.

1) b. Que peut-on dire des droites (AB) et (BD) ?

D'après les codages, **(AB) et (BD) sont perpendiculaires**.

2) Que peut-on en déduire pour les droites (AC) et (BD) ?

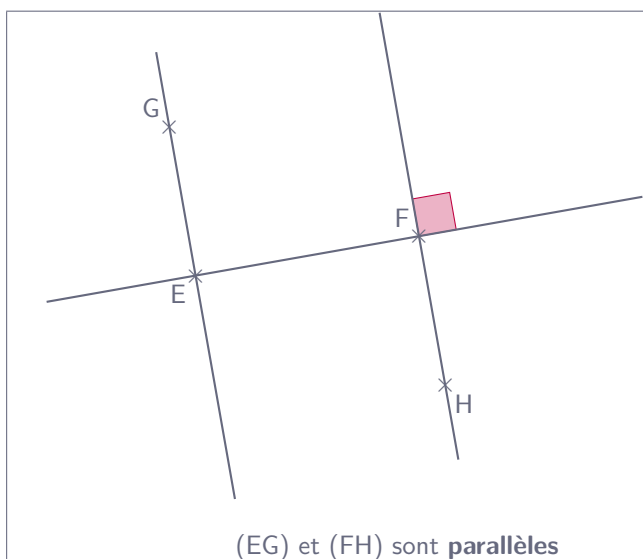
(AC) et (BD) sont **toutes les deux perpendiculaires à la même droite (AB)**, donc d'après la Propriété 1 elles sont **parallèles entre elles**.

2. Montrer que des droites sont perpendiculaires

🔗 Propriété 2 :

Si deux droites sont **parallèles entre elles**, et si une **troisième droite est perpendiculaire à l'une**, alors elle est perpendiculaire à l'autre.

🔗 Exemple(s) :



Dans le schéma ci-contre :

1) a. Que peut-on dire des droites (EG) et (FH) ?

D'après le dessin, **(EG) et (FH) sont parallèles**.

1) b. Que peut-on dire des droites (FH) et (EF) ?

D'après les codages, **(FH) et (EF) sont perpendiculaires**.

2) Que peut-on en déduire pour les droites (EF) et (EG) ?

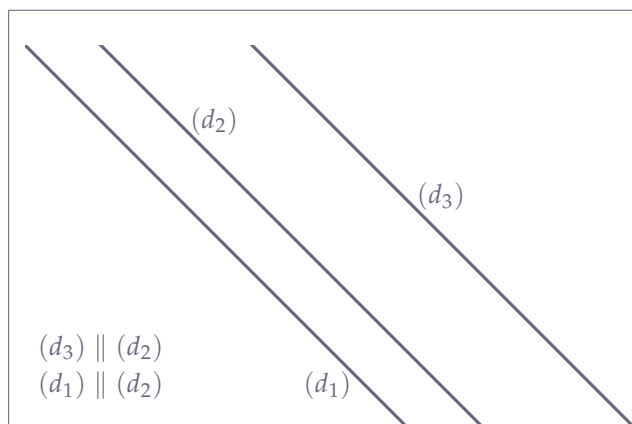
(EG) et (FH) sont **parallèles entre elles** et **(EF) est perpendiculaire à (EG)**, donc d'après la Propriété 2 **(EF) est également perpendiculaire à (EG)**.

3. Montrer que des droites sont parallèles à partir de parallèles

🔑 Propriété 3 :

Si deux droites sont **parallèles** à une **même droite**, alors elles sont **parallèles entre elles**.

🔑 Exemple(s) :



Dans le schéma ci-contre :

1) a. Que peut-on dire des droites (d_1) et (d_2) ?

D'après les codages, (d_1) et (d_2) sont **parallèles**.

1) b. Que peut-on dire des droites (d_3) et (d_2) ?

D'après les codages, (d_3) et (d_2) sont **parallèles**.

2) Que peut-on en déduire pour les droites (d_1) et (d_3) ?

(d_1) et (d_3) sont **toutes les deux parallèles à la même droite (d_2)** , donc d'après la Propriété 3 elles sont **parallèles entre elles**.

4. La méthode de la démonstration

🔑 Définition 4 : Démontrer

Une démonstration (ou preuve) mathématique est un raisonnement logique qui utilise des résultats théoriques (propriétés, théorèmes, formules) déjà établis pour parvenir pas à pas à une conclusion que personne ne pourra contester.

🔑 Méthode 1 : Démontrer en mathématiques

En Mathématiques, une démonstration se fait toujours en suivant les 3 mêmes étapes :

1. « Je sais que... » : les **hypothèses**

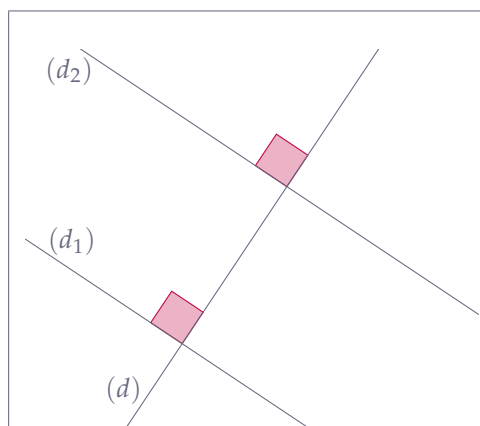
J'écris ce que je sais, ce que je lis sur le dessin (et pas ce que je devine!).

2. « Or... » : la **propriété**

3. « Donc... » : la **conclusion**

J'écris le résultat final, ce que je voulais démontrer à la base.

🔑 Exemple(s) :



Démontrer que les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles :

1) **Les hypothèses :**

D'après les codages du dessin, **je sais que** :

☞ (d_1) est perpendiculaire à (d)

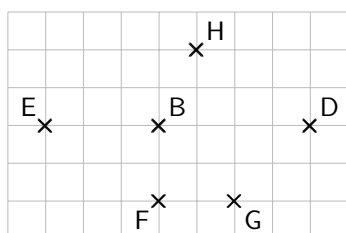
☞ (d_2) est perpendiculaire à (d)

2) **La propriété :**

Or d'après la Propriété 1 : si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.

3) **La conclusion :**

Donc on peut en déduire que (d_1) et (d_2) sont parallèles !

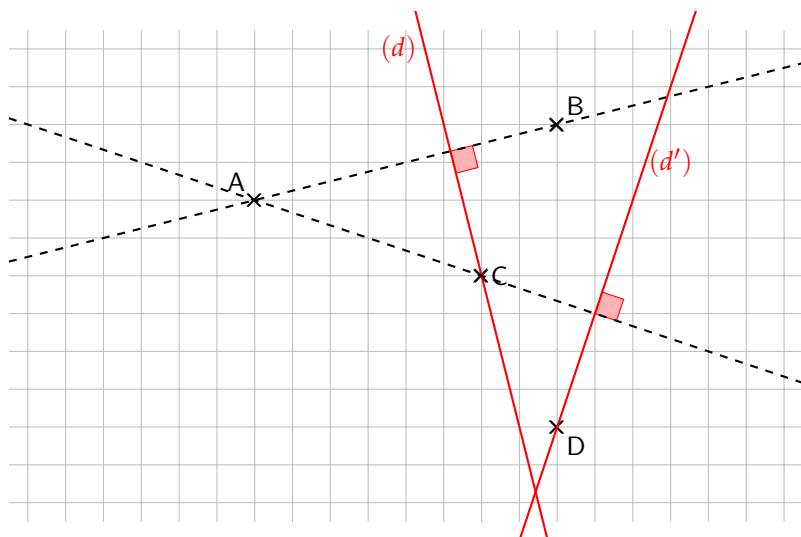


1) Deux droites perpendiculaires sont des droites sécantes.	☒ VRAI	☐ FAUX
2) Deux droites sécantes sont des droites perpendiculaires.	☐ VRAI	☒ FAUX
3) Si deux droites (d) et (d') sont perpendiculaires en I , alors elles sont sécantes en I .	☒ VRAI	☐ FAUX
4) Si $I \in (d)$ et $I \in (d')$, alors les droites (d) et (d') sont perpendiculaires en I .	☐ VRAI	☒ FAUX

1) Si deux droites (d_1) et (d_2) sont sécantes en A , alors $A \in (d_1)$ et $A \in (d_2)$.	☒ VRAI	☐ FAUX
2) Deux droites sécantes se coupent en formant un angle droit.	☐ VRAI	☒ FAUX
3) Il existe plusieurs droites perpendiculaires à une même droite.	☒ VRAI	☐ FAUX
4) Si une droite (d) passe par deux points A et B , alors (d) est confondue avec (AB) .	☒ VRAI	☐ FAUX



Exercice 6 : ☆



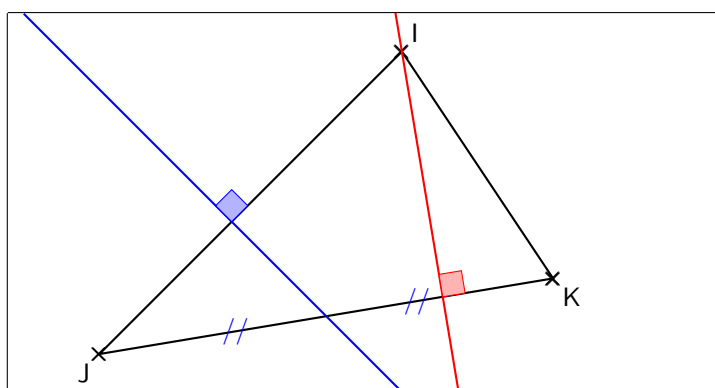
Sur la figure ci-contre :

- 1) Tracer la droite (d) perpendiculaire à (AB) passant par le point C.
- 2) Tracer la droite (d') perpendiculaire à (AC) passant par le point D.

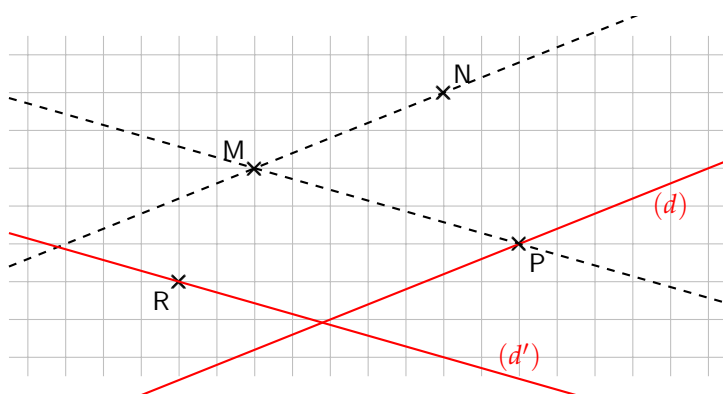
Exercice 7 : ☆☆

Dans le cadre ci-contre :

- 1) Construire un triangle IJK .
- 2) Tracer en rouge la perpendiculaire à la droite (JK) passant par le point I .
- 3) Tracer en bleu la perpendiculaire à la droite (IJ) passant par le milieu du segment $[JK]$.



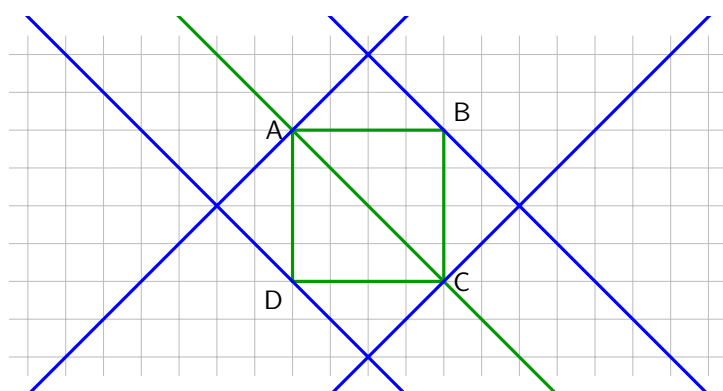
Exercice 8 : ☆



Sur la figure ci-contre :

- 1) Tracer la droite (d) parallèle à la droite (MN) passant par le point P.
- 2) Tracer la droite (d') parallèle à la droite (MP) passant par le point R.

Exercice 9 : ☆



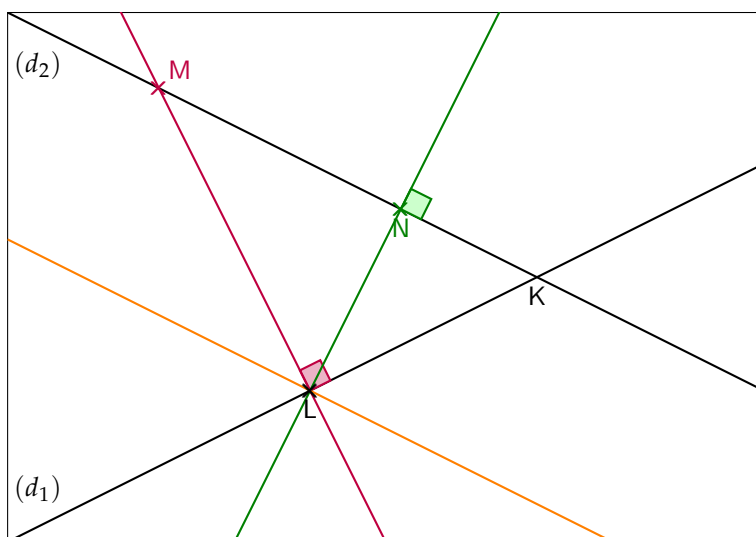
Sur la figure ci-contre :

- 1) Tracer la parallèle à (AC) passant par D.
- 2) Tracer la parallèle à (AC) passant par B.
- 3) Tracer la perpendiculaire à (AC) passant par C.
- 4) Tracer la perpendiculaire à (AC) passant par A.

Exercice 10 : ☆☆☆

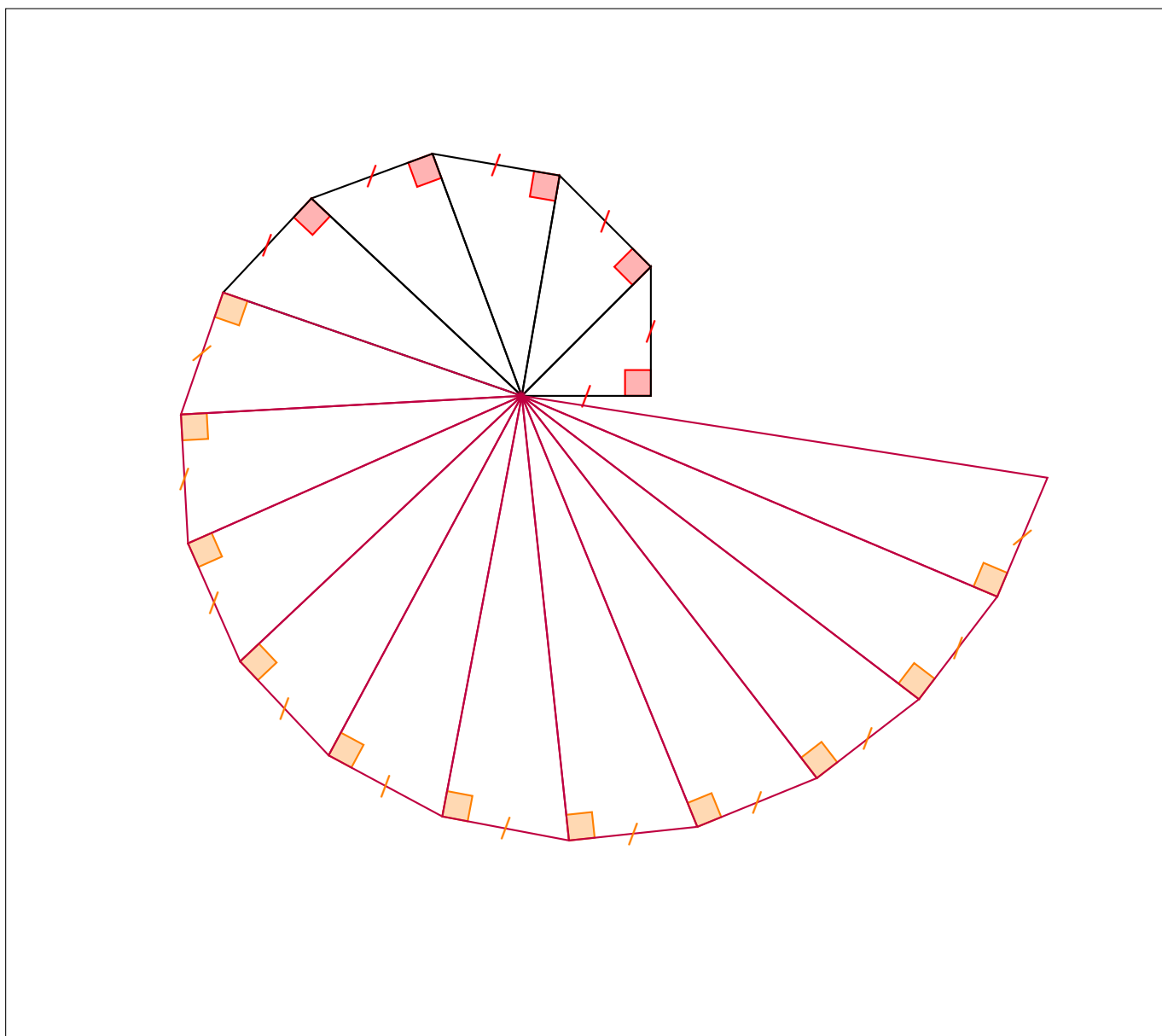
Dans le cadre ci-contre, réalise la figure suivante :

- 1) Trace deux droites (d_1) et (d_2) sécantes en K non perpendiculaires.
- 2) Place un point L sur la droite (d_1) .
- 3) Construis la droite passant par L et perpendiculaire à (d_1) . Elle coupe (d_2) en M .
- 4) Construis la droite passant par L perpendiculaire à (d_2) . Elle coupe (d_2) en N .
- 5) Construis la droite passant par L et parallèle à (d_2) .



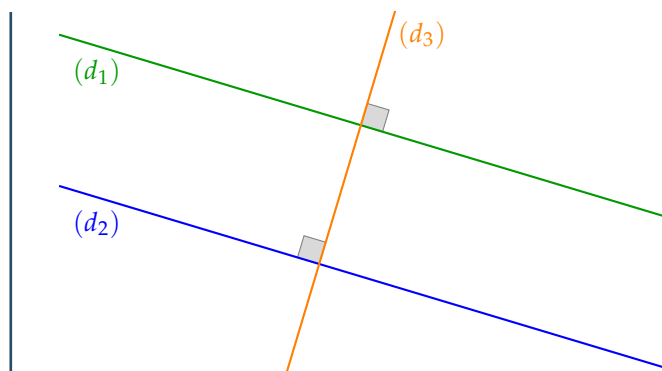
Exercice 11 : ☆☆☆

La figure ci-dessous s'appelle « Escargot de Pythagore ». Complète-là pour obtenir au total 16 triangles rectangles :



En réalité, la figure a été agrandie pour être plus facile à tracer. Normalement dans « l'escargot de Pythagore », les côtés codés de même longueur font tous 1 cm. Cette figure permet de construire géométriquement les racines carrées des nombres entiers !

🔗 **Exercice 12** : ☆



Observe la figure ci-contre.

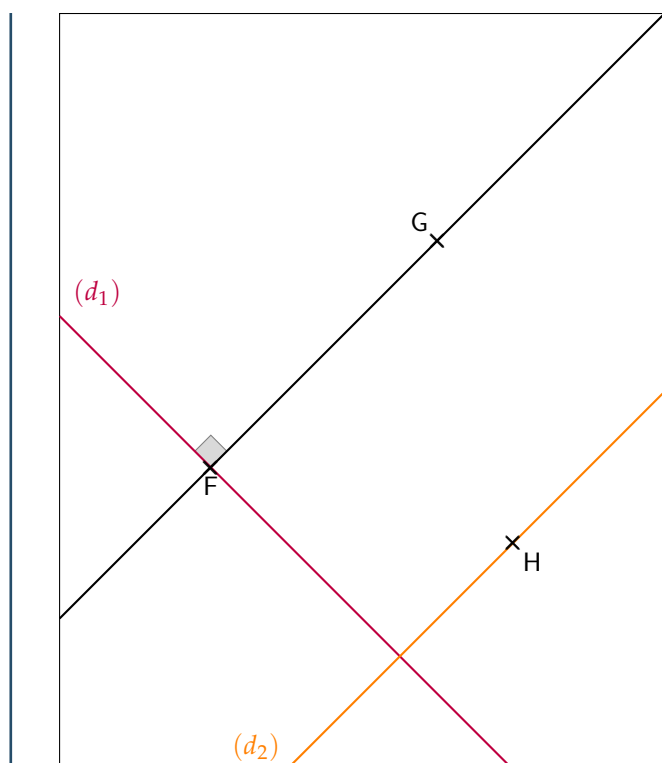
1) Que peux-tu dire des droites (d_1) et (d_2) ?

Les droites (d_1) et (d_2) sont **parallèles**.

2) Quelle propriété te permet de l'affirmer ?

Il s'agit de la Propriété 1 : « Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles ».

🔗 **Exercice 13** : ☆☆



Dans le cadre ci-contre :

1) Placer trois points F , G et H non alignés, et tracer la droite (FG) .

2) Tracer la droite (d_1) , perpendiculaire à la droite (FG) passant par le point F .

3) Tracer la droite (d_2) , parallèle à la droite (FG) passant par le point H .

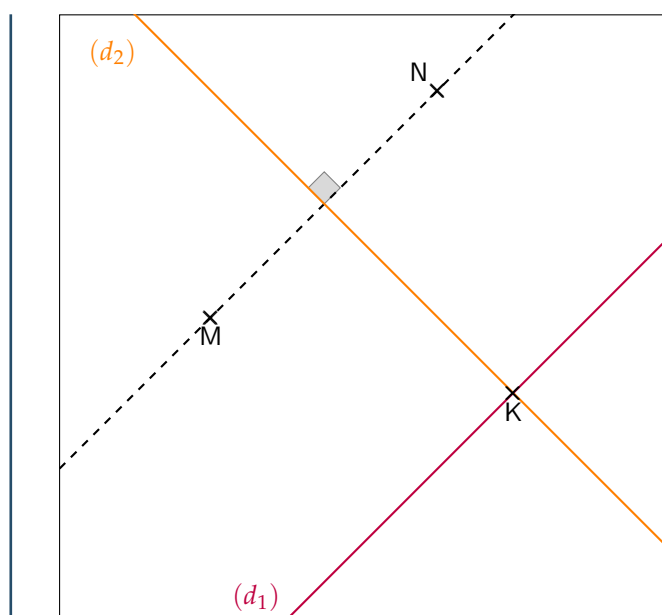
4) Que peut-on dire des droites (d_1) et (d_2) ? **Justifier**.

On sait que les droites (FG) et (d_2) sont parallèles, et que les droites (FG) et (d_1) sont perpendiculaires (par construction).

Or d'après la Propriété 2 : « Si deux droites sont parallèles entre elles, et si une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elle est perpendiculaire à l'autre. »

Donc les droites (d_1) et (d_2) sont **perpendiculaires**.

🔗 **Exercice 14** : ☆☆



Dans le cadre ci-contre :

1) Placer trois points M , N et K non alignés.

2) Tracer la droite (d_1) , parallèle à (MN) passant par K , et la droite (d_2) , perpendiculaire à (MN) passant par K .

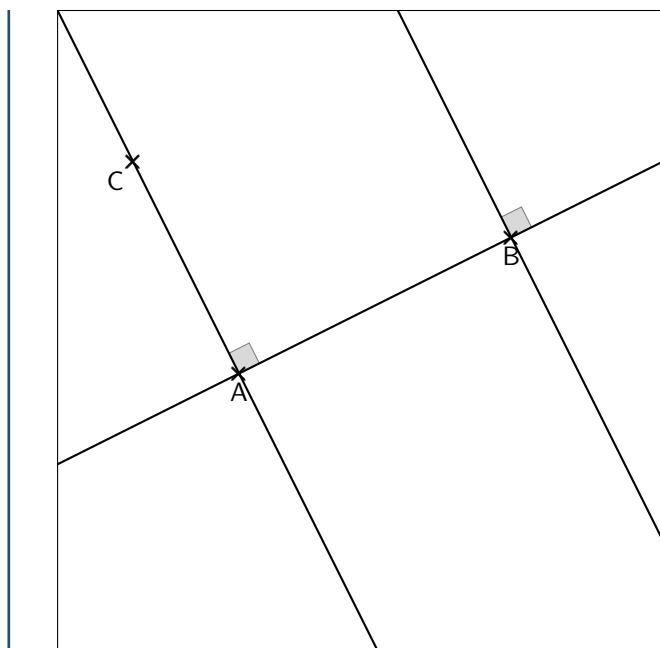
3) Que peut-on dire des droites (d_1) et (d_2) ? **Justifier**.

On sait que les droites (FG) et (d_2) sont parallèles, et que les droites (FG) et (d_1) sont perpendiculaires (par construction).

Or d'après la Propriété 2 : « Si deux droites sont parallèles entre elles, et si une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elle est perpendiculaire à l'autre. »

Donc les droites (d_1) et (d_2) sont **perpendiculaires**.

Exercice 15 : ☆☆



Dans le cadre ci-contre :

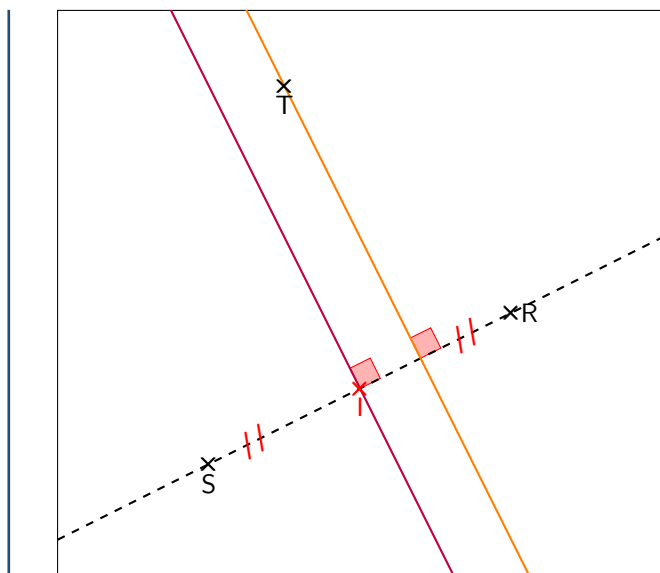
- 1) Trace deux droites perpendiculaires qui se coupent en A .
- 2) Place un point B sur une des deux droites et un point C sur l'autre droite.
- 3) Trace la droite (d) perpendiculaire à (AB) passant par B .
- 4) **Démontre** que les droites (d) et (AC) sont parallèles.

On sait que les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires, et que les droites (AB) et (d) sont également perpendiculaires (par construction).

Or d'après la Propriété 1 : « Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles. »

Donc les droites (d) et (AC) sont **parallèles**.

Exercice 16 : ☆☆



Dans le cadre ci-contre :

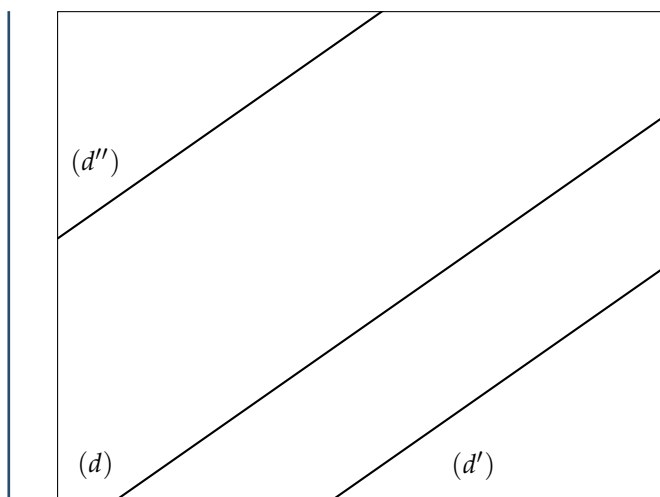
- 1) Marque trois points R , S et T non alignés tels que : $RT \neq ST$.
- 2) Marque le milieu I du segment $[RS]$.
- 3) Construis la perpendiculaire à (RS) passant par I et la perpendiculaire à (RS) passant par T .
- 4) Que peux-tu dire de ces deux droites ? **Justifie**

On sait que les deux droites sont perpendiculaires à (RS) (par construction).

Or d'après la Propriété 1 : « Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles. »

Donc les droites sont **parallèles**.

Exercice 17 : ☆☆



Dans le cadre ci-contre :

- 1) Trace une droite (d) .
- 2) Trace une droite (d') parallèle à (d) .
- 3) Trace une droite (d'') parallèle à (d) .
- 4) Que peux-tu dire (d') et (d'') ? **Justifie**

On sait que les deux droites sont parallèles à (d) (par construction).

Or d'après la Propriété 3 : « Si deux droites sont parallèles à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles. »

Donc les droites sont **parallèles**.

Brouillon

